ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 18 Выпуск 3

УДК 539.3, 519.6 DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-3-413-422

РОСТ КОРОТКИХ ТРЕЩИН ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ. О РЕАЛИЗАЦИИ В ПАКЕТЕ ФИДЕСИС.

Е. М. Морозов[1]

Аннотация

Рассмотрен подход к описанию роста коротких трещин при циклическом нагружении. Обсуждается понятие термина короткая (малая) трещина. Приведены результаты решения конкретных задач.

В определённых случаях возникает разница в механическом поведении твёрдых тел при наличии короткой или длинной трещины в одном и том же месте детали. Рассмотрены некоторые эффекты, возникающие при циклическом нагружении во время роста начальной короткой трещины, и трансформации её в длинную. Рассмотрены малые (короткие) трещины в твёрдом теле. Дано определение короткой трещины. В некоторых случаях возникает разница в механическом поведении твёрдых тел при наличии короткой или длинной трещины в одном и том же месте детали. Рассмотрены некоторые эффекты, возникающие при циклическом нагружении во время роста начальной короткой трещины, и трансформации её в длинную. Актуальность проблемы малых трещин достаточно очевидна, но не вполне ясно, какие трещины считать малыми. Можно дать несколько определений малости трещины. Например, удобно отнести к малым трещинам те, которые отвечают нижнему пределу разрешающей способности дефектоскопической аппаратуры. Однако получаемые при этом абсолютные числа не связаны с процессом механического поведения тела с трещиной. Целесообразнее длину трещины сопоставлять с характерной шириной образца (детали) или же с диаметром пластической зоны у вершины трещины.

В условиях циклического нагружения поведение трещин в зоне концентрации также имеет свои особенности, которые выражаются в начальном ускорении трещины, а затем, по мере увеличения длины, её скорость падает. Среди рассмотренных видов коротких трещин можно выделить трещины, которые целиком умещаются в областях повышенных напряжений около надрезов. Такие трещины называют механически короткими. Длина таких трещин соизмерима с длиной трещин, определяющих пороговые коэффициенты интенсивности напряжений

[1]Морозов Евгений Михайлович, профессор кафедры прочности Национального исследовательского ядерного университета МИФИ, evgeny.morozof@gmail.com

в опытах по определению характеристик циклической трещиностойкости. Как видно из расчётов, механически короткая трещина сначала растёт быстро, но по мере выхода из области концентрации, достигает минимума, и затем снова возрастает, выходя из области концентрации. Далее трещина переходит в категорию длинных, следуя классической формуле Париса.

Ключевые слова: Короткая трещина, циклическое нагружение, классификация надрезов, скорость роста трещины.

Библиография: 15 название.

THE GROWTH OF SHORT CRACKS UNDER CYCLIC LOADING.

E. M. Morozov (Moscow)

Abstract

Considered small (short) crack in a solid body. In certain cases, there is a difference in the mechanical behavior of solid bodies in the presence of short or long cracks in the same place details. Discusses some of the effects arising from cyclic loading during the initial growth of short cracks, and transforming it into a long. The urgency of the problem of small cracks are fairly obvious, but it is not clear what the crack is considered small. It is possible to give several definitions of small cracks. For example, it is convenient to refer to the small cracks are those that meet the lower resolution limit of the flaw detection equipment. However, the resulting absolute sizes are not associated with the process of the mechanical behavior of body with crack. Better the crack length comparable with the characteristic width of the specimen (parts) or diameter of the plastic zone at the tip of the crack.

Under cyclic loading the behavior of cracks in the area of concentration also has its own characteristics, which are expressed in the initial acceleration of the crack, and then, with increasing length, her speed drops. Among the considered types of short cracks can be identified cracks that entirely fit in the areas of high stresses around notches. Such cracks are called mechanically short. The length of such cracks is comparable with the crack length, determining a threshold stress intensity factors in the experiments to determine the characteristics of cyclic crack resistance. As can be seen from the calculations, the mechanically short crack grows rapidly at first, but as the field of concentration, reaches a minimum and then increases again, leaving a region of concentration. Further, the crack goes into the category of long, following the classic formula of Paris.

Keywords: Short cracks, cyclic loading, classification of notches, the crack growth rate.

Bibliography: 15 titles.

