

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 1.

УДК 512.541

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-403-412

На крутых поворотах европейской истории XX столетия

С. С. Демидов

Сергей Сергеевич Демидов — доктор физико-математических наук, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: serd42@mail.ru

Аннотация

Жизнь и творчество выдающегося русского математика Николая Николаевича Лузина (1883 – 1950) пришлось на очень сложный период российской истории: две мировые войны, революции 1917 г., гражданская война, строительство государства нового типа – Союза Советских Социалистических Республик, сопровождавшееся массовым террором, затронувшим все без исключения слои советского общества. На фоне этих драматических событий происходил процесс становления и расцвета Лузина-учёного, создателя одной из ведущих математических школ XX столетия – Московской школы теории функций, ставшей одним из краеугольных камней в фундаменте Советской математической школы. В творчестве Лузина выделяются два периода – первый, посвящённый проблемам метрической теории функций, завершившийся его знаменитой диссертацией «Интеграл и тригонометрический ряд» (1915), и второй, посвящённый преимущественно разработке проблем теории аналитических множеств. В подтексте лужинских исследований стояла проблема структуры арифметического континуума, ставшая сверхзадачей его творчества.

Ключевые слова: Егоров, теория множеств, актуальная бесконечность, Борель, аксиома выбора, континуум-гипотеза, Московская школа теории функций, дескриптивная теория множеств, арифметический континуум.

Библиография: 23 названий.

Для цитирования:

С. С. Демидов. На крутых поворотах европейской истории XX столетия // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 1, с. 403–412.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 1.

UDC 512.541

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-403-412

At the sharp turns of the 20th century European history

S. S. Demidov

Sergei Sergeevich Demidov — doctor of physical and mathematical sciences, M.V. Lomonosov Moscow State University (Moscow).

e-mail: serd42@mail.ru

Abstract

Nikolai Nikolaevich Luzin's life (1883 – 1950) and work of this outstanding Russian mathematician coincided with a very difficult period in Russian history: two World Wars, the 1917 revolutions, the civil war, the construction of a new type of state – the Union of Soviet Socialist Republics, which included collectivization and industrialization, accompanied by the mass terror that without exception affected all the strata of Soviet society. Against the background of these dramatic events took place the process of formation and flourishing of Luzin the scientist, the creator of one of the leading mathematical schools of the XXth century – the Moscow school of function theory, which became one of the cornerstones in the foundation of the Soviet mathematical school. Luzin's work could be divided into two periods: the first one comprises the problems regarding the metric theory of functions, culminating in his famous dissertation "Integral and Trigonometric Series" (1915), and the second one which is mainly devoted to the development of problems arising from the theory of analytic sets. The underlying idea of Luzin's research was the problem of the structure of the arithmetic continuum, which became the super task of his work.

Keywords: Egorov, set theory actual infinity, Borel, axiom of choice, continuum hypothesis, Moscow school of function theory, descriptive function theory, arithmetic continuum.

Bibliography: 23 titles.

For citation:

S. S. Demidov, 2021, "At the sharp turns of the 20th century European history", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 1, pp. 403–412.

Речь пойдёт о творчестве выдающегося русского математика Николая Николаевича Лузина (1883–1950). Свой рассказ начну с событий русской революции 1905 года, открывших новый период российской истории, за которыми в 1914 последовали сражения Первой мировой войны и развернувшиеся в её ходе революции – Февральская и Великая Октябрьская 1917 года. Революции переросли в грандиозную гражданскую войну (1917 – 1922), после завершения которой большевиками во главе с первым председателем Совнаркома РСФСР В.И. Лениным был развёрнут гигантский социальный эксперимент – построение «первого в истории бесклассового общества». После его смерти у руля государства – СССР – встал И.В. Сталин, на правление которого пришлось строительство нового государства – коллективизация и индустриализация страны, наконец страшная война, 75-летие окончания которой мы недавно отмечали.

