

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 21. Выпуск 4.

УДК 621.2.082.18

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-4-327-332

**Об эволюции математических моделей трения скольжения
твердых тел¹**

А. Д. Бреки, С. Г. Чулкин, А. Е. Гвоздев, О. В. Кузовлева

Александр Джалюльевич Бреки — кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт проблем машиноведения РАН (г. Санкт-Петербург).

e-mail: albreki@yandex.ru

Сергей Георгиевич Чулкин — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (г. Санкт-Петербург).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Александр Евгеньевич Гвоздев — доктор технических наук, профессор, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: gwozdew.alexandr2013@yandex.ru

Ольга Владимировна Кузовлева — кандидат технических наук, доцент, Российский государственный университет правосудия (г. Москва).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Аннотация

В работе приведены сведения об эволюции математических моделей трения скольжения твёрдых тел. Показано, что с учётом отклонений от закона Леонардо да Винчи — Амонтона — Кулона необходимо его уточнение с использованием поправочной функции от нормальной силы. Создана математическая модель обобщённого закона трения скольжения, учитывающая скачкообразные изменения линейной зависимости силы трения от нормальной силы.

Ключевые слова: закон Леонардо да Винчи — Амонтона — Кулона, математическая модель трения, обобщённый закон трения, скачкообразное изменение.

Библиография: 9 названий.

Для цитирования:

А. Д. Бреки, С. Г. Чулкин, А. Е. Гвоздев, О. В. Кузовлева. Об эволюции математических моделей трения скольжения твердых тел // Чебышевский сборник, 2020, т. 21, вып. 4, с. 327–332.

¹Исследования выполнены при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Научного центра мирового уровня по направлению «Передовые цифровые технологии» СПбПУ (соглашение от 17.11.2020 № 075-15-2020-934).

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 21. No. 4.

UDC 621.2.082.18

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-4-327-332

On the evolution of mathematical models of friction sliding of solids

A. D. Breki, S. G. Chulkin, A. E. Gvozdev, O. V. Kuzovleva

Alexander Dzhalyulyevich Breki — candidate of technical Sciences, associate Professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute for Problems in Mechanical Engineering of the RAS (St. Petersburg).

e-mail: albreki@yandex.ru

Sergey Georgievich Chulkin — doctor of technical Sciences, Professor, Saint Petersburg State marine technical University (St. Petersburg).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Alexander Evgenievich Gvozdev — doctor of engineering, Professor, Tula State pedagogical University L. N. Tolstoy (Tula).

e-mail: gwozdew.alexandr2013@yandex.ru

Olga Vladimirovna Kuzovleva — candidate of technical Sciences, docent, Russian State University of justice (Moscow).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Abstract

The paper provides information about the evolution of mathematical models of sliding friction of solids. It is Shown that taking into account deviations from the Leonardo da Vinci-Amonton-Coulomb law, it is necessary to Refine it using the correction function of the normal force. A mathematical model of the generalized sliding friction law has been created that takes into account the abrupt changes in the linear dependence of the friction force on the normal force.

Keywords: Leonardo da Vinci–Amonton–Coulomb law, mathematical model of friction, generalized law of friction, abrupt change.

Bibliography: 9 titles.

For citation:

A. D. Breki, S. G. Chulkin, A. E. Gvozdev, O. V. Kuzovleva, 2020, "On the evolution of mathematical models of friction sliding of solids", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 21, no. 4, pp. 327–332.

1. Введение

Начало исследованию процесса трения положил Леонардо да Винчи в 1508 г., результаты которого отражены в «Атлантическом кодексе». Он сформулировал понятие о коэффициенте трения и выявил, что сила трения не зависит от геометрических размеров (номинальных площадей контакта) взаимодействующих поверхностей трения [1]. Также, Леонардо да Винчи различал мягкие и твёрдые тела при трении, и впервые установил явление шаржирования: в опыте обнаружил явление внедрения частиц в более мягкое контртело и действие последнего по аналогии с напильником на твердое тело.

Далее в 1699 г., французский учёный Гийом Амонтон [2] предложил зависимость, связывающую силу трения при относительном перемещении двух тел с нормальной силой, прижимающей эти тела друг к другу:

$$F_f = f \cdot F_N, \quad (1)$$

где F_f — сила трения, f — коэффициент трения, F_N — нормальная сила, прижимающая тела друг к другу.