1. Введение

Актуальность проблемы малых трещин достаточно очевидна, но не вполне ясно, какие трещины считать малыми. Можно дать несколько определений малости трещины. Например, удобно отнести к малым трещинам те, которые отвечают нижнему пределу разрешающей способности дефектоскопической аппаратуры. Однако получаемые при этом абсолютные числа не связаны с процессом механического поведения тела с трещиной. Целесообразнее длину трещины сопоставлять с характерной шириной образца (детали) или же с диаметром пластической зоны у вершины трещины. Например, если диаметр пластической зоны не превышает 10% длины трещины, то трещина большая, и для расчёта критической нагрузки пригодна линейная механика разрушения. В противном случае трещина малая, и для расчёта критического состояния нужны методы нелинейной механики разрушения. Такой случай типичен при достаточно малых трещинах сравнительно с шириной образца. По-видимому, проблема малых трещин возникла в силу завышенных значений разрушающего напряжения (сравнительно с экспериментальным), которые даёт в этих случаях линейная механика разрушения.

2. Основная часть

Малой трещиной следовало бы называть такую, для которой закономерности зарождения трещины уже непригодны, а закономерности магистральной трещины ещё непригодны. Следовательно, по своим размерам длина этой трещины промежуточная между длиной (размером) области зарождения трещины и длиной трещины в континуальном смысле. Порядок длины такой малой трещины совпадает с диаметрами структурных элементов материала. Однако вопрос о наличии специфических критериев, определяющих поведение малой трещины в указанном смысле (и которые главным образом должны опираться на физическое металловедение) остаётся открытым, поскольку работы по этому вопросу нам неизвестны.

Если всё же попытаться оставаться в рамках механическо-континуального подхода, то расчёт методами нелинейной механики разрушения разрушающих напряжений при малых трещинах даёт результаты, близкие к экспериментальным [1]. При этом специальной проблемы малых трещин как таковой не возникает [2]. Тем не менее, можно выделить два аспекта, которые позволяют рассматривать малые трещины как объекты специального изучения, а именно: 1) установление области таких малых трещин, в пределах которой материал (образец) не чувствителен к наличию трещины -статическая разрушающая нагрузка при таких трещинах не снижается по сравнению с образцом без трещины; 2)установление эффектов, вносимых концентратором напряжений в случае, когда в его вершине имеется малая трещина. В этой ситуации малой трещиной можно назвать такую, которая целиком расположена в области повышенных (из-за концентратора) напряжений. При этом высокий коэффициент концентрации напряжений приводит к высокому градиенту напряжений и, следовательно, трещина, начав двигаться из области высоких напряжений, тут же попадает в область пониженных напряжений, её рост замедляется, и она может остановиться.

В условиях циклического нагружения поведение трещин в зоне концентрации также имеет свои особенности, которые выражаются в начальном ускорении трещины, а затем, по мере увеличения длины, её скорость падает.

Таким образом, хотя установившегося определения малости трещины нет, тем не менее, можно предполагать, что малыми могут быть трещины сопоставимые, например, с размерами атомной решётки и тогда их можно назвать дислокационными трещинами. Если размеры трещины сопоставимы с размерами элементов структуры материала, тогда их можно назвать микроструктурными трещинами, если трещина имеет размеры соизмеримые с расстояниями между определёнными видами барьеров, то тогда такие трещины будут физически короткими трещинами [3, 4]. Наконец, если длина трещины такова, что коэффициент интенсивности напряжений располагается в припороговой области (т.е. в области K_{th}), то это уже механически короткая трещина. Далее рассмотрим только механически короткие трещины.

Классификация надрезов (концентраторов). Введём размеры поверхностного надреза – глубина D, радиус кривизны в глубине надреза ρ. Протяжённость надреза на поверхности достаточная, чтобы рассматривать плоскую задачу (поперёк надреза). В некоторых случаях можно ввести острый (трещиноподобный) надрез, который аналогичен трещине и, следовательно, возможно использовать параметры линейной механики разрушения. Тогда пороговый коэффициент ΔK_{th}можно выразить через предел выносливости образца с надрезом $\Delta\sigma_{RH}$ (в номинальных напряжениях) посредством зависимости [5, 6]

$$\Delta K_{th} = \Delta\sigma_{RH}\sqrt{\pi \cdot l} \cdot Y \tag{1}$$

где l– длина трещины, эквивалентная надрезу по своему влиянию на усталостную прочность; Y– поправочный коэффициент.