Все эти события пришлось на сознательную жизнь нашего героя – выходца из семьи мелкого предпринимателя, воспитанника Томской гимназии. Родители мечтали, что их единственный ребёнок станет инженером. Эта профессия была в то время в стране очень престижна,

особенно в Сибири: именно в те годы (1890 – 1901) строился Великий Сибирский путь – легендарный Транссиб. Родители выбрали для сына только-что и с большой помпой открытый Императорский Санкт-Петербургский политехнический институт, родительские амбиции не позволяли довольствоваться только что открывшимся (в 1900 году (!)) Томским политехническим институтом. Однако гимназический аттестат был далеко не блестящим и для поступления в столичный политехникум нужно было выдержать серьёзный конкурс. Неуверенный в своих силах мальчик вынужден был избрать обходной путь. Окончание физико-математического факультета любого российского университета давало право на поступление на старшие курсы столичного политехникума безо всякого конкурса. Для исполнения этого манёвра был выбран Императорский Московский университет.

Осень 1901 года Лузин встретил уже его студентом. Лекции Н.В. Бугаева, Н.Е. Жуковского, Б.К. Млодзиевского, Д.Ф. Егорова, сама атмосфера, там царившая, поразили и увлекли впечатлительного провинциала. *«Как рассказывал сам Н.Н. – читаем мы в [1, с.274 – 275], – первая же лекция по высшей математике решила дело. Годы бездарного преподавания в гимназии не могли проявить совершенно исключительных способностей и вкусов к занятиям математикой, их проявила первая же талантливая лекция университетского профессора. Прослушав её, Н.Н. твёрдо решил, что никаким инженером он не хочет быть и не будет, а будет математиком: вопрос о карьере был решён твёрдо и раз навсегда»* (курсив мой – С.Д.).

Следующим важным шагом в творческой биографии Лузина стало его вхождение в круг находившегося тогда в расцвете сил молодого профессора Д.Ф. Егорова (1869 – 1931), который сумел сразу оценить его математическое дарование. В то же самое время ему открылись и слабые стороны творческой натуры Лузина – отсутствие твёрдости характера, чрезвычайная впечатлительность, мнительность и неуверенность в себе. В соединении с юношеским максимализмом это приводило к нервным срывам, зачастую заканчивавшимся периодами затяжной хандры. Егоров употребил всю силу своего характера и свой выдающийся педагогический дар, чтобы направить развитие своего ученика в правильное русло, внимательно следя за его занятиями и перепадами настроения. Делал он это в высшей степени тактично, скорее подправляя, чем направляя, его развитие. Судить об этом позволяют чудом сохранившиеся его письма Лузину [2].

Причиной первой командировки Лузина в 1905 году, тогда ещё студента (!), в Париж стали революционные события в Москве 1905 – 1906 гг. Узнав о том, что революционно настроенные студенческие приятели устроили в его комнате, которую он снимал на Арбате, склад бомб и прокламаций, Егоров испугался, что его талантливый ученик окажется вовлечённым в революционную деятельность. И он сделал всё возможное, чтобы отправить его в мирный тогда Париж. Мы не знаем, кто финансировал эту поездку – его родители или Министерство Народного Просвещения, руководство которого, обеспокоенное ростом революционных настроений в студенческой среде, искало средства понизить их градус. Одной из таких мер стала практика отправки наиболее одарённых студентов в университеты Западной Европы – подальше от революционной заразы. В Париже Лузин много читал, посещал лекции известных французских математиков и заседания Математического общества и мало-помалу обнаруживал собственные ориентиры в мировой математике того времени. Командировка способствовала формированию его таланта и подготовила почву для вхождения в круг идей теории множеств и теории функций действительного переменного на путях, проложенных французскими математиками – Э. Борелем, Р. Бэром и А. Лебегом. Важно отметить, что именно тогда он обратил особое внимание на точку зрения Бореля на актуальную бесконечность, высказанную им в только что разразившемся знаменитом споре об аксиоме выбора. Этот спор и борелевская позиция в нём сыграют впоследствии важную роль в формировании его идеологии. В Париже он также много размышлял над задачей теории обыкновенных дифференциальных уравнений, кото-

рую избрал темой своего будущего сочинения для получения диплома 1-й степени, дававшего право на «оставление при университете для подготовки к профессорскому званию», то есть, говоря нынешним языком, для оставления в аспирантуре.

