ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 1.

УДК 621.785.539

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-390-402

Математические закономерности изменения характеристик процесса трения пористого композиционного материала на основе меди, содержащего масло с частицами графена¹

А. Д. Бреки, С. Г. Чулкин, А. Г. Колмаков, О. В. Кузовлева, А. Е. Гвоздев,
Е. В. Мазин, А. М. Кузьмин

Александр Джалюльевич Бреки — кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт проблем машиноведения РАН (г. Санкт-Петербург).

e-mail: albreki@yandex.ru

Сергей Георгиевич Чулкин — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (г. Санкт-Петербург).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Алексей Георгиевич Колмаков — доктор технических наук, профессор, ИМЕТ РАН (г. Москва).

e-mail: kolmakov@imet.ac.ru

Ольга Владимировна Кузовлева — кандидат технических наук, доцент, Российский государственный университет правосудия (г. Москва).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Александр Евгеньевич Гвоздев — доктор технических наук, профессор, Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: gwozdew.alexandr2013@yandex.ru

Евгений Владимирович Мазин — ООО НПО «Графеновые материалы» (г. Санкт-Петербург).

e-mail: mazinev@mail.ru

Алексей Михайлович Кузьмин — АО «ЦКБМ» (г. Санкт-Петербург).

e-mail: kuzmin_am@ckbm.ru

Аннотация

В работе приведены результаты исследования процессов трения скольжения пористого материала на основе меди, пропитанного смазочным маслом с дисперсными частицами фторированного графена. Установлены математические закономерности изменения характеристик фрикционного взаимодействия. Показано, что закономерности изменения средней силы трения имеют сигмоидально-ступенчатый характер. Получены экспериментальные результаты, показывающие, что с увеличением концентрации агрегатов из чешуек фторированного графена в смазочном масле средняя сила трения и коэффициент трения снижаются, при этом наблюдается хороший антифрикционный эффект. Показано, что средняя работа силы трения, а соответственно и энергетические потери на трение, при добавлении в смазочное масло 0,01% агрегатов из чешуек фторированного графена уменьшается на 3721 Дж, а при добавлении 0,1% — на 4098 Дж. Установлено, что средний коэффициент трения при добавлении в смазочное масло 0,01% агрегатов из чешуек фторированного графена уменьшается на 27%, а при добавлении 0,1% — на 30%.

¹Исследование выполнено при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Научного центра мирового уровня по направлению "Передовые цифровые технологии" СПбПУ (соглашение от 17.11.2020 № 075-15-2020-934).

Ключевые слова: пористый материал на основе меди, сигмоидально-ступенчатые закономерности трения, смазочная композиция, трение, фторированный графен.

Библиография: 23 названия.

Для цитирования:

А. Д. Бреки, С. Г. Чулкин, А. Г. Колмаков, О. В. Кузовлева, А. Е. Гвоздев, Е. В. Мазин, А. М. Кузьмин, Математические закономерности изменения характеристик процесса трения пористого композиционного материала на основе меди, содержащего масло с частицами графена // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 1, с. 390–402.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 1.

UDC 621.785.539

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-1-390-402

Mathematical regularities of changes in the characteristics of the friction process of a porous composite material based on copper containing oil with graphene particles

A. D. Breki, S. G. Chulkin, A. G. Kolmakov, O. V. Kuzovleva, A. E. Gvozdev,
E. V. Mazin, A. M. Kuzmin

Alexander Dzhalyulyevich Breki — candidate of technical sciences, associate professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Problems of Machine Science of the Russian Academy of Sciences (Saint Petersburg).

e-mail: albreki@yandex.ru

Sergey Georgievich Chulkin — doctor of technical sciences, professor, Saint Petersburg State Marine Technical University (Saint Petersburg).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Alexey Georgievich Kolmakov — doctor of technical sciences, professor, IMET RAS (Moscow).

e-mail: kolmakov@imet.ac.ru

Olga Vladimirovna Kuzovleva — candidate of technical Sciences, docent, Russian State University of justice (Moscow).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Alexandr Evgenyevich Gvozdev — doctor of engineering, professor, Tula State Pedagogical University L.N. Tolstoy (Tula).

e-mail: gwozdew.alexandr2013@yandex.ru

Evgeny Vladimirovich Mazin — LLC NPO «Graphene materials» (Saint Petersburg).