Если надрез тупой (следовательно, механику разрушения применять нельзя), то можно сказать, что предел выносливости, выраженный через максимальное напряжение у надреза, находится по пределу выносливости гладкого образца $\Delta\sigma_R$ с учётом коэффициента концентрации напряжений α_σ:

$$\Delta\sigma_{RH} = \frac{\Delta\sigma_R}{\alpha_\sigma} \tag{2}$$

Понятно, что между острым трещиноподобным надрезом и тупым надрезом должна быть граница в виде коэффициента концентрации напряжений α_σ^*. Кроме этого, разница будет зависеть и от размеров надреза. Поэтому введём три типа надрезов: тупые надрезы, трещиноподобные и короткие надрезы. На рис.1 даны области определения этих надрезов через относительные размеры. По оси абсцисс отложено D/a_o– относительная глубина, по оси ординат D/ρ – относительная острота. Ориентировочно граница между короткими надрезами и трещиноподобными установлена в виде $D/a_o \cong 3$. Граница между трещиноподобными надрезами и тупыми может быть установлена на основе равенства пределов выносливости для этих надрезов по уравнениям (1) и (2):

$$\frac{\Delta\sigma_R}{\alpha_\sigma} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi \cdot l} \cdot Y}$$

Для порогового коэффициента ΔK_{th} известна его связь с пределом выносливости гладкого образца[6]:

$$\Delta K_{th} = \Delta\sigma_R \sqrt{\pi \cdot a_o}$$

где a_o– эмпирическая длина трещины, служащая для определения порогового ΔK_{th}.

Кроме того, можно воспользоваться известной формулой для теоретического коэффициента концентрации напряжений Колосова-Инглиса:

$$\alpha_\sigma = \mathit{1} + \mathit{2} \cdot \sqrt{\frac{D}{\rho}}.$$

Тогда находим

$$\frac{Y^2}{\alpha_\sigma^2} = \frac{a_o}{D}$$

или (звёздочка отмечает граничные значения)

$$\left(\frac{D}{a_o}\right)^* = \left(\frac{\mathit{1} + \mathit{2} \cdot \sqrt{D/\rho}}{Y}\right)^2$$

По величине параметра формы надреза D/ρ граница между короткими и тупыми надрезами находится примерно на уровне *0,25*.

Для полукруглого надреза $D = \rho, Y = \mathit{1,12}$ и $(D/a_o)^* = \mathit{7,17}$. Учитывая, что размер a_o порядка долей миллиметра видим, что глубина трещиноподобного дефекта не очень велика.

$$D/_{a_o} D/_{\rho} D/_{a_o} D/_{\rho}$$

Приведённое деление надрезов имеет смысл, поскольку механизм наступления предела выносливости разный в этих случаях [7, 8, 9] . В трещиноподобных надрезах из его конца вырастает трещина, которая на уровне предела выносливости становится нераспространяющейся. Причём видно, что не столько важны условия инициирования трещины (поскольку надрез и без того вроде трещины), сколько условия наступления торможения и остановки трещины. Это находится в согласии с тем, что короткая трещина движется (при циклическом нагружении с данным размахом напряжений) до первой границы зерна (барьер). Её остановка перед барьером определяет предел выносливости на уровне строения материала.