Летом 1906 года Лузин вернулся в Москву и, как он написал позднее в своей автобиографии [3, с. 14 – 15], «в 1906 году подал зачётное сочинение на тему “О одном методе интегрирования дифференциальных уравнений”. В том же году кончил Университет с дипломом 1-й степени и был оставлен на кафедре чистой математики профессором Дмитрием Фёдоровичем Егоровым. . . ».

Время с начала 1907 до конца весеннего семестра 1910 года, отведённое Лузину для «приготовления к профессорскому званию», ушло, как и полагается, на сдачу магистерских экзаменов, на выбор темы дальнейших исследований (то есть темы будущей магистерской диссертации) и подготовку первых «пробных лекций». Судя по всему, с выбором темы он долго не мог определиться, и лишь к весне 1909 года она начала проявляться – теория множеств. В апреле этого года в письме к своему университетскому товарищу П.А. Флоренскому, ставшему впоследствии выдающимся богословом и философом, он написал [4, с. 158]: «Летом думаю готовиться к пробным лекциям и разработать несколько тем: “Возможность проективной геометрии трансцендентных кривых” и “Kontinuum-problem”». Выбор Лузиным континуум-гипотезы в качестве темы пробной лекции указывает на включение теории множеств в сферу его особых интересов. Сама континуум-гипотеза становилась сюжетом его постоянных размышлений.

Здесь необходимо сделать следующее замечание. Склонность к философии, к философскому осмыслению своей деятельности, проявилась у Лузина ещё в гимназическую пору. Сам он называл это «отравленностью» философией. И в математике его привлекали вовсе не сложно решаемые задачи и поиск конструкций их решения, остроумных кунштюков, позволяющих обходить возникающие трудности – в отличие от математиков, для которых их наука является своего рода спортом, он не был «решателем задач». Нет. Он был математиком-философом. Эта черта его творческого дарования выделяла его в математическом сообществе и находила своё выражение в самых различных проявлениях. Здесь и начавшаяся на студенческой скамье его дружба с П.А. Флоренским (1882–1937), и избрание в 1929 г. действительным членом Академии наук СССР по разряду «философия». Эту черту его творческой натуры особенно выделил проницательный А. Лебег в своём предисловии к лузинским лекциям об аналитических множествах [5]. Эта черта впоследствии сделала его удобной мишенью для нападок на него философствующих идеологов на советском «математическом фронте». Она же лежит и в основании тех сложностей, которые он испытал при выборе тематики исследований. Его не очень устраивала тема его «кандидатского» сочинения – методы интегрирования дифференциальных уравнений. Его не привлекала перспектива заняться какой-нибудь задачей дифференциальной геометрии в направлении, разрабатываемом его уважаемым учителем, как это сделал его однокашник С.С. Бюшгенс. Для своих занятий он искал объект, обладавший философской глубиной. И таким объектом стал для него арифметический континуум, к размышлениям над тайной которого приступили ещё пифагорейцы. Отсюда и его увлечённость континуум-гипотезой Кантора. Пик напряжения сил, направленных на её решение, пришёлся на период с середины зимы до начала лета 1910 года. Его усилиям она не поддавалась и, отложив её на будущие времена (не забросив вовсе, но отложив), он решил заняться проблемами теории функций действительного переменного. Он даже собирался объявить в университете на осенний семестр курс на эту тему (ведь он же должен был войти в права приват-доцента Московского университета!), но жизненные обстоятельства сложились как бы против его планов, а на самом деле в их пользу. Его научный руководитель сумел добиться для него научной командировки в Гёттинген и Париж.

Гёттинген стал для него началом периода исключительного подъёма. Он погрузился в замечательную творческую атмосферу – работа в тамошних библиотеках, контакты с заме-

чательными математиками (Э. Ландау, Д. Гильбертом и др.), наконец, дружеские общения в кругу находившихся там русских коллег. Это помогло ему не только преодолеть последствия тяжёлого душевного состояния, вызванного неудачей с доказательством континуум-гипотезы, но и найти силы совершить рывок в теорию тригонометрических рядов, в область метрической теории функций, ставшей для него, а впоследствии и для его учеников полем успешных действий. Так начался первый период его славной творческой биографии. Первым видимым успехом на этом пути стала и его первая публикация «*Über eine Potenzreihe*» в становившемся в те годы модным журнале – в *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* (1911, v. 32). Следует заметить, что эта его статья была направлена Лузиным в редакцию журнала по настоянию Э. Ландау – сам бы он ещё долго медлил и не решался. Кроме замечательных результатов, в ней содержащихся, она положила начало его исследованиям в области теории функций комплексного переменного.

