

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 21. Выпуск 4.

УДК 511.42

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-4-196-217

Н. М. Коробов, В. И. Нечаев, С. Б. Стечкин,
Н. М. Добровольский и возрождение Тульской школы
теории чисел¹

И. Ю. Реброва, В. Н. Чубариков

Ирина Юрьевна Реброва — кандидат физико-математических наук, доцент, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: i_rebrova@mail.ru

Владимир Николаевич Чубариков — доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: chubarik1@mech.math.msu.su

Аннотация

В работе приводятся многие неизвестные факты из истории Тульской школы теории чисел. Показано, что основную роль в возрождении Тульской школы теории чисел сыграли профессора Н. М. Коробов, В. И. Нечаев, С. Б. Стечкин, Н. М. Добровольский.

Раскрывается роль этих основных участников в возрождении в Туле научной школы по теории чисел. Приводятся различные подробности взаимоотношений между этими участниками процесса возрождения Тульской школы теории чисел.

Для характеристики деятельности Тульской научной школы по теории чисел после её возрождения приводится обзор основных направлений её работы за последние 45 лет и краткое описание проделанных работ. Дается библиография основных научных публикаций по теоретико-числовому методу в приближенном анализе Н. М. Коробова и Н. М. Добровольского, на которых базировалось возрождение Тульской школы теории чисел и её функционирование последние 45 лет.

Ключевые слова: Н. М. Коробов, В. И. Нечаев, С. Б. Стечкин, Н. М. Добровольский, Тульская школа теории чисел, теоретико-числовой метод в приближенном анализе, решётки, сетки, квадратурные формулы, интерполяционные формулы, гиперболическая дзета-функция решёток, дзета-функции моноидов натуральных чисел, равномерное распределение, метрическое пространство решёток, гладкое многообразие решёток, приближение алгебраических чисел.

Библиография: 57 названия.

Для цитирования:

И. Ю. Реброва, В. Н. Чубариков. Н. М. Коробов, В. И. Нечаев, С. Б. Стечкин, Н. М. Добровольский и возрождение Тульской школы теории чисел // Чебышевский сборник. 2020. Т. 21, вып. 4, С. 196–217.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 21. No. 4.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-41-710004_p_a.

UDC 511.42

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-4-196-217

N. M. Korobov, V. I. Nechaev, S. B. Stechkin, N. M. Dobrovolsky and the revival of the Tula School of number theory²

I. Yu. Rebrova, V. N. Chubarikov

Irina Yuryevna Rebrova — candidate of physical and mathematical Sciences, associate professor, Tula State L. N. Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: i_rebrova@mail.ru

Vladimir Nikolaevich Chubarikov — doctor of physical and mathematical sciences, professor, M. V. Lomonosov Moscow State University (Moscow).

e-mail: chubarik1@mech.math.msu.su

Abstract

The paper presents many unknown facts from the history of the Tula school of number theory. It is shown that the main role in the revival of the Tula school of number theory was played by professors N. M. Korobov, V. I. Nechaev, S. B. Stechkin, and N. M. Dobrovolsky.

The role of these main participants in the revival of the scientific school of number theory in Tula is revealed. Various details of the relationship between these participants in the process of reviving the Tula school of number theory are given.

To characterize the activities of the Tula scientific school on number theory after its revival, an overview of the main directions of its work over the past 45 years and a brief description of the work done is provided. The article provides a bibliography of the main scientific publications on the number-theoretic method in approximate analysis by N. M. Korobov and N. M. Dobrovolsky, on which the revival of the Tula school of number theory and its subsequent functioning over the past 45 years were based.

Keywords: N. M. Korobov, V. I. Nechaev, S. B. Stechkin, N. M. Dobrovolsky, the Tula school of number theory, numerical-theoretic method in approximate analysis, lattices, grids, quadrature formulas, interpolation formulas, hyperbolic Zeta function of lattices, Zeta functions of monoids of natural numbers, uniform distribution, metric space of lattices, smooth variety of lattices, approximation of algebraic numbers.

Bibliography: 57 titles.

For citation:

I. Yu. Rebrova, V. N. Chubarikov, 2020, "N. M. Korobov, V. I. Nechaev, S. B. Stechkin, N. M. Dobrovolsky and the revival of the Tula School of number theory", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 21, no. 4, pp. 196–217.