Французский физик Шарль Кулон в 1778 г. предложил другой вариант математической модели (1), добавив дополнительное слагаемое в формулу Амонтона [3]:

$$F_f = f \cdot F_N + A, \quad (2)$$

где A — составляющая силы трения, характеризующая сцепление двух тел. Данная формула содержит уже две составляющие силы трения, одна из которых не зависит от нормальной нагрузки.

Математические модели (1) и (2) сохранили своё значение в настоящее время, несмотря на интенсивное развитие трибологии и создание большого количества различных теорий трения. Вместе с тем, в ряде исследований обнаруживаются отклонения от законов (1) и (2), причем такие, что на определённом интервале нагрузок данные законы соблюдаются, а при достижении некоторой критической нагрузки имеет место другая, но имеющая, как правило, также линейный характер зависимость. В связи с этим возникает необходимость создания такой математической модели, которая бы сохраняла справедливость соотношений (1) и (2), но при этом дополняла их с учётом скачкообразного изменения параметров при некотором критическом значении нормальной силы.

2. Уточнение математической модели закона

Леонардо да Винчи — Амонтона — Кулона

Вообще говоря, функция (1) является решением следующего дифференциального уравнения:

$$F_f - \frac{dF_f}{dF_N} \cdot F_N = 0. \quad (3)$$

Соответственно функция (2) является решением дифференциального уравнения:

$$F_f - \frac{dF_f}{dF_N} \cdot F_N = A. \quad (4)$$

С учётом наличия отклонений от (1) и (2) на определённом диапазоне изменения нормальной силы естественно предположить, что:

$$F_f - \frac{dF_f}{dF_N} \cdot F_N = A + \varphi(F_N), \quad (5)$$

где $\varphi(F_N)$ — некоторая функция от нормальной силы.

В границах аналитической концепции трения и изнашивания [4, 5, 6, 7, 8, 9] Бреки А.Д. предложил следующий вид функции $\varphi(F_N)$:

$$\varphi(F_N) = \frac{\Delta f}{r} \cdot \ln(1 + \exp(r(F_N - F_{N_0}))) - \frac{\Delta f \cdot F_N}{1 + \exp(-r(F_N - F_{N_0}))}, \quad (6)$$

где Δf — приращение коэффициента трения, r — параметр резкости перехода при достижении критической нормальной силы, F_{N_0} — критическое значение нормальной силы.

С учётом функции (6) имеет место следующая математическая модель для закона трения скольжения [7, 8]:

$$F_f = f \cdot F_N + A + \frac{\Delta f}{r} \cdot \ln(1 + \exp(r(F_N - F_{N_0}))), \quad (7)$$

которую, с учётом наличия n переходов, Бреки А.Д. записывает следующим образом [4, 5, 6, 7, 8, 9]:

$$F_f = f \cdot F_N + A + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta f_i}{r_i} \cdot \ln(1 + \exp(r_i(F_N - F_{N0i}))). \quad (8)$$

Данная модель не опровергает, а уточняет закон Леонардо да Винчи-Амонтона-Кулона (2).

3. Заключение

В заключении приведём качественное графическое представление уточнённого закона (2) в виде (7), то есть для случая одного перехода (рис. 1).

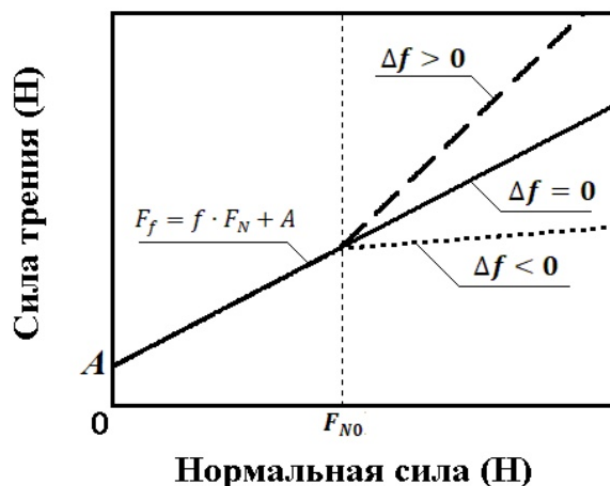


Рис. 1: Качественное графическое представление уточнённого закона трения скольжения для случая одного перехода

Из приведённого рисунка видно, что при различных вариантах приращения коэффициента трения после достижения критической нормальной нагрузки имеют место три варианта развития событий:

1. линейный рост силы трения не меняется;
2. линейный рост силы трения увеличивается;
3. линейный рост силы трения уменьшается.