Творческое напряжение Лузина на протяжении 1911 года (то есть в весенний семестр в Гёттингене и в осенний в Париже) было очень велико. Его зримым выражением кроме только что названной статьи стала последовавшая уже в 1912 году необычайная публикационная активность: 7 работ, опубликованных в Математическом сборнике (3 статьи) и в *Comptes Rendus* Академии наук Франции (4 сообщения). В них (в [6, 7]), в частности, содержится известная теореме Лузина о C -свойстве. Истоки этих результатов лежат, конечно, в Гёттингене. Продолжением стал Париж 1912 – 1914 годов. Николай Николаевич, хотя и не сразу, но замечательно вписался в здешнее математическое сообщество, прежде всего в окружение Бореля – Лебега – Бэра. С каждым из них выстроились превосходные отношения. Очень близко сошёлся он с А. Данжуа (1884 – 1973). В этой обстановке ему хорошо работалось и писалось. Рождавшиеся результаты немедленно печатались в парижских *Comptes Rendus* (заметки 1911, 1912, 1913, 1914 гг.). Постепенно вырастал корпус его будущей диссертации, которая в основных чертах сложилась к лету 1914 года. Судьба благоволила ему – он успел беспрепятственно пересечь поездом Германию как раз незадолго до начала военных действий на германско-российском фронте, развернувшихся в августе 1914 года.

Война, хотя и внесла серьёзные коррективы в жизнь российского научного сообщества (сократилось финансирование, что привело к замедлению выхода научных изданий, например, «Математического Сборника», и т.д.), не нарушила поступательного характера её течения. В Москве Лузина ждала группа студентов (и каких (!) – среди них мы видим Д.Е. Меньшова, А.Я. Хинчина, П.С. Александрова), подготовленных для него Егоровым будущих его учеников – по российским законам студенты освобождались от призыва в армию. (Это распространялось и на лиц, «оставленных при университете для подготовки к профессорскому званию» и на приват-доцентов.) Лузин сумел закончить и в 1915 опубликовать диссертацию [8], защита которой состоялась 27 апреля 1916 года при официальных оппонентах Д.Ф. Егорове и Л.К. Лахтине. Защита превратилась в настоящий триумф Николая Николаевича: учитывая её особые научные достоинства, Учёный Совет присвоил ему, минуя степень магистра, степень доктора чистой математики.

В 1914 – 1916 гг. сложилось и первое поколение лузинских учеников – легендарная Лузитания. Это и упомянутые Меньшов, Хинчин, Александров. Это и М.Я. Суслин – гениальный самородок из крестьян Саратовской губернии. Он открыл существование нового типа множеств, получивших название A -множеств, или аналитических множеств, ставшее сенсацией в математике того времени. До этого полагали, что во всей многообразной практике математики ограничиваются так называемыми B -множествами, борелевскими множествами. Суслин показал, что это не так – построил пример плоского борелевского множества, проекция которого на прямую не являлась борелевским. Новый класс множеств стал основным объектом исследований лузинской школы, позволивших Лузину и его ученикам занять лидирующие позиции в дескриптивной теории множеств. Здесь нам следует ещё раз остановиться и сделать

несколько замечаний относительно влияния этого события на линии творчества Лузина.

Занимаясь вопросами метрической теории функций (диссертация!), Лузин не оставлял размышлений о природе арифметического континуума, о континуум-гипотезе. Так, уже в 1914 году он выступил с заметкой «Sur un problème de M. Baire» (*Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*. V. 158. P. 1258 – 1261), о которой Егоров в своём отзыве об отчёте Лузина о заграничной командировке заметил следующее (цит. по [3, с. 19]: “Мне думается, что на этом пути Н.Н. Лузин внесёт что-либо новое в фундаментальную задачу о мощности континуума”. Покончив с диссертацией, Лузин, теперь уже доктор чистой математики и экстраординарный профессор Московского университета (в этом звании он был утверждён в декабре 1916), сосредоточил свои и своих учеников усилия на проблемах дескриптивной теории множеств, в частности, на постижении природы арифметического континуума.

Летом 1915 года его студент Александров доказал, что всякое несчётное борелевское множество имеет мощность континуума. Этот результат, опубликованный в 1916 году в *Comptes Rendus* Парижской Академии наук, стал решением проблемы Кантора для борелевских множеств – тех самых, которыми, как полагали в то время, исчерпывается запас множеств, используемых в математике. Открытие Суслина положило конец таким представлениям и вернула континуум-гипотезе её прежнюю притягательность. И сам Лузин, и его ученики занялись открывшимися перспективами. Так начался второй период в его творческой биографии. Пришёлся он на сложное для России время – время революций и гражданской войны.

Время это, тяжело переживавшееся российским обществом (столичные города страдали от недостатка продовольствия и топлива), не положило конец жизни образовательным институтам. В них пришла новая молодёжь, в частности, те, для кого ещё вчера поступление в университет было трудноразрешимой задачей. Например, выходцы из еврейских местечек. И, несмотря на внешние неблагоприятные обстоятельства, школа Лузина тех лет поражает своей творческой активностью. Для её успешного функционирования чрезвычайно важным стало то обстоятельство, что Франция в этой войне была союзником: французские математики (а именно они были признанными лидерами в тематике, разработкой которой была занята школа Лузина) были открыты россиянам для общения, страницы французских математических журналов (в том числе *Comptes Rendus* Академии наук Франции) были к услугам москвичей. И как только вновь начали открываться возможности зарубежных поездок, Лузин и его ученики начали много и успешно перемещаться по крупным европейским математическим центрам, в том числе, конечно, по французским. Насколько французское математическое сообщество близко к сердцу принимало проблемы москвичей показала его вовлечённость в события «дела академика Н.Н. Лузина» [10].

В 1922 году Лузин возвратился из Иваново-Вознесенска, где с 1918 года, скрываясь с группой учеников от голода и холода, царивших в первопрестольной, работал в местном Политехническом институте, и восстановились регулярные заседания его семинара. Именно в те годы сформировалось последнее поколение Лузитании. Уже тогда наметился её распад и образование вокруг Лузина группы учеников (П.С. Новиков, Л.В. Келдыш и др.), с которыми он продолжил занятия дескриптивной теорией множеств. Это были годы наивысшего подъёма второго периода его творчества, отмеченного изданием в 1930 году в Париже его «Лекций об аналитических множествах и их приложениях» (с предисловием А. Лебега и с заметкой В. Серпинского) [5]. В них подводились итоги проведённых им и его учениками исследований по теории аналитических и проективных множеств, намечалась программа дальнейшей работы по детальному изучению структуры арифметического континуума.

Здесь судьба, казалось бы до сих пор благоволившая к Лузину, повернулась к нему спиной. В 1936 году развернулось пресловутое «дело академика Лузина» [11]. И хотя он и вышел из этого «судилища» с минимальными потерями (ещё одна его удача в столкновении с историческими превратностями XX столетия), но вышел надломленным как морально, так и

физически. Вечно неуверенный в себе, впечатлительный и мнительный, Лузин особенно тяжело пережил предательство своих учеников. Будучи слабым здоровьем, он много болел и через четыре с половиной года после окончания войны скончался.

До конца своих дней он размышлял над тайнами устройства арифметического континуума, в частности, над континуум-гипотезой. Её решение в рамках аксиоматической теории множеств в перспективе, намеченной Гильбертом, Лузин не считал достаточным, хотя и признавал его важность и желательность. Кстати, возможность доказательства её независимости от аксиом теории множеств он предвидел задолго до результатов К. Гёделя. Решение, которое могло быть достигнуто (и было достигнуто П. Коэном в 1963) на этом пути, он не считал достаточным. Он не считал в случае арифметического континуума приемлемой ситуацию, сложившуюся в связи с пятым постулатом в геометрии: наличие различных геометрий. Арифметический континуум должен быть единственным. Вот как он сказал об этом ещё в 1927 г. в своём докладе на I Всероссийском съезде математиков [12, с. 515 – 516]: «Первое, что приходит на ум, это то, что установление мощности континуума есть дело свободной аксиомы, вроде аксиомы о параллелях для геометрии. Но в то время, как при инвариантности всех прочих аксиом геометрии Евклида и при варьировании аксиомы о параллелях меняется самый смысл произнесённых или написанных слов: точка, прямая и т.д. – смысл каких слов должен меняться, если мы делаем мощность континуума подвижной на алефической шкале, всё время доказывая непротиворечивость этого движения? Мощность континуума, если только мыслить его, как множество точек, есть единая некая реальность и она должна находиться на алефической шкале там, где она на ней есть; нужды нет, если определение этого места затруднительно или, как прибавил бы Адамар, даже невозможно для нас, людей».

Медленно приходя в себя после событий «дела», Лузин, судя по всему, не чувствовал в себе сил, достаточных для того, чтобы на прежнем уровне продолжать трудиться над изучением структуры арифметического континуума. Он переключился на старые задачи, над которыми размышлял в прежние годы, но не доводил их решение до конца – актуальным для него было тогда совсем другое. Так он взялся за классическую со времён К.М. Петерсона проблему изгиба на главном основании и мастерски справился с ней, своими результатами по существу закрыв эту проблематику. Вопросы же, поставленные в его парижских лекциях 1930 года, исследовали и решали уже ученики или даже ученики его учеников – об этом. см., например, в [13 – 15]. Изучение возникающей здесь проблематики продолжается и поныне – см. [16 – 23].

Арифметический континуум, к изучению которого приступили ещё пифагорейцы, продолжает волновать математиков по сию пору. В их ряду был и Лузин. Размышления о континууме, пробуждённые в нём в студенческие годы знаменитым спором об аксиоме выбора, сопровождали его всю жизнь. Вокруг этих размышлений формировалась его идеология – вариант эффективизма. Наиболее полное выражение его взглядов на актуальную бесконечность мы находим в его парижских лекциях [5]. Здесь он говорит о возможных пределах, до которых может доходить в своих построениях математик, ведомый идеей актуальной бесконечности, дабы вводимые им сущности выстраивались эффективно, а не оказывались виртуальными фикциями.

В ряду проблем, затронутых в этих лекциях, задача реформирования наших идей об арифметическом континууме. Он писал [12, с. 269]: «вполне определимых иррациональных чисел имеется лишь счётное множество . . . Таким образом, арифметический континуум заведомо содержит неопределимые точки. Эти точки, каждая из которых имеет бесконечное определение, являются паразитическими во всяком рассуждении, которое можно сделать эффективно . . . ». Так что одной из проблем, стоящих перед математикой, становится задача «очищения» арифметического континуума от паразитических образований.

В завершение моего доклада, оправдывая его название, естественно поставить вопрос о влиянии драматических событий европейской истории первой половины XX века на творчество Николая Николаевича Лузина – в какой мере они способствовали или наоборот препятствовали раскрытию творческого потенциала знаменитого математика? Ясно, что «наш жестокий век» мог предложить широкий спектр возможных вариантов такого влияния на творческий путь математика, коему выпала доля жить и действовать в столь сложное время. Вариантов преимущественно негативных. За примерами ходить далеко не приходится – достаточно вспомнить о судьбе киевского математика М.Ф. Кравчука (1892 – 1942), сгинувшего в пучине Гулага. Николаю Николаевичу чрезвычайно повезло – негативные проявления сурового века либо не задели его вовсе, либо даже послужили ему на пользу. И даже угодив в 53 года в громкий политический скандал, он вышел из него с минимальными возможными потерями. По меркам сурового времени ничтожными – утратой административных позиций в академическом мире, серьёзным ударом по здоровью, изначально слабому. Конечно, он ещё много мог бы сделать в реализации научной программы, намеченной в парижских лекциях 1930 года [5] и даже сверх неё. Но, скажем так, он кое-что всё же успел сделать, а там, где не успел, поработали его ученики – с их (прежде всего П.С. Новикова и Л.В. Келдыш) успехами может ознакомиться каждый желающий (см. [13 – 23]). Конечно, самые смелые ожидания пока не оправдались: реформирование арифметического континуума до сих пор ещё не случилось. Но значимость самого объекта – арифметического континуума – повышает ставки. Николай Николаевич до сих пор, то есть через 70 лет после смерти, живёт в математике – учениками своих учеников, своими идеями, касающимися не эфемерных концепций математической мысли, но фундаментальных её объектов, таких, как арифметический континуум.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тюлина А.К. Об одной рукописи неизвестного автора (к биографии Н.Н. Лузина) // Историко-математические исследования. Сер. 2. 2006. Вып. 11 (46). С. 267 – 306.
2. Письма Д.Ф. Егорова к Н.Н. Лузину. Предисловие П.С. Александрова. Публикация и примечания Ф.А. Медведева при участии А.П. Юшкевича // Историко-математические исследования. 1980. Вып. 25. С. 335 – 361.
3. Волков В.А. Д.Ф. Егоров: новые архивные документы (к истории Московской математической школы) // Историко-математические исследования. Сер. 2. 2005. Вып. 10 (45). С. 13 – 19.
4. Переписка Н.Н. Лузина с П.А. Флоренским. Публикация, предисловие и примечания С.С. Демидова, А.Н. Паршина, С.М. Половинкина, П.В. Флоренского) // Историко-математические исследования. 1989. Вып. 31. С. 116 – 125.
5. Lusin N. Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications. Préface de M. Henri Lebesgue; une note de M. Waclaw Sierpinski. Paris: Gauthier-Villars. 1930. P. 328.
6. Лузин Н.Н. К основной теореме интегрального исчисления // Математический сборник. 1912. Т. 28. Вып. 2. С. 266 – 294.
7. Lusin N. Sur les propriétés des fonctions mesurables // C.R. Acad. Sc. Paris. 1912. V. 154. P. 1688 – 1690.
8. Лузин Н.Н. Интеграл и тригонометрический ряд. М. : тип. Лисснера и Собко. 1915.
9. Игошин В.И. Михаил Яковлевич Суслин. 1894 – 1919. М.: Наука. Физматлит. 1996.

10. Дюгак П. «Дело» Лузина и французские математики // Историко-математические исследования. Сер. 2. 2000. Вып. 5 (40). С. 119 – 142.
11. Дело академика Николая Николаевича Лузина. Москва: Изд-во МЦНМО. 2019.
12. Лузин Н.Н. Собрание сочинений. Т. 2. Москва: Изд-во АН СССР. 1958.
13. Келдыш Л.В., Новиков П.С. Работы Н.Н. Лузина в области дескриптивной теории множеств // Успехи математических наук. 1953. Т. 8. Вып. 2(54). С. 93 – 104.
14. Келдыш Л.В. Идеи Н.Н. Лузина в дескриптивной теории множеств // Успехи математических наук. 1974. Т. 29. Вып. 5(179). С. 183 – 196.
15. Успенский В.А. Вклад Н.Н. Лузина в дескриптивную теорию множеств и функций: понятия, проблемы, предсказания // Успехи математических наук. 1985. Т. 40. Вып. 3 (243). С. 85 – 116.
16. Кановой В.Г. Развитие дескриптивной теории множеств под влиянием трудов Н.Н. Лузина // Успехи математических наук. 1985. Т. 40. Вып. 3(243). С. 117 – 155.
17. Богачёв В.И. Лузинские мотивы в современных исследованиях // Современные проблемы математики и механики. М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ. 2013. Т.8. Вып. 2. С. 4 – 24.
18. Moschovakis Y. Descriptive Set Theory. Amsterdam: North Holland. 1980.
19. Кановой В.Г., Любецкий В.А. Современная теория множеств: начала дескриптивной динамики. М.: Наука. 2007.
20. Kanovei V. Borel Equivalence Relations; Structure and Classification. New York: American Mathematical Society, 2008. (University Lecture Series of AMS. Vol. 44).
21. Gao S. Invariant Descriptive Set Theory. Boca Raton, FL: CRC Press. 2009.
22. Кановой В.Г., Любецкий В.А. Современная теория множеств: борелевские и проективные множества. М.: МЦНМО, 2010.
23. Кановой В.Г., Любецкий В.А. Современная теория множеств: абсолютно неразрешимые классические проблемы. М.: МЦНМО, 2013.