1. Введение

Тульской школе теории чисел в этом году исполнилось 70 лет. Её возникновение связано с именем доцента Владимира Дмитриевича Подсыпанина (16.01.1910–11.10.1968). В работе [23] достаточно подробно приводятся сведения из биографии В. Д. Подсыпанина. В создании Тульской школы теории чисел значительную роль сыграл тот факт, что В. Д. Подсыпанин был первым аспирантом будущего члена-корреспондента АН СССР Дмитрия Константиновича Фаддеева (30.06.1907–20.10.1989) и хорошо знал члена-корреспондента АН СССР Бориса Николаевича Делоне (15.03.1890–17.07.1980). Благодаря поддержке Б. Н. Делоне в 1950 году в Туле была открыта на базе ТГПИ (Тульский государственный педагогический институт) аспирантура по алгебре и теории чисел. Первым аспирантом Владимира Дмитриевича

²Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 19-41-710004_r_a.

стал один из отличников Астраханского педагогического института Владимир Ильич Баулин (26.02.1928–05.04.2008), который был направлен в ТГПИ для обучения в аспирантуре.

Как отмечено в работе [23], "Следующим аспирантом стал Михаил Николаевич Добровольский, с которым Владимир Дмитриевич начал большую работу по разрешению проблемы «ограниченности неполных частных» с помощью полиномов Туэ. Эта работа, к сожалению, осталась незавершенной, хотя целый ряд сообщений в начале и середине шестидесятых годов Владимир Дмитриевич и Михаил Николаевич сделали на семинарах Ленинградского и Московского университетов. После смерти Владимира Дмитриевича в 1968 г. рукопись этой работы была передана его ученику М. Н. Добровольскому, но в то время опубликована так и не была."

В то время М. Н. Добровольский готовил к защите свою диссертацию по комбинаторному анализу на тему "Некоторые комбинаторные задачи о перестановках с ограничением позиций". Оппонентами были Наум Яковлевич Виленкин (30.10.1920–19.10.1991), Михаил Ефимович Деза (27.04.1939–23.11.2016), ведущая организация Владимирский государственный педагогический институт, отзыв подготовил Борис Вениаминович Левин (29.04.1927–29.03.1991). Он защитил диссертацию в Москве по латинским прямоугольникам в 1971 г., а вскоре в 1975 г. умер, и продолжателей у этой работы долгое время не находилось.

Таким образом, первый этап истории Тульской школы теории чисел был с 1950 по 1975 годы и занял 25 лет из общей истории продолжительностью 70 лет. Возрождение деятельности этой научной школы произошло уже начиная с конца 1975 года.

Целью данной работы является изучение роли профессоров Н. М. Коробова, В. И. Нечаева, С. Б. Стечкина, Н. М. Добровольского в возрождении Тульской школы теории чисел.

Данная работа посвящена столетию со дня рождения профессоров В. И. Нечаева, С. Б. Стечкина и семидесятилетию профессора Н. М. Добровольского.

2. Н. М. Коробов и Тульская школа теории чисел

Сравнительно недавно отмечалось столетие со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Николая Михайловича Коробова (23.11.1917–25.10.2004) — одного из крупнейших специалистов по теории чисел в СССР и России. Его научные интересы были сосредоточены в трёх областях: теория равномерного распределения, теория тригонометрических сумм и теоретико-числовой метод в приближенном анализе. Он был основателем последнего метода и занимался его развитием на протяжении 47 лет с 1956 года по 2004 год, когда его не стало. За это время он написал не очень много работ [25]–[49], [21], [22]. Но эти работы определили целое научное направление и стали фундаментом для дальнейших исследований его последователей.

Как уже было сказано во введении, Тульская школа теории чисел была основана в 1950 году доцентом В. Д. Подсыпаниным. При поддержке члена-корреспондента АН СССР профессора Б. Н. Делоне и профессора Д. К. Фаддеева, у которых он учился в 30-х годах в Ленинграде, он открыл аспирантуру по теории чисел в Тульском государственном педагогическом институте. Под руководством В. Д. Подсыпанина Тульская школа теории чисел работала до 1968 года, когда его не стало. После его кончины исследования по теории чисел и комбинаторному анализу в Туле до 1975 года продолжал его ученик М. Н. Добровольский (27.10.1922–18.01.1975).