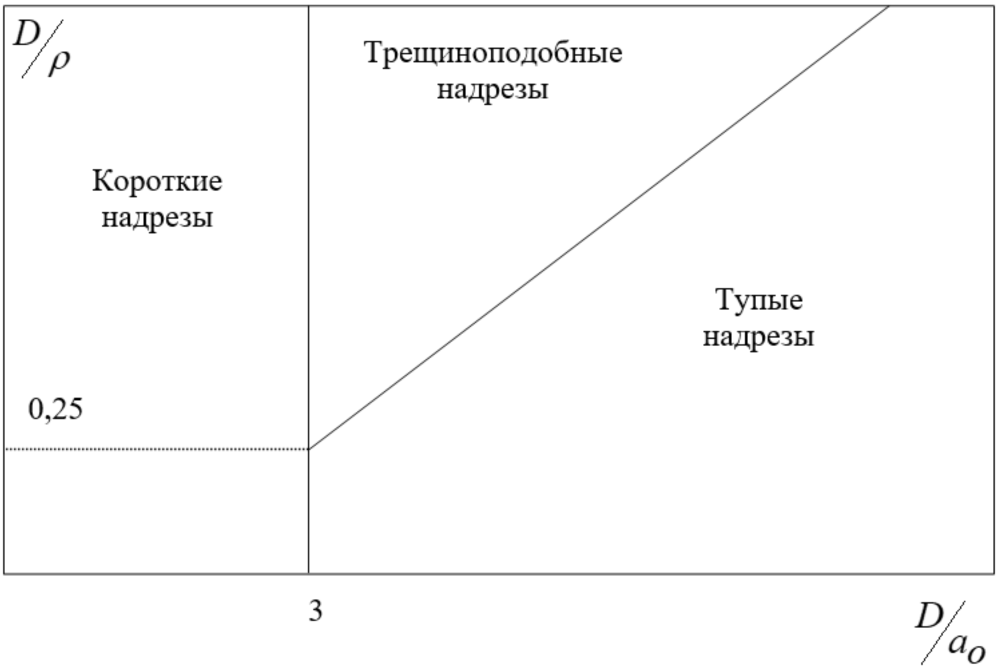

Рис. 1: Три области для надрезов в зависимости от размеров, остроты и свойств материалов.

Для тупых надрезов градиент мал, максимально он сопоставим с градиентом напряжений от изгиба. При этом наоборот существенны условия инициации (образования) трещины. Предел выносливости может быть определён по уравнению (2). Это уравнение даёт консервативную оценку, поскольку фактический коэффициент концентрации напряжений меньше теоретического. Тупые надрезы с уменьшением параметра размера D/a_o становятся нечувствительными к градиенту напряжений. Иными словами, короткий надрез находится в поле постоянного (по координате) напряжения и, следовательно, предел выносливости мало отличается от предела выносливости гладкого образца $\Delta\sigma_R$.

Все три типа надрезов фактически являются разновидностями дефектов поверхности тела.

Рост механически коротких трещин в области концентрации напряжений. Среди рассмотренных видов коротких трещин можно выделить трещины, которые целиком умещаются в областях повышенных напряжений около надрезов. Такие трещины называют механически короткими. Длина таких трещин соизмерима с длиной трещин, определяющих пороговые коэффициенты интенсивности напряжений в опытах по определению характеристик циклической трещиностойкости. Это означает, что для таких трещин можно пользоваться формулами для коэффициентов интенсивности напряжений, предполагающих справедливость использования механики сплошной среды. Поскольку трещина целиком находится в поле повышенных напряжений, то по ним и следует вычислять эти коэффициенты. При этом, можно ожидать, что скорость роста этих трещин при циклическом нагружении будет выше, чем на уровне порогового коэффициента интенсивности напряжений.

Далее дадим расчёт поцикловой скорости распространения трещин в области концентрации напряжений. Все рассмотренные формулы представляют собой модернизации формулы Париса.

Прежде всего, отметим, что для длинных трещин используют формулу Париса, которая даёт линейную зависимость скорости от коэффициента интенсивности напряжений в логарифмических координатах. По сути, это обстоятельство можно использовать для отделения длинных трещин от коротких. Если в логарифмических координатах эта зависимость линейна, значит трещина длинная, если нет – то механически короткая.

В припороговой области короткая трещина может тормозиться и даже останавливаться. Вот, например, как выглядит график зависимости скорости от коэффициента интенсивности напряжений K при $K < K_{th}$.На рис. 2 приведён график, построенный по формуле (разность в скобках взята по модулю)

$$\frac{dl}{dN} \equiv v = C\left(K - K_{th}\right)^m \tag{3}$$

Здесь C, m – постоянные материала (должны определяться экспериментально), $\Delta K = K_{\max}(1-R)$ - размах коэффициента интенсивности напряжений. При коэффициенте асимметрии цикла $R = 0$ величина $K_{\max} = K = p\sqrt{\pi\, l}\,Y(l)$, где p – максимальное напряжение цикла.

Из формулы (3) и рис. 2 видно что, пороговый коэффициент интенсивности напряжений является границей, как для длинной трещины, так и для короткой.

Рассмотрим следующую задачу. В вертикальном направлении растягивается пластина с круговым отверстием радиуса a. Вдоль горизонтального диаметра симметрично влево и вправо от отверстия выходят трещины, каждая длиной l^*. Введём общую длину между концами трещин $2l = 2a + 2l^*$. Следовательно, принято, что отверстие принимается как бы частью трещины.

Скорость роста трещины при циклическом нагружении будем определять по формуле Париса, в которую введём приведённый коэффициент интенсивности напряжений

$$v = C\left(\Delta K_{np}\right)^{\;m} \tag{4}$$

Здесь принято, что коэффициент интенсивности напряжений зависит не от брутто напряжения, как обычно, а от местного напряжения. Считая, что конец (вершина) трещины располагается в точке с координатой x, то эта координата одновременно равна половине длины трещины l. Тогда в выражение для коэффициента интенсивности напряжений $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi l}$ войдёт напряжение, зависящее от длины трещины, и для задачи Кирша оно равно (Δp– размах приложенной нагрузки)

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta p}{2}\left(2 + \frac{a^2}{l^2} + 3\frac{a^4}{l^4}\right).$$

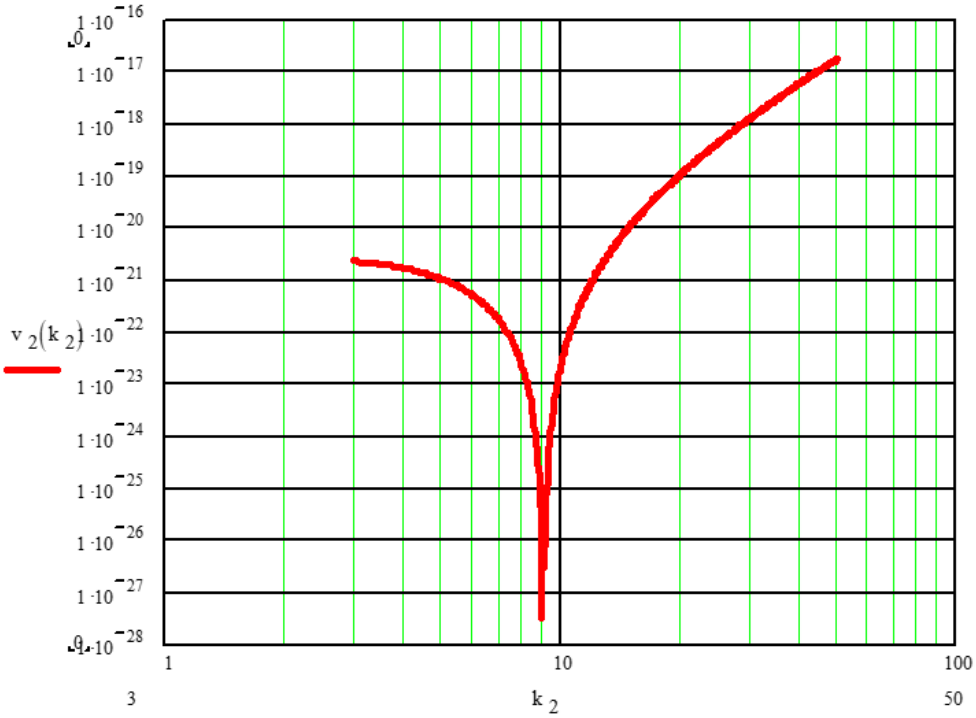

Рис. 2: Скорость роста трещины в припороговой области по видоизмененной формуле Париса (3) с учётом $K_{th} = 9\,\text{МПа}\ \cdot\sqrt{\text{м}}$.

Подставив это напряжение в формулу (4) получаем (введено обозначение $\bar{l} = \frac{l}{a}$)

$$v = C\left[\Delta p\left(1 + \frac{1}{2\bar{l}^2} + \frac{3}{2\bar{l}^4}\right)\sqrt{\pi\bar{l}a}\right]^m \tag{5}$$

Результат расчёта по этой формуле представлен на рис. 3. Для расчёта приняты следующие данные:

радиус отверстия $a = 0{,}01$ м, постоянная C$=10^{-12}$$м/(\text{МПам}^{0{,}5})^m$, показатель Париса $m = 3$, $\Delta p = 50$ МПа, цикл пульсирующий.

Обычно представляют скорость роста трещины в функции размаха коэффициента интенсивности напряжений. Рост коэффициента интенсивности обязан росту трещины, поэтому в данном примере, на графике вместо коэффициента интенсивности отложена длина трещины. Такой график отличится от традиционного на постоянный множитель.

3. Заключение

Как видно, механически короткая трещина сначала растёт быстро, но по мере выхода из области концентрации, достигает минимума, и затем снова возрастает, выходя из области концентрации. Далее трещина переходит в категорию длинных, следуя классической формуле Париса.