REFERENCES

1. Tyulina A. K., 2006, About one manuscript of an unknown author (to the biography of N. N. Luzin) // Historical and mathematical research. Ser. 2. Issue 11 (46). pp. 267 – 306.
2. Letters of D. F. Yegorov to N. N. Luzin. Preface by P. S. Alexandrov. Publication and notes of F. A. Medvedev with the participation of A. P. Yushkevich // Historical and Mathematical Research. 1980. Issue 25. pp. 335-361.
3. Volkov V. A., “D. F. Yegorov: novye archivnye dokumenty (k istorii Moskovskoy matematicheskoy shkoly)” [New Archival documents (on the history of the Moscow Mathematical School)].
4. Correspondence of N. N. Luzin with P. A. Florensky. Publication, preface and notes by S. S. Demidov, A. N. Parshin, S. M. Polovinkin, P. V. Florensky), Historical and Mathematical Studies. 1989. Issue 31. pp. 116-125.

5. Lusin N., 1930, Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications. Préface de M. Henri Lebesgue; une note de M. Waclaw Sierpinski. Paris: Gauthier-Villars, pp. 328.
6. Luzin N. N., 1912, On the main theorem of integral calculus // Mathematical collection., Vol. 28. Issue. 2. pp. 266-294.
7. Lusin N., 1912, Sur les propriétés des fonctions mesurables // C.R. Acad. Sc. Paris.. V. 154. pp. 1688 – 1690.
8. Luzin N. N., 1915, Integral and trigonometric series. M.: tip. Lissner and Sobko.
9. Igoshin V. I., 1996, Mikhail Yakovlevich Suslin. Moscow: Nauka. Fizmatlit, pp. 1894-1919.
10. Dugak P. 2000, "The Case" Luzin and French mathematicians // Historical and mathematical research. Ser. 2. Issue 5 (40). pp. 119-142.
11. The case of Academician Nikolai Nikolaevich Luzin. Moscow: ICNMO Publishing House. 2019.
12. Luzin N. N., 1958, Collected works. Vol. 2. Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences.
13. Keldysh L. V., Novikov P. S., 1953, Works of N. N. Luzin in the field of descriptive set theory // Uspekhi matematicheskikh nauk. Vol. 8. Issue 2 (54). pp. 93-104.
14. Keldysh L. V. 1974, Ideas of N. N. Luzin in descriptive set theory // Uspekhi matematicheskikh nauk. Vol. 29. Issue 5 (179). pp. 183-196.
15. Uspensky V. A. 1985, "N. N. Luzin's contribution to the descriptive theory of sets and functions: concepts, problems, predictions", Uspekhi matematicheskikh nauk. Vol. 40. Issue 3 (243). pp. 85 – 116.
16. Canovei V. G. 1985, Development of descriptive set theory under the influence of the works of N. N. Luzin // Uspekhi matematicheskikh nauk. Vol. 40. Issue 3 (243). pp. 117 – 155.
17. Bogachev V. I. Luzinskiye motivy v sovremennykh issledovaniyakh [Luzinskiye motivy v sovremennykh issledovaniyakh] // Sovremennyye problemy matematiki i mekhaniki [Modern Problems of Mathematics and Mechanics]. 2. pp. 4-24.
18. Moschovakis Y. 1980, Descriptive Set Theory. Amsterdam: North Holland.
19. Canovei V. G., Lyubetsky V. A., 2007, Modern set theory: the beginnings of descriptive dynamics.
20. Kanovei V., 2008, "Borel Equivalence Relations; Structure and Classification". New York: American Mathematical Society, (University Lecture Series of AMS. Vol. 44).
21. Gao S., 2009, Invariant Descriptive Set Theory. Boca Raton, FL: CRC Press.
22. Canovei V. G., Lyubetsky V. A., 2010, "Modern set theory: Borel and projective sets." Moscow: ICNMO.
23. Canovei V. G., Lyubetsky V. A., 2013, "Modern set theory: absolutely unsolvable classical problems." Moscow: ICNMO.

Получено 22.12.2020 г.

Принято в печать 21.02.2021 г.