e-mail: mazinev@mail.ru

Alexey Mikhaylovich Kuzmin — JSC «TSKBM» (Saint Petersburg).

e-mail: kuzmin_am@ckbm.ru

Abstract

The paper presents the results of a study of the sliding friction processes of a porous copper-based material impregnated with lubricating oil with dispersed particles of fluorinated graphene. Mathematical regularities of changes in the characteristics of the friction interaction are established. It is shown that the regularities of changes in the average friction force have a sigmoid-step character. Experimental results have been obtained showing that with an increase in the concentration of aggregates from flakes of fluorinated graphene in the lubricating oil, the average friction force and coefficient of friction decrease, while a good anti-friction effect is

observed. It is shown that the average work of the friction force, and consequently the energy losses due to friction, when adding 0.01% of aggregates from fluorinated graphene flakes to the lubricating oil decreases by 3721 j, and when adding 0.1% — by 4098 j. It was found that the average coefficient of friction when adding 0.01% of fluorinated graphene flake aggregates to the lubricating oil decreases by 27%, and when adding 0.1% — by 30%.

Keywords: copper-based porous material, sigmoid-step friction patterns, lubricant composition, friction, fluorinated graphene.

Bibliography: 23 titles.

For citation:

A. D. Breki, S. G. Chulkin, A. G. Kolmakov, O. V. Kuzovleva, A. E. Gvozdev, E. V. Mazin, A. M. Kuzmin, 2021, "Mathematical regularities of changes in the characteristics of the friction process of a porous composite material based on copper containing oil with graphene particles", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 1, pp. 390–402.

1. Введение

Известно, что терморасширенный графит обладает рядом ценных свойств [1]: чрезвычайно низкой плотностью и высокой адсорбционной способностью, этот материал хорошо прессуется, что позволяет изготавливать на его основе графитовую фольгу, а также различные функциональные материалы, особое место среди которых занимают антифрикционные, а среди них отдельную группу образуют порошкообразные добавки в смазочные масла.

В 2010 г. было реализовано открытие графена [2] — слоя углерода толщиной в один атом, состоящего из конденсированных шестичленных колец. Атомы углерода в графене соединены sp^2 -связями в гексагональную двумерную решетку [3, 4].

Различные научные исследования показали, что однослойный графен обладает особым комплексом электрофизических, механических, оптических и тепловых свойств [4, 5, 6]. С другой стороны, появляются исследования как в области физики: «квантовое трение и графен» [7], так и в области машиностроения [8, 9], в которых рассматриваются трибологические свойства графена. Антифрикционные свойства графена при трении стальных поверхностей представлено в работе [10]. Также графен исследуется как элемент жидких смазочных композиций [8, 11]. Действительно, естественно предположить, что поскольку графит обладает хорошими антифрикционными свойствами, то и графен, и материалы на его основе также могут способствовать снижению трения. Соответственно, поскольку порошкообразные добавки графита в смазочные масла приводят к снижению трения, то и порошкообразные добавки графена могут приводить к подобным результатам.

Исследований жидких смазочных композиций, состоящих из современных смазочных масел, содержащих конгломераты (агрегаты) графена, в настоящее время мало. В связи с этим в данной работе реализовано исследование влияния агрегатов фторированного графена на трение пористых тел из железа, пропитанных смазочной композицией.

2. Материалы и методика исследования

В качестве дисперсионной среды для создания смазочных композиций с высокодисперсными агрегатами фторированного графена использовали смазочное масло марки Kluber Constant GLY 2100.

Технические характеристики выбранного смазочного масла приведены в таблице 1.

Таблица 1: Технические характеристики базового масла

№	Технические характеристики изделия	CONSTANT GLY 2100
1.	Цвет	Светло-коричневый
2.	Структура	Гомогенное высоко-вязкое
3.	Температурный диапазон использования, ° C	–40, +140
4.	Плотность при 20° C, г/мл	0,84
5.	Показатель преломления при 20° C	1,464
6.	Кинематическая вязкость при 40° C / мм/с ²	55
7.	Кинематическая вязкость при 100° C / мм/с ²	9

Наполнителем для данного смазочного масла выбраны высокодисперсные конгломераты из чешуек фторированного графена, произведённого в ООО НПО «Графеновые материалы» (рис. 1).

Рис. 1: Конгломераты из чешуек фторированного графена

Предварительно был проведён анализ исследуемой порошкообразной добавки. Спектры комбинационного рассеивания записаны при комнатной температуре. В качестве источника монохроматического излучения использовался аргоновый лазер (514,5 нм, мощностью 30 мВт).

Спектр комбинационного рассеяния (КР) графеновых агрегатов, представленных на рис. 2, показывают наличие пика при 1580 см⁻¹ (графитовая G-линия), а также характерный

для графена симметричный пик при 2687 см^{-1} ($2D$ линия). Высокое отношение IG/I_{2D} свидетельствует о многослойности графена. Наличие пика с высокой интенсивностью при 1350 см^{-1} (D -линия), подтверждает присутствие дефектов (относится к неупорядоченным дезориентированным графитовым слоям) [12].

Рис. 2: Спектр КР графеновых агрегатов

Таким образом, выбранный углеродный продукт представляет собой многослойные графеновые агрегаты (дефектные слои).

Образцы для пропитки смазочной композицией с агрегатами фторированного графена были получены прессованием из порошка меди марки ПМС-1, соответствующего ГОСТ 4960-2009, с размерами частиц до 100 мкм. Пористость образцов составляла 30%. Геометрические размеры образцов прямоугольной формы составляли $10,5 \times 6 \times 3$ мм. Перед испытаниями чистые образцы погружались в базовое масло и смазочные композиции с концентрацией 0,01 и 0,1% по массе фторированного графена на 10 суток для пропитки.

Для реализации сравнительного исследования антифрикционных свойств пропитанных образцов, в условиях трения скольжения по круговой траектории по схеме «ролик – плоскость» была использована универсальная машина трения модели ИИ 5018.

Подвижный образец (ролик) состоял из стали ШХ15. Пропитанные образцы были жёстко фиксированы и неподвижны в процессе трения. Трущиеся образцы предварительно приводились в контактное взаимодействие. При установлении математических закономерностей изменения характеристик фрикционного взаимодействия и анализе экспериментальных данных использовали авторские методики и псевдослучайный поиск, основанный на применении теоретико-числовых сеток [14, 18, 20, 21, 22, 23]. Смазывание трибосистемы в процессе трения реализовывалось за счёт выдавливания смазочной композиции из пропитанного образца. Контактное взаимодействие подвижного и неподвижного образцов реализовывалось с нормальной силой $N = 40$ Н. Частота вращения подвижного образца составляла $n = 300\text{ мин}^{-1}$ ($v = 0,785\text{ м/с}$). Диаметр ролика (подвижного образца) составлял 50 мм. Время одного полного испытания составляло 600 с ($s = 471\text{ м}$). Пропитанные образцы прижимались к ролику стороной с площадью 18 мм^2 .

3. Результаты исследований и их обсуждение

Графики зависимости силы трения от времени для медных образцов, пропитанных смазочным маслом, не содержащих агрегатов деформированных чешуек фторированного графена, показаны на рис. 3.

Рис. 3: Зависимости от времени для базового масла: а) силы трения скольжения; б) средней силы трения скольжения

Представленная на рис. 3 б зависимость средней силы трения от времени аналитически выражается следующим образом:

$$F_f(t) = \frac{18}{1 + \exp(-7,3(t - 0,5))} + \frac{10,7}{1 + \exp(-0,55(t - 3))} + \frac{2}{1 + \exp(-2,1(t - 17))} - \frac{1,4}{1 + \exp(-0,5(t - 100))}, \quad (1)$$

где F_f — средняя сила трения, t — время. Средняя сила трения за некоторый интервал времени определяется по формуле:

$$F_f = \frac{\int_{t_0}^{t_k} F_f(t) dt}{t_k - t_0} = \frac{I_f}{\Delta t_f}, \quad (2)$$

где I_f импульс силы трения за интервал времени длиной Δt_f , t_0, t_k начальная и конечная точки интервала времени.

Соответственно средняя сила трения за весь интервал времени трения составила:

$$F_f = \frac{\int_0^{600} \left(\frac{18}{1 + \exp(-7,3(t - 0,5))} + \frac{10,7}{1 + \exp(-0,55(t - 3))} + \frac{2}{1 + \exp(-2,1(t - 17))} - \frac{1,4}{1 + \exp(-0,5(t - 100))} \right) dt}{600c} = \frac{17641,4Hc}{600c} \approx 29,4H \quad (3)$$

Средняя работа силы трения равна:

$$A_f = \frac{s \cdot \int_{t_0}^{t_k} F_f(t) dt}{t_k - t_0} = \frac{s \cdot I_f}{\Delta t_f} = 29,4H \cdot 471м = 13847,4Дж, \quad (4)$$

где s — путь трения.

Средний коэффициент трения в этом случае равен:

$$f = \frac{\int_{t_0}^{t_k} F_f(t) dt}{N(t_k - t_0)} = \frac{I_f}{N \Delta t_f} = \frac{29,4H}{40H} \approx 0,74, \quad (5)$$

где N — фиксированная нормальная нагрузка.

Графические зависимости силы трения от времени для медных образцов, пропитанных базовым смазочным маслом, содержащем 0,01% порошка фторированного графена, показаны на рис. 4.

Рис. 4: Зависимости от времени для масла с 0,01% графена: а) силы трения скольжения; б) средней силы трения скольжения

Представленная на рис. 4 b зависимость средней силы трения от времени при использовании масла, содержащего 0,01% порошка фторированного графена, аналитически выражается следующим образом:

$$F_f(t) = \frac{21,5}{1 + \exp(-0,47(t - 5))} + \frac{0,39}{1 + \exp(-0,37(t - 330))}. \quad (6)$$

Соответственно средняя сила трения за весь интервал времени трения равна:

$$F_f = \frac{\int_0^{600} \left(\frac{21,5}{1 + \exp(-0,47(t - 5))} + \frac{0,39}{1 + \exp(-0,37(t - 330))} \right) dt}{600с} = \frac{12893,6Hс}{600с} \approx 21,5H. \quad (7)$$

Средняя величина работа силы трения равна:

$$A_f = \frac{s \cdot I_f}{\Delta t_f} = 21,5H \cdot 471м = 10126,5Дж. \quad (8)$$

Средний коэффициент трения в этом случае равен:

$$f = \frac{I_f}{N \Delta t_f} = \frac{21,5H}{40H} \approx 0,54. \quad (9)$$

Графики зависимости силы трения от времени для медных образцов, пропитанных базовым смазочным маслом, содержащем 0,1% порошка фторированного графена, показаны на рис. 5.

Рис. 5: Зависимости от времени для масла с 0,1% графена: а) силы трения скольжения; б) средней силы трения скольжения

Представленная на рис. 5 б зависимость средней силы трения от времени при использовании масла, содержащего 0,1% порошка фторированного графена, аналитически выражается следующим образом:

$$F_f(t) = \frac{21,3}{1 + \exp(-0,47(t - 5))} - \frac{0,8}{1 + \exp(-0,37(t - 270))}. \quad (10)$$

Соответственно средняя сила трения за весь интервал времени трения равна:

$$F_f = \frac{\int_0^{600} \left(\frac{21,3}{1 + \exp(-0,47(t - 5))} - \frac{0,8}{1 + \exp(-0,37(t - 270))} \right) dt}{600c} = \frac{12405,37Hc}{600c} \approx 20,7H \quad (11)$$

Средняя работа силы трения равна:

$$A_f = \frac{s \cdot I_f}{\Delta t_f} = 20,7H \cdot 471м = 9749,7Дж. \quad (12)$$

Средний коэффициент трения в этом случае равен:

$$f = \frac{I_f}{N \Delta t_f} = \frac{20,7H}{40H} \approx 0,52. \quad (13)$$

Аппроксимация и анализ экспериментальных данных осуществлялись по аналогии с работами [13, 14, 15, 16, 17, 18, 19].

При анализе смазочного действия смазочной композиции следует отметить следующее:

1. При создании смазочной композиции полярно-активные молекулы масла адсорбируются на агрегаты из чешуек фторированного графена (рис. 6 а).

Рис. 6: Схематическое представление адсорбции полярно-активных молекул масла (1): а) на поверхности чешуек (2) агрегата графена; б) на поверхности поры

2. В процессе пропитки в поры принимают агрегаты фторированного графена с адсорбированными на них полярно-активными молекулами масла, часть которых адсорбируется на поверхность внутри пор (рис. 6 б).
3. При контактном взаимодействии пропитанного образца с цилиндром происходит выдавливание смазочной композиции с агрегатами графена, в результате чего происходит взаимодействие полярно-активных веществ, адсорбированных на поверхности графена и его чешуек с поверхностью цилиндра (рис. 7).

Рис. 7: Схематическое представление выдавливания смазочного масла с агрегатами графена в область фрикционного контакта: 1 – пропитанное пористое тело; 2 – смазочный слой; 3 – тело без пор

4. При относительном перемещении трущихся тел трение снижается, с одной стороны, за счёт наличия полярно-активных молекул масла, а с другой стороны, за счёт слабых связей между чешуйками агрегатов фторированного графена.
5. В процессе изнашивания, наряду с частицами износа в зону трения попадают частицы

графена, обладающие антифрикционным действием. В связи с этим, смазочные композиции снижают трение лучше, чем базовое смазочное масло.

6. Повышение концентрации в масле агрегатов фторированного графена не приводит к существенному снижению трения относительно меньшей концентрации, что может быть связано с выдавливанием из пор относительно равных объёмов смазочного вещества в зону трения, с учётом повышения вязкости [19].

4. Выводы

На основе проведённого исследования трения скольжения пористого материала на основе меди, пропитанного смазочным маслом с дисперсными частицами фторированного графена, можно сделать следующие основные выводы:

1. Установлено, что математические закономерности кинетических изменений средней силы внешнего трения скольжения пористого материала на основе меди, пропитанного смазочным маслом с дисперсными частицами фторированного графена, по поверхности цилиндра из стали ШХ15 имеют сигмоидально-ступенчатый характер.
2. Выявлено, что с увеличением концентрации агрегатов из чешуек фторированного графена в смазочном масле средняя сила и коэффициент трения снижаются.
3. Показано, что средняя работа силы трения, а соответственно и энергетические потери на трение, при добавлении в смазочное масло 0,01% агрегатов из чешуек фторированного графена уменьшается на 3720,9 Дж, а при добавлении 0,1% — на 4097,7 Дж.
4. Обосновано, что средний коэффициент трения при добавлении в смазочное масло 0,01% агрегатов из чешуек фторированного графена уменьшается на 27%, а при добавлении 0,1% — на 30%.
5. Рекомендовано, что для пропитки экономически целесообразно использовать смазочное масло с 0,01% агрегатов из чешуек фторированного графена, поскольку существенное повышение концентрации не приводит к ощутимому антифрикционному эффекту.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев М. Е. Моделирование и синтез оксида графена из терморасширенного графита / М. Е. Соловьев, А. Б. Раухваргер, Н. Г. Савинский, В. И. Иржак // Журнал общей химии. 2017. Т. 87. № 4. С. 677-683.
2. Novoselov K. S., Geim A. K., Morozov S. V. et. al. Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films // Science. 2004. V. 306. № 5696. P. 666–669.
3. Ткачев С. В. Графен — новый углеродный наноматериал / С. В. Ткачев, Е. Ю. Буслаева, С. П. Губин // Неорганические материалы. 2011. Т. 47. № 1. С. 5–14.
4. Ткачев С. В. Графен, полученный восстановлением оксида графена / С. В. Ткачев, Е. Ю. Буслаева, А. В. Наумкин, С. Л. Котова, И. В. Лауре, С. П. Губин // Неорганические материалы. 2012. Т. 48. № 8. С. 909.
5. Geim A. K., Novoselov K. S. The Rise of Graphene // Nature Mater. 2007. V. 6. № 3. P. 183–191.
6. Губин С. П., Ткачев С. В. Графен и родственные наноформы углерода / С. П. Губин, С. В. Ткачев. М.: Книжный дом «Либроком», 2012. 104 с.