Соответственно представленный закон (7) при $\Delta f = 0$ переходит в закон Леонардо да Винчи-Амонтона-Кулона (2).

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонардо да Винчи. 1935. *Избранные произведения*. М.: Ладомир, 1995. Т.1. 415 с.
2. Amontons, G. 1699. «De la resistance causée dans les machines», *Memoires de l'Academie Royale*, Paris, pp. 206-222.

3. Coulomb C.A. «Théorie des machines simples», *Collection des Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 10, (1785), pp.163–332.
4. Breki, A., Nosonovsky, M. 2018, «Ultraslow frictional sliding and the stick-slip transition», *Applied Physics Letters*, T. 113, № 24, pp. 241602.
5. Breki, A.D., Nosonovsky, M. 2018, «Einstein's viscosity equation for nanolubricated friction», *Langmuir: the ACS journal of surfaces and colloids*, T. 34, № 43, pp. 12968–12973.
6. Breki, A.D., Vasilyeva, E.S., Tolochko, O.V., Didenko, A.L., Nosonovsky, M. 2019, «Frictional properties of a nanocomposite material with a linear polyimide matrix and tungsten diselenide nanoparticle reinforcement», *Journal of Tribology*, T.141, №8, pp. 082002.
7. Breki, A.D., Gvozdev, A.E., Kolmakov, A.G. 2019, «Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 steel according to the ball-plane scheme with consideration of wear», *Inorganic Materials: Applied Research*, T.10, №4, pp. 1008–1013.
8. Breki, A.D., Kolmakov, A.G., Gvozdev, A.E., Sergeev, N.N. 2019, «Investigation of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 and 10R6M5-MP steel with the use of mathematical modeling», *Inorganic Materials: Applied Research*, T.10, №4, pp. 927–932.
9. Breki, A.D., Aleksandrov, S.E., Tyurikov, K.S., Kolmakov, A.G., Gvozdev, A.E., Kalinin, A.A. 2018, «Antifriction properties of plasma-chemical coatings based on SiO₂ with MoS₂ nanoparticles under conditions of spinning friction on SHKH15 steel», *Inorganic Materials: Applied Research*, T.9, №4, pp. 714–718.

REFERENCES

1. Leonardo da Vinci. 1995, *Selected works. A reprint from the ed. 1935*. Moscow: Lodomir, T.1, 415 pp.
2. Amontons, G. 1699, «De la resistance causée dans les machines», *Memoires de l'Academie Royale*, Paris, pp. 206–222.
3. Coulomb, C.A. 10 (1785), «Théorie des machines simples», *Collection des Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, 10 (1785), pp. 163–332.
4. Breki A., Nosonovsky M. 2018, «Ultraslow frictional sliding and the stick-slip transition», *Applied Physics Letters*, T.113, № 24, pp. 241602.
5. Breki, A., Nosonovsky, M. 2018, «Ultraslow frictional sliding and the stick-slip transition», *Applied Physics Letters*, T.113, № 24, pp. 241602.
6. Breki, A., Nosonovsky, M. 2018, «Einstein's viscosity equation for nanolubricated friction», *Langmuir: the ACS journal of surfaces and colloids*, T.34, № 43, pp. 12968–12973.
7. Breki, A.D., Gvozdev, A.E., Kolmakov, A.G. 2019, «Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 steel according to the ball-plane scheme with consideration of wear» *Inorganic Materials: Applied Research*, T.10, №4, pp. 1008–1013.
8. Breki, A.D., Kolmakov, A.G., Gvozdev, A.E., Sergeev, N.N. 2019, «Investigation of the pivoting friction of SHKH15 steel over R6M5 and 10R6M5-MP steel with the use of mathematical modeling», *Inorganic Materials: Applied Research*, T.10, № 4, pp. 927–932.

9. Breki, A.D., Aleksandrov, S.E., Tyurikov, K.S., Kolmakov, A.G., Gvozdev, A.E., Kalinin, A.A. 2018, «Antifriction properties of plasma-chemical coatings based on SiO₂ with MoS₂ nanoparticles under conditions of spinning friction on SHKH15 steel» *Inorganic Materials: Applied Research*, Т.9, №4, pp. 714–718.

Получено 21.01.2020 г.

Принято в печать 22.10.2020 г.