Как указано в работе [23], возрождение Тульской школы теории чисел началось с 1980 года, когда благодаря заведующему кафедрой алгебры доценту Альберту Рубеновичу Есаяну (10.11.1937–04.12.2018), доценту Самуилу Израилевичу Рабиновичу (20.02.1928–19.06.2006), заведующему кафедрой геометрии и элементарной математики Ивану Ивановичу Гайдукову (11.09.1915–23.07.1990) и декану математического факультета доценту Ашоту Енофовичу

Устьяну (01.09.1937) Н. М. Добровольский (17.06.1950) перешёл на работу из КИВЦ Главприокскстроя в ТГПИ им. Л. Н. Толстого на кафедру геометрии и элементарной математики.

На этом этапе важную роль сыграли профессора, доктора физико-математических наук Мартин Давидович Гриндлингер (15.03.1932) и Н. М. Коробов.

В 1981 году Н. М. Добровольский поступил в аспирантуру к М. Д. Гриндлингеру, который возглавлял Тульскую алгебраическую школу, но предоставил своему новому аспиранту полную свободу творчества, благодаря этому продолжились занятия Н. М. Добровольского на семинаре у Н. М. Коробова в МГУ имени М. В. Ломоносова.

Контакты между профессором Н. М. Коробовым и Тульской школой теории чисел начались ещё в 56-м году XX столетия, когда Н. М. Коробов был учёным секретарем III-го съезда математиков СССР в г. Москве, а в 1965 году В. Д. Подсыпанин и М. Н. Добровольский сделали серию докладов в МГУ на научно-исследовательском семинаре кафедры теории чисел под руководством члена-корреспондента АН СССР профессора А. О. Гельфонда (24.10.1906–07.11.1968) с результатами своих исследований по полиномам Туэ. Профессор Н. М. Коробов и доцент В. И. Нечаев (11.01.1920–18.02.1999) активно участвовали в обсуждении этих докладов.

Лично Н. М. Добровольский познакомился с профессором Н. М. Коробовым ещё в феврале 1967 года в десятом классе, когда по совету своего первого учителя по теории чисел, профессора А. А. Карацубы (31.01.1937–28.09.2008) стал посещать лекции в Московском университете у профессора Н. М. Коробова. После поступления в 1967 году на механико-математический факультет МГУ Н. М. Добровольский участвовал в работе студенческого семинара под руководством профессоров Н. М. Коробова и А. А. Карацубы. В 1968 году Н. М. Коробов стал научным руководителем у студента Н. М. Добровольского.

После недолгого перерыва в 1975 году совместное сотрудничество с Н. М. Коробовым возобновилось и продлилось ещё 29 лет до кончины Н. М. Коробова 25 октября 2004 года.

Именно с конца 1975 года и началось возрождение Тульской школы теории чисел, хотя в работе [23] берется другая более поздняя дата.

Дело в том, что после смерти своего отца Н. М. Добровольский, находящийся в Тульской областной противотуберкулезной больнице, был вынужден перевестись в ТГПИ им. Л. Н. Толстого на заочное отделение, так как только таким образом можно было совмещать лечение и обучение, который закончил летом 1975 года. Ему даже удалось оперативно пройти педагогическую практику в школе для детей из детского отделения этой больницы, так как по естественным причинам он долгое время не мог работать в образовательных учреждениях любого уровня. Под руководством доцента С. И. Рабиновича он написал дипломную работу по оптимальным коэффициентам параллелепипедальных сеток. В этой работе он доказал существование оптимальных коэффициентов по любому модулю N . А начинал эту работу он ещё в феврале 1974 года, когда заболел воспалением легких и когда ещё был жив его отец М. Н. Добровольский. Они вместе обсуждали получающиеся результаты. Так что фактически перерыва в работе Тульской школы теории чисел не было. Просто её ряды пополнил ученик профессора Н. М. Коробова, которому пришлось волей судеб принять интеллектуальную эстафету по продолжению теоретико-числовых исследований в Туле.

После окончания ТГПИ им. Л. Н. Толстого 15 июля 1975 года Н. М. Добровольский по рекомендации А. Р. Есаяна поступил на работу в КИВЦ Главