

## ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 1.

УДК 539.374

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-473-481

**Основные уравнения, определяющие  
напряженно-деформированное пластическое  
состояние металлических материалов с учетом  
их физико-структурных параметров**

Н. Д. Тутышкин, В. Ю. Травин

**Тутышкин Николай Дмитриевич** — доктор технических наук, профессор, Управление научно-исследовательских работ, Тульский государственный университет (г. Тула).

*e-mail: nikolai.tutyshkin@mail.ru*

**Травин Вадим Юрьевич** — кандидат технических наук, НПО «Сплав» имени А.Н. Ганичева (г. Тула).

*e-mail: travin.vu@mail.ru*

**Аннотация**

Приводятся основные уравнения и определяющие соотношения, определяющие напряженно-деформированное пластическое состояние металлических материалов с учетом их физико-структурных параметров. Подход к формулировке определяющих соотношений основывается на включении в число критериальных, наряду с традиционными макромеханическими, физико-структурных параметров. К ним относится, в первую очередь, параметр повреждаемости материала дефектами деформационного происхождения. На основе экспериментов установлена связь между напряжением, необходимым для движения заблокированной дислокации, и мерой повреждаемости деформационными микродефектами, необходимая для определения предела текучести и, далее, эволюции поверхности нагружения с учетом влияющих на нее факторов. Проведенные опыты по двухэтапному растяжению образцов из сплава AlMg3 показали существенное влияние деформационной повреждаемости на напряженное состояние.

*Ключевые слова:* основные уравнения, определяющие соотношения, пластичность, напряжения, деформации, физико-структурные параметры, повреждаемость, диссипация энергии, поверхность нагружения.

*Библиография:* 15 названий.

**Для цитирования:**

Н. Д. Тутышкин, В. Ю. Травин. Основные уравнения, определяющие напряженно-деформированное пластическое состояние металлических материалов с учетом их физико-структурных параметров // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 1, с. 473–481.

## CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 1.

UDC 539.374

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-473-481

**Basic equations determining stress-strain plastic state of metal materials taking into account their physical and structural parameters**

N. D. Tutyshkin, V. Yu. Travin

**Tutyshkin Nikolai Dmitrievich** — doctor of technical sciences, professor, Department of Research, Tula State University (Tula).

*e-mail: nikolai.tutyshkin@mail.ru*

**Travin Vadim Yurievich** — candidate of technical sciences, Scientific and Production Association «SPLAV» named after A.N. Ganichev (Tula).

*e-mail: travin.vu@mail.ru*

**Abstract**

Basic equations and determining relations are given, which determine stressed-deformed plastic state of metal materials taking into account their physical and structural parameters. The approach to the formulation of defining relationships is based on the inclusion in the number of criterion, along with traditional macro-mechanical, physical and structural parameters. These include, first of all, the parameter of material damage by defects of deformation origin. On the basis of experiments, a connection was established between the stress necessary for the movement of the blocked dislocation and the measure of damage by deformation microfects, necessary for determining the yield strength and, further, the evolution of the loading surface taking into account the factual factors affecting it. The two-stage stretching tests of the AlMg3 alloy samples showed a significant effect of strain resistance on the stress state.

*Keywords:* basic equations determining ratios, ductility, stresses, strains, physical-structural parameters, damage, energy dissipation, load surface.

*Bibliography:* 15 titles.

**For citation:**

N. D. Tutyshkin, V. Yu. Travin, 2021, "Basic equations determining stress-strain plastic state of metal materials taking into account their physical and structural parameters", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 1, pp. 473–481.

**1. Введение**

В статье развивается кинетический подход к анализу и проектированию процессов пластического формоизменения металлов с прогнозированием их деформационной повреждаемости. В число критерильных параметров, наряду с механическими, включаются физико-структурные характеристики деформируемых металлов. К физико-структурным параметрам, существенно влияющим на эксплуатационные свойства конструкционных металлических материалов, относятся характеристики поврежденности деформационными микродефектами, величины зерна поликристаллических агрегатов структуры материала и внутренней энергии упрочнения [1]. Анализ и определение технологических возможностей процессов пластического деформирования также часто требует учета физико-структурных изменений обрабатываемых металлов

(кинетики роста и размножения микродефектов, изменение средней величины зерна). Многие сложные вопросы анализа, проектирования и разработки технологических процессов пластического формообразования изделий связаны с их математическим моделированием и остаются недостаточно изученными. К ним относятся вопросы, связанные с распределением напряжений, скоростей течения и деформаций с учетом физико-структурных параметров обрабатываемых материалов.

## 2. Основные уравнения

Анализ и моделирование процессов пластического формоизменения с прогнозируемой деформационной повреждаемостью требует определения полей напряжений и деформаций, с учетом реологического поведения обрабатываемых материалов. Решение этих вопросов основывается на использовании связанной системы уравнений для механических и физико-структурных параметров пластически деформируемых материалов. Следуя опубликованным работам [2, 3, 4, 5, 6], за основной физико-структурный параметр принимается параметр повреждаемости материала дефектами деформационного происхождения ( $\omega$ ). Пластическое формоизменение материалов с прогнозируемой деформационной повреждаемостью описывается в ортогональной системе криволинейных координат  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) следующими основными и определяющими уравнениями [1]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\nabla_i \nu_i + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0, \tag{2}$$

$$f(s_{ij}, \Lambda, T) = 0, \tag{3}$$

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \frac{df}{ds_{ij}}, \tag{4}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}(\Lambda, \bar{\sigma}, T), \tag{5}$$

где  $\sigma_{ij}$  — компоненты тензора напряжений;  $\nu_i$  — компоненты вектора скорости;  $s_{ij}$  — девиаторные компоненты напряжений;  $\dot{\epsilon}_{ij}$  — компоненты тензора скорости деформации;  $\Lambda$  — степень деформации сдвига (параметр Одквиста);  $\bar{\sigma} = \sigma/T$  — параметр трехосности напряженного состояния ( $\sigma$  — среднее напряжение,  $T$  — интенсивность касательных напряжений);  $f(s_{ij}, \Lambda, T)$  — пластический потенциал;  $T$  — термодинамическая температура;  $\omega$  — параметр повреждаемости (физико-структурный параметр);  $\dot{\lambda}$  — скалярная величина, пропорциональная мощности пластической деформации;  $\rho$  — плотность материала;  $t$  — время.

Система (1)–(5) состоит из дифференциальных уравнений равновесия (1), условия сплошности (2), уравнения поверхности текучести (3), условия градиентности скоростей деформации (4) и кинетического уравнения деформационной повреждаемости (5).

Шесть уравнений (4) не являются взаимно независимыми и сводятся к трем уравнениям соосности:

$$\frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\sigma_{ij}} = \frac{\dot{\epsilon}_{ii} - \dot{\epsilon}_{jj}}{\sigma_{ii} - \sigma_{jj}} \quad (i, j = 1, 2, 3, i \neq j) \tag{6}$$

и условию подобия

$$\phi_{\dot{\epsilon}} = \phi_{\sigma} \tag{7}$$

девиаторов скорости деформации  $D_{\dot{\epsilon}}$  и напряжения  $D_{\sigma}$  ( $\phi_{\dot{\epsilon}}, \phi_{\sigma}$  — фазовые углы девиаторов).

В дальнейшем в качестве поверхности нагружения  $f = 0$  принимается обобщенная функция текучести Мизеса [6]

$$f(s_{ij}, \Lambda, T) = \frac{1}{2}(s_{ij}s_{ij}) - \tau_S^2(\Lambda, T) = 0, \quad (8)$$

где  $\tau_S$  — предел текучести материала при сдвиге.

Как показали многочисленные эксперименты [7, 8, 9, 10], обобщенная функция текучести (8) вполне удовлетворительно описывает поведение металлических конструкционных материалов при больших конечных деформациях.

Степень деформации сдвига (параметр Одквиста [11])

$$\Lambda = \int_S \sqrt{2(de_{ij}de_{ij} - de_{ii}de_{jj})}, \quad (9)$$

где  $de_{ij}$  — компоненты девиатора приращения деформации  $D_{de}$ .

Интенсивность скоростей деформации сдвига  $H$  связана с параметром Одквиста  $\Lambda$  неголомным уравнением:

$$\frac{d\Lambda}{dt} = H. \quad (10)$$

Значения параметра  $\Lambda$  определяются интегрированием соотношения (9) для каждого известного пути деформации  $s$ , когда приращения деформации  $de_{ij}$  известны.

Уравнение поверхности нагружения (3) совместно с соотношениями (4) определяют ассоциированный закон пластического течения металлов. Условие градиентности (4) позволяет построить определяющие соотношения между скоростями  $\dot{e}_{ij}$  (или приращениями  $de_{ij}$ ), деформациями  $e_{ij}$  и напряжениями  $s_{ij}$  для больших пластических деформаций. Структура соотношений (4), удовлетворяющих функции нагружения (3), устанавливается из принципа минимума работы истинных напряжений на приращениях пластической деформации [11]:

$$\partial\lambda = \dot{\lambda}dt = h d'f, \quad (11)$$

где  $h > 0$  — функция переменных параметров, определяющих физико-механическое состояние материала;  $d'f$  — дифференциал поверхности нагружения  $f = 0$  при неизменных деформациях.

Соотношения (4) с учетом равенства (11) принимают следующий вид:

$$de_{ij} = h \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} d'f. \quad (12)$$

Дифференциал функции нагружения при неизменных деформациях [11]:

$$d'f = \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} + \frac{\partial f}{\partial T} d(T - \delta T_S) > 0, \quad (13)$$

где  $\delta T_S$  — приращение температуры, связанное с диссипативной функцией  $w = s_{ij}\dot{e}_{ij}$ .

Неравенство  $d'f > 0$  является условием активного нагружения (для последующего продолжения пластической деформации).

### 3. Построение определяющих соотношений

Для определения скалярного множителя  $\partial\lambda = h d'f$  необходимо построить функцию текучести Мизеса. Экспериментальные данные свидетельствуют о сильном влиянии на предел текучести степени, температуры, и повреждаемости материала, т.е.:

$$\sigma_S = \tau_S \sqrt{3} = \sigma_S(e_i, T, \omega), \quad (14)$$

где  $e_i = (1/\sqrt{3})\Lambda$  — интенсивность накопленных деформаций.

Зависимость (14) изображается для каждого материала гиперповерхностью  $f = 0$  в пространстве  $\sigma_S, e_i, T, \omega$ . Поверхность  $f = 0$  можно задавать для каждого материала с помощью опорных кривых, построенных на основе опытов с варьируемыми условиями деформации. На основе систематизированных экспериментальных данных используется следующая структура опорных неизотермических кривых упрочнения [1]:

$$\sigma_S = \sigma_S^{из} \exp \left[ -\alpha \left( \frac{T - T_0}{T_{max} - T_0} \right)^q \right], \quad (15)$$

где  $\sigma_S^{из} = \sigma_S^{из}(e_i, T_0, \omega)$  — изотермическая кривая упрочнения, построенная при начальной температуре  $T_0$ ;  $T_{max}$  — максимальная температура обработки;  $\alpha, q$  — параметры температурной зависимости предела текучести.

Характер температурной зависимости предела текучести  $\sigma_S(T)$  описывается снижением энергии активации, т.е. уменьшением энергетического порога для движения дислокаций вследствие термических флуктуаций. Экспоненциальная зависимость предела текучести от температуры (15) выводится из основных соотношений термодинамики для деформируемого металла [12, 13]. Задача построения неизотермических кривых для материалов с переменной структурой сильно усложняется необходимостью определения величин  $T, \alpha, q$ , которые зависят от исходного состояния и пути деформации  $s$ . Изменение температуры  $T$  связано как с эффектом тепловыделения в процессе деформации, так и отводом (или притоком) тепла от обрабатываемого материала.

Рассмотрим определение величин, входящих в зависимость (15). Изменение изотермического предела текучести связывается со степенью деформации  $e_i$  и повреждаемостью  $\omega$ . Величина внутренней энергии упрочнения влияет на связь эффекта тепловыделения с диссипацией энергии формоизменения и учитывается при расчете температуры деформации. Таким образом,

$$\sigma_S^{из} = \sigma_S^{из}(e_i, T_0, \omega). \quad (16)$$

Зависимость изотермического предела текучести от степени деформации может быть аппроксимирована степенной трехпараметрической зависимостью:

$$\sigma_S^{из} = \sigma_{0,2} + B e_i^{(n_0 - n_1 e_i)}, \quad (17)$$

где  $\sigma_{0,2}$  — начальный предел текучести;  $B, n_0, n_1$  — параметры деформационного упрочнения, которые находятся по опытной кривой.

Начальный предел текучести при деформации поликристаллических материалов зависит от размеров зерна. Эта зависимость обусловлена передачей деформации от зерна к зерну и определяется соотношением Холла-Петча [13, 14]:

$$\sigma_{0,2} = \sigma_0 + k_y D^{-\frac{1}{2}}, \quad (18)$$

где  $D$  — средний диаметр зерен;  $\sigma_0$  — сопротивление движению свободной дислокации;  $k_y$  — коэффициент (мера) блокирования.