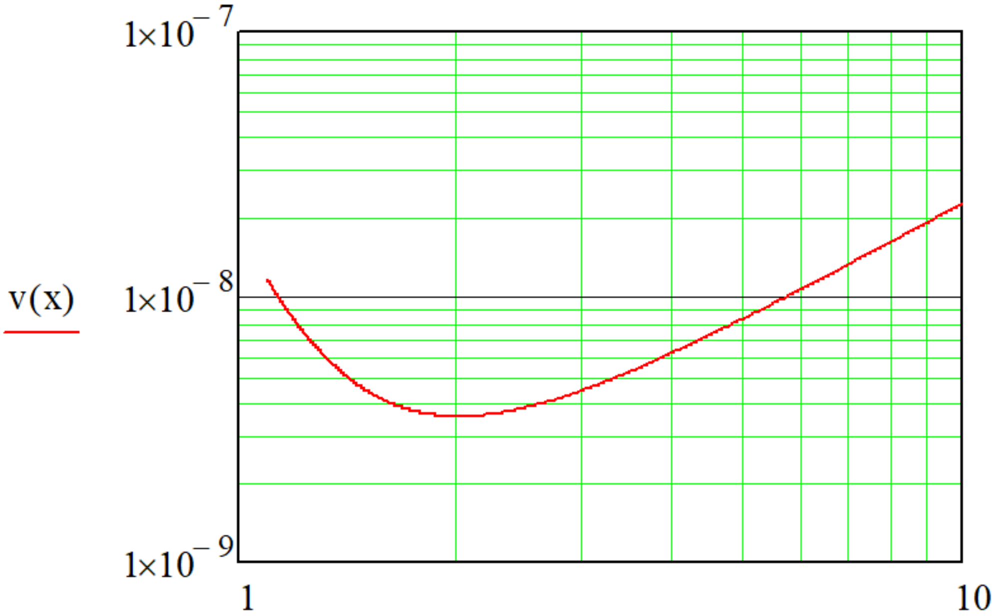

Рис. 3: Зависимость скорости роста трещины от длины трещины по формуле (5).

Промышленная реализации полученных результатов в постпроцессоре пакета Фидесис[10] даст возможность инженеру-прочнисту выбрать схему прочностного анализа. Отметим также, что данный подход реализуем и при учёте конечности деформаций, включая представление о трещине, как о физическом, а не математическом разрезе [11, 12, 13]. Программная реализация данного подхода потребует использование теории многократного наложения больших деформаций для учёта перераспределения деформаций и введения соответствующих критериев [14, 15].

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хажинский Г.М. Механика мелких трещин в расчётах прочности оборудования и трубопроводов. М.: Физматкнига, 2008. 256 с.

2. Морозов Е. М. Предельная прочность конструкций при наличии малых трещин // Сб.: Прочность материалов и элементов конструкций атомных реакторов. МИФИ. М.: Энергоатомиздат, 1985. С. 31 – 37.

3. Миллер К.Ж. Ползучесть и разрушение. М.: Металлургия, 1986. 120 с.

4. Миллер К.Ж. Усталость металлов – прошлое, настоящее и будущее // Заводская лаборатория. 1994. № 3. С. 31-44.

5. Эль-Хаддад, Смит, Топпер. Распространение коротких усталостных трещин // Тр. Амер. о-ваинж.-мех. Теор. основы инж. расчётов /Пер. сангл. М.: Мир, 1979. Т. 101. № 1. С. 43-47.

6. Taylor D., Wang G. The validation of some methods of notch fatigue analysis // Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures. 2000. V. 23. P. 387-394.

7. Морозов Е.М. Концепция предела трещиностойкости // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1997. № 12.

8. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений / Пер. с англ. М.: Мир, 1977. 301 с. с.

9. Морозов Е.М., Левин В.А., Вершинин А.В. Прочностной анализ. Фидесис в руках инженера. М.: URRS, 2015 — 400 с.

10. Левин В. А., Калинин В. В., Зингерман К. М., Вершинин А. В. Развитие дефектов при конечных деформациях. Компьютерное и физическое моделирование / Под ред. В. А. Левина. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 392 с.

11. Левин В. А. О «физическом разрезе», привнесенном в предварительно нагруженное упругое тело. Конечные деформации // Докл. РАН. 2001. Т. 381, № 2. С. 196–198.

12. Левин В. А. Моделирование роста повреждения при конечных деформациях // Вестн. Моск. ун-та: Матем., мех. Сер. 1. 2006. № 3. С. 38–41.

13. Левин В.А., Морозов Е.М. Нелокальные критерии для определения зоны предразрушения при описании роста дефекта при конечных деформациях // Доклады РАН. 2007. Т. 415. № 1. С. 52-54.

14. Левин В. А., Морозов Е. М. Нелокальный критерий прочности. Конечные деформации // Докл. РАН. 2002. Т. 346, № 1. С. 62–67.

Получено 22.05.2017
принято в печать 14.09.2017