7. Волокитин А.И. Квантовое трение и графен / А.И. Волокитин // Природа. 2011. № 9 (1153). С. 13-21.
8. Легконогих Н.И. Смазочная способность графена при использовании в парах трения «сталь-железо» и «сталь-бронза» / Н.И. Легконогих // Автоматизированное проектирование в машиностроении. 2020. № 8. С. 48-50.
9. Novikova A. A., Burlakova V. E., Varavka V. N., Uflyand I. E., Droган E. G., Irkha V. A. Influence of glycerol dispersions of graphene oxide on the friction of rough steel surfaces // Journal of Molecular Liquids, 2019, 284, 1-11.
10. Berman D., Erdemir A., Sumant A. V. Few layer graphene to reduce wear and friction on sliding steel surfaces // Carbon, 2013, 54, 454-459.
11. Restuccia P., Righi M. C. Tribochemistry of graphene on iron and its possible role in lubrication of steel // Carbon, 2016, 106, 118-124.
12. Obraztsova E. A., Osadchy A. V., Obraztsova E. D., Lefrant S., Yaminsky I. V. Statistical Analysis of Atomic Force Microscopy and Raman Spectroscopy Data for Estimation of Graphene Layer Numbers // Phys. Stat. Sol. B. 2008. V.245 (№10) – P.2055-2059.
13. Breki A., Nosonovsky M. Ultraslow frictional sliding and the stick-slip transition // Applied Physics Letters. 2018. T. 113. № 24. С. 241602.
14. Breki A. D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G. Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 steel according to the ball-plane scheme with consideration of wear // Inorganic Materials: Applied Research. 2019. T. 10. № 4. С. 1008-1013.
15. Breki A. D., Vasilyeva E. S., Tolochko O. V., Didenko A. L., Nosonovsky M. Frictional properties of a nanocomposite material with a linear polyimide matrix and tungsten diselenide nanoparticle reinforcement // Journal of Tribology. 2019. T. 141. № 8. С. 082002.
16. Breki A. D., Kolmakov A. G., Gvozdev A. E., Sergeev N. N. Investigation of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 and 10R6M5-MP steel with the use of mathematical modeling // Inorganic Materials: Applied Research. 2019. T. 10. № 4. С. 927-932.
17. Breki A. D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G., Starikov N. E., Provotorov D. A., Sergeyev N. N., Khonelidze D. M. On friction of metallic materials with consideration for superplasticity phenomenon / Inorganic Materials: Applied Research. 2017. T. 8. № 1. pp. 126-129.
18. Breki A. D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G. Application of generalized pascal triangle for description of oscillations of friction forces / Inorganic Materials: Applied Research. 2017. T. 8. № 4. pp. 509-514.
19. Breki A., Nosonovsky M. Einsteins viscosity equation for nanolubricated friction // Langmuir: the ACS journal of surfaces and colloids. 2018. T. 34. № 43. С. 12968-12973.
20. Реброва И. Ю., Чубариков В. Н., Добровольский Н. Н., Добровольский М. Н., Добровольский Н. М. / О классических теоретико-числовых сетках // Чебышевский сборник. 2018. Т. 19. № 4 (68). С. 118-176.
21. Добровольский Н. Н., Добровольская Л. П., Серегина Н. К., Бочарова О. Е. Алгоритмы вычисления оптимальных коэффициентов: Монография / Под. ред. Н. М. Добровольского. Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2016. 223 с.

22. Добровольская Л. П., Шелобаев С. И. Теоретико-числовой метод в эконометрике // Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории: Материалы XVI Международной конференции, посвященной 80-летию со дня рождения профессора Мишеля Деза. Тула: Тул. гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого, 2019. С. 280-283.
23. Nikitin A. N., Rusakova E. I., Parkhomenko Eh. I., Ivankina T. I., Dobrovol'skij N. M., «Reconstruction of Paleotectonic Stresses Using Data on Piezoelectric Textures of Rocks», *Izvestiya Earth Physics*, 24:9 (1988), С. 728–734.