Величина  $k_y$  пропорциональна напряжению  $\sigma_d$ , необходимому для движения заблокированной дислокации, и зависит от дислокационной структуры металла [13], т.е.

$$k_y = \sigma_d l^{-\frac{1}{2}}, \quad (19)$$

где  $l$  — среднее расстояние от границы зерна до ближайшего источника дислокаций.

На основе экспериментов может быть установлено соотношение между напряжением  $\sigma_d$ , необходимым для движения заблокированной дислокации, и мерой повреждаемости деформационными микродефектами  $\omega$ :

$$\sigma_d = \sigma_{d/\omega=0} + A \omega^m, \quad (20)$$

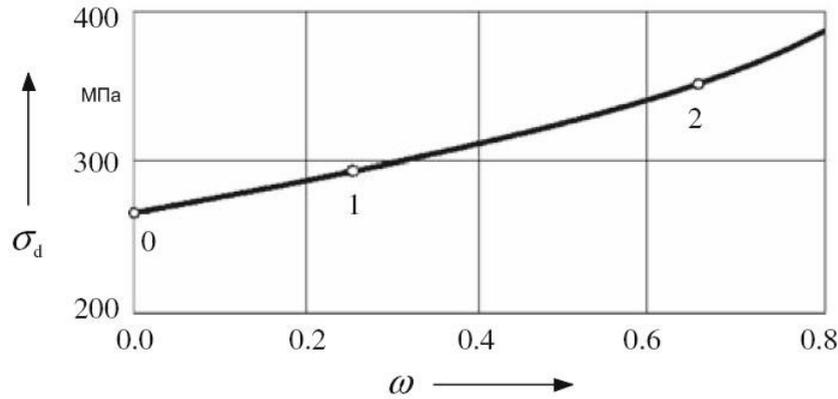


Рис 1. Зависимость между напряжением  $\sigma_d$  и поврежденностью  $\omega$  при пластической деформации (сплав AlMg3)

Таблица 1. Экспериментальное определение функции  $\sigma_d(\omega)$

Стадии деформации	Параметр повреждаемости, $\omega$	Содержание дислокаций, $\rho^*$ , см <sup>-2</sup>	Напряжение, $\sigma_d$ , МПа	Материальные константы	
				$A$ , МПа	$m$
Начальная деформация (точка 1)	0	$10^8$	265	157	1.40
Первая стадия деформации (точка 1)	0.26	$10^9$	289		
Вторая стадия деформации (точка 2)	0.66	$10^{11}$	353		

где  $A$  и  $m$  — параметры степенной функции, вычисляемые по опорным точкам  $0(\omega = 0; \sigma_{d/\omega=0})$ ,  $1(\omega^{(1)}; \sigma_d^{(1)})$  и  $2(\omega^{(2)}; \sigma_d^{(2)})$  опытной зависимости (рис. 1):

$$m = \frac{\ln \frac{\sigma_d^{(2)} - \sigma_{d/\omega=0}}{\sigma_d^{(1)} - \sigma_{d/\omega=0}}}{\ln \frac{\omega^{(2)}}{\omega^{(1)}}}, \quad A = \frac{\sigma_d^{(1)} - \sigma_{d/\omega=0}}{(\omega^{(1)})^m} = \frac{\sigma_d^{(2)} - \sigma_{d/\omega=0}}{(\omega^{(2)})^m}. \quad (21)$$

Для экспериментального определения функции  $\sigma_d(\omega)$  проводились опыты по двухэтапному растяжению предварительно отожженных образцов. После каждого этапа измерялись мера повреждаемости  $\omega$  и плотность дислокаций  $\rho^*$ . Мера повреждаемости  $\omega$  определялась по методике проф. Н.Д. Тутьшкина [5]. Плотность дислокаций  $\rho^*$  оценивалась на основе рентгеноструктурного анализа. Далее по известным зависимостям  $\sigma_d(\rho^*)$  [10] рассчитывалось напряжение  $\sigma_d$ . Результаты экспериментального определения функции (20) приведены в таблице 1.

Можно предположить, что степенной характер зависимости напряжения  $\sigma_d$  от меры повреждаемости  $\omega$  связан с возрастанием плотности дислокаций  $\rho^*$  при пластическом течении материала. Изотермическая зависимость предела текучести при заданных температурно-скоростных условиях деформации с учетом соотношений (17)–(19) принимает вид:

$$\sigma_S^{н3} = \sigma_0 + (\sigma_{d/\omega=0} + A\omega^m) D^{-\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} + B e_i^{(n_0 - n_1 e_i)}. \quad (22)$$

Реологическая зависимость (5) вполне удовлетворительно описывает изменение предела текучести при пластической деформации многих конструкционных металлов. Экспоненциальная

зависимость предела текучести от температуры выводится из основных соотношений термодинамики для деформируемых металлов [9].

Приращение температуры материала, связанное с диссипацией энергии формоизменения, находится из уравнения сохранения энергии

$$da_i = c\rho dT + d\varepsilon^{(\mu)}, \quad (23)$$

где  $a_i$  — удельная работа формоизменения;  $c$  — удельная теплоемкость материала;  $\varepsilon^{(\mu)}$  — внутренняя диссипация энергии, связанная с изменением структурных параметров  $\mu_k$ .

Справедливость уравнения (23) подтверждается экспериментальными данными, согласно которым не вся работа на пластических деформациях переходит в теплоту, часть ее затрачивается на структурные изменения материала. Поэтому в качестве внутренней диссипации энергии принималась внутренняя энергия упрочнения, т.е.  $\varepsilon^{(\mu)} = \varepsilon_n$ . Внутренняя энергия упрочнения определяется в долях работы формоизменения, т.е.  $\varepsilon^{(\mu)} = k^{(\varepsilon_n)}w$ , где  $k^{(\varepsilon_n)} = 0.1 \dots 0.15$  [15]. Долевой коэффициент определяется экспериментально через разность между затраченной работой деформации и выделившейся тепловой энергией в связи с пластической диссипацией. Тепловая энергия определяется калориметрическим способом.

Уравнение поверхности нагружения (8), с учетом зависимости (15), приводится к следующему виду:

$$\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} - (\tau_S^{(из)})^2 \exp\left[-2\alpha\left(\frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}\right)^q\right] = 0 \quad (24)$$

Дифференциал зависимости предела текучести (22) с учетом обозначения  $T^2 = (1/2)s_{ij}s_{ij}$  может быть выражен следующим образом:

$$d'f = 2T \frac{\partial T}{\partial s_{ij}} s_{ij} - 2\tau_S^{(из)} \exp\left[-2\alpha\left(\frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}\right)^q\right] \times \left[-\alpha q \tau_S^{(из)} \left(\frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}\right)^{q-1} d\left(\frac{T - \Delta T_S}{T_{\max} - T_0}\right) + \frac{\partial \tau_S^{(из)}}{\partial \mu_k} + d'\mu_k\right]. \quad (25)$$

Скалярная величина  $h$  принимает вид:

$$h = \frac{1}{4\tau_S^{(из)}T} \exp\left[2\alpha\left(\frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}\right)^q\right] \left(\frac{\partial T}{\partial s_{ij}}\right)^{-1} \times \left[\frac{\partial \tau_S^{(из)}}{\partial e_{ij}} - K_S \alpha q \tau_S^{(из)} \frac{(T - T_0)^{q-1}}{(T_{\max} - T_0)^q} + A_S \frac{\partial \tau_S^{(из)}}{\partial \mu_k}\right]^{-1}, \quad (26)$$

где  $K_S, A_S$  — функции физико-механических параметров материала.

Таким образом, при анализе процессов пластического формоизменения целесообразно рассматривать эволюцию поверхности нагружения с учетом влияющих на нее факторов.

## 4. Заключение

Изложенный связанный подход к решению основных уравнений для механических и структурных характеристик позволит на основе изучения истории пластического формоизменения материала определять важнейшие критериальные параметры, необходимые для обоснованного проектирования технологических процессов (выбор переходов штамповки, формы и размеров полуфабрикатов, исполнительных размеров инструмента, температурно-скоростного режима обработки и т.д.). Этот подход основывается на определении согласованных полей напряжений и скоростей пластического течения в условиях сложного нагружения и предполагает использование более реальных моделей обрабатываемых материалов с учетом их

физико-структурных параметров. Этот подход может быть особенно необходимым при анализе и проектировании нестационарных и скоростных процессов пластического деформирования с сильным изменением напряжений и скоростей деформаций.

## СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тутьшкин Н. Д., Трегубов В. И. Связанные задачи теории повреждаемости деформируемых материалов. /Под ред. Н.Д. Тутьшкина. Тула: ТулГУ–РАРАН, 2016. 267 с.
2. Колмогоров В. Л. Механика обработки металлов давлением. Екатеринбург: Уральский гос. техн. ун-т, 2001. 836 с.
3. McClintock F. A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes // Journal of Applied Mechanics. 1968. Vol. 90. P. 363-371.
4. Bao Y., Wierzbicki T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space // International Journal Mechanical Sciences. 2004. Vol. 46. P. 81-98.
5. Tutyshkin N. D., Müller W. H., Wille R., Zapara M. A. Strain-induced damage of metals under large plastic deformation: Theoretical framework and experiments // International Journal of Plasticity. 2014. Vol. 59. P. 133–151.
6. Майборода В. П., Кравчук А. С., Холин Н. Н. Скоростное деформирование конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1986. 264 с.
7. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
8. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне, 1980. 572 с.
9. Хилл Р. Математическая теория пластичности. / Пер. с англ. Э.И. Григолюка. М.: Гостехиздат, 1956. 407 с.
10. Белл Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч. 2. Конечные деформации. / Пер. с англ. Под ред. А.П. Фалина. М.: Наука, 1984. 432 с.
11. Седов Л. И. Механика сплошной среды. В 2 т. Т.2. М.: Наука, 1984. 560 с.
12. Зайков М.А. Прочность углеродистых сталей при высоких температурах // Журнал технической физики. 1949. Т.19. Вып. 6. С. 684- 695.
13. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твёрдых тел. М.: Металлургия, 1971. 264 с.
14. Бернштейн М. Л. Термомеханическая обработка металлов и сплавов. Т.2. М.: Металлургия, 1968. 575 с.
15. Бернштейн М. Л. Структура деформированных металлов. М.: Металлургия, 1977. 431 с.

## REFERENCES

1. Tutyshkin N. D., Tregubov V. I., 2016, "Related problems of the theory of hardness of deformable materials", Ed. N.D. Tutyshkin, *Tula: TulGU–RARAN*, 267 p. (In Russian)

2. Kolmogorov V. L., 2001, "Mechanics of metal forming", *Ekaterinburg: Ural State Technical University*, 836 p. (In Russian)
3. McClintock F. A., 1968, "A criterion for ductile fracture by the growth of holes", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 90, p.p. 363–371.
4. Bao Y., Wierzbicki T., 2004, "On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 46, p.p. 81–98.
5. Tutyshkin N. D., Müller W. H., Wille R., Zapara M. A., 2014, "Strain-induced damage of metals under large plastic deformation: Theoretical framework and experiments", *International Journal of Plasticity*, Vol. 59, p.p. 133–151.
6. Mayboroda V. P., Kravchuk A. S., Holin N. N., 1986, "High-speed deformation of structural materials *M.: Mechanical Engineering*, 264 p. (In Russian)
7. Kachanov L. M., 1969, "Fundamentals of plasticity theory", *M.: Science*, 420 p. (In Russian)
8. Malmeister A. K., Tamuzh V. P., Teters G. A., 1980, "Resistance of polymer and composite materials", *Riga: Zinatne*, 572 p. (In Russian)
9. Hill R., 1956, "Mathematical Theory of Plasticity", Per. from the English E. I. Grigolyuk, *M.: Gostexizdat*, 407 p. (In Russian)
10. Bell J. F., 1984, "Experimental foundations of mechanics of deformable solid bodies", Part 2, Final strains, Per. from English. Ed. A. P. Falin, *M.: Science*, 432 p. (In Russian)
11. Sedov L. I., 1984, "Mechanics of a continuous environment", In 2 vol., Vol. 2. *M.: Science*, 560 p. (In Russian)
12. Zaikov M. A., 1949, "Strength of carbonaceous steels at high temperatures", *Journal of technical physics*, Vol. 19, Issue 6, p.p. 684–695. (In Russian)
13. Ekobori T., 1971, "Physics and mechanics of destruction and strength of solid bodies", *M.: Metallurgy*, 1971, 264 p. (In Russian)
14. Bernstein M. L., 1968, "Thermomechanical treatment of metals and alloys", Vol. 2, *M.: Metallurgy*, 575 p. (In Russian)
15. Bernstein M. L., 1977, "Structure of deformed metals", *M.: Metallurgy*, 431 p. (In Russian)

Получено 20.12.2020 г.

Принято в печать 21.02.2021 г.