REFERENCES

1. Solov'ev M.E., Raukhvarger A.B., Savinsky N.G., Irzhak V.I. 2017, «Modeling and synthesis of graphene oxide from thermally expanded graphite», *Journal of General chemistry*, Vol. 87. No. 4. pp. 677-683.
2. Novoselov K.S., Geim A.K., Morozov S.V. et. al. 2004, «Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films», *Science*, V. 306. № 5696. pp. 666–669.
3. Tkachev S.V., Buslaeva E.Yu., Gubin S.P. 2011, «Graphene – a new carbon nanomaterial», *Inorganic material*, Vol. 47. No. 1. pp. 5-14.
4. Tkachev S.V., Buslaeva E.Yu., Naumkin A.V., Kotova S.L., Laure I.V., Gubin S.P. 2012, «Graphene obtained by reduction of graphene oxide», *Inorganic material*, Vol. 48. No. 8. pp. 909.
5. Geim A.K., Novoselov K.S. 2007, «The Rise of Graphene», *Nature Mater.* V. 6. № 3. P. 183–191.
6. Gubin S.P., Tkachev S.V. 2012, *Graphene and related carbon nanoforms*. Moscow. Book house «Librocom». 104 pp.
7. Volokitin A.I. 2011, «Quantum friction and grapheme», *Nature*. No. 9 (1153). pp. 13-21.
8. Legkonogikh N.I. 2020, «The lubricating ability of graphene when used in friction pairs «steel-iron» and «steel-bronze»», *Computer-aided design in mechanical Engineering*, No. 8. pp. 48-50.
9. Novikova A.A., Burlakova V.E., Varavka V.N., Uflyand I.E., Droган E.G., Irkha V.A. 2019, «Influence of glycerol dispersions of graphene oxide on the friction of rough steel surfaces», *Journal of Molecular Liquids*, 284, pp.1-11.
10. Berman D., Erdemir A., Sumant A.V. 2013, «Few layer graphene to reduce wear and friction on sliding steel surfaces», *Carbon*, 54, pp. 454-459.
11. Restuccia P., Righi M.C. 2016, «Tribiochemistry of graphene on iron and its possible role in lubrication of steel», *Carbon*, 106, pp. 118-124.
12. Obraztsova E.A., Osadchy A.V., Obraztsova E.D., Lefrant S., Yaminsky I.V. 2008, «Statistical Analysis of Atomic Force Microscopy and Raman Spectroscopy Data for Estimation of Graphene Layer Numbers», *Phys. Stat. Sol. B*. V.245 (№10) pp. 2055-2059.
13. Breki A., Nosonovsky M. 2018, «Ultraslow frictional sliding and the stick-slip transition», *Applied Physics Letters*, T. 113. № 24. pp. 241602.

14. Breki A.D., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2019, «Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 steel according to the ball–plane scheme with consideration of wear», *Inorganic Materials: Applied Research*, Т. 10. № 4. pp. 1008-1013.
15. Breki A.D., Vasilyeva E.S., Tolochko O.V., Didenko A.L., Nosonovsky M. 2019, «Frictional properties of a nanocomposite material with a linear polyimide matrix and tungsten diselenide nanoparticle reinforcement», *Journal of Tribology*, Т. 141. № 8. pp. 082002.
16. Breki A.D., Kolmakov A.G., Gvozdev A.E., Sergeev N.N. 2019, «Investigation of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 and 10R6M5-MP steel with the use of mathematical modeling», *Inorganic Materials: Applied Research*, Т. 10. № 4. pp. 927-932.
17. Breki A.D., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G., Starikov N.E., Provotorov D.A., Sergeyev N.N., Khonelidze D.M. 2017, «On friction of metallic materials with consideration for superplasticity phenomenon», *Inorganic Materials: Applied Research*, Т. 8. № 1. pp. 126-129.
18. Breki A.D., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2017, «Application of generalized pascal triangle for description of oscillations of friction forces», *Inorganic Materials: Applied Research*, Т. 8. № 4. pp. 509-514.
19. Breki A., Nosonovsky M. 2018, «Einstein's viscosity equation for nanolubricated friction», *Langmuir: the ACS journal of surfaces and colloids*, Т. 34. № 43. pp. 12968-12973.
20. Rebrova I.Yu., Chubarikov V.N., Dobrovolsky N.N., Dobrovolsky M.N., Dobrovolsky N.M. 2018, «On classical number-theoretic grids», *Chebyshev collection*, Vol. 19. No. 4 (68). pp. 118-176.
21. Dobrovolsky N.N., Dobrovolskaya L.P., Seregina N.K., Bocharova O.E. 2016, *Algorithms for calculating optimal coefficients*. Tula: publishing house of Tula state pedagogical University named after L.N. Tolstoy, 223 pp.
22. Dobrovolskaya L.P., Shelobaev S.I. 2019, «Number-theoretic method in econometrics», *Algebra, number theory and discrete geometry: modern problems, applications and problems of history: materials of the XVI International conference dedicated to the 80th anniversary of the birth of Professor Michel DEZ*. Tula: Tula state pedagogical University named after L.N. Tolstoy, pp. 280-283.
23. Nikitin A.N., Rusakova E.I., Parkhomenko E.I., Ivankina T.I., Dobrovol'skij N.M., 1988, «Reconstruction of Paleotectonic Stresses Using Data on Piezoelectric Textures of Rocks», *Izvestiya Earth Physics*, 24:9, pp. 728–734.

Получено 7.12.2020 г.

Принято в печать 21.02.2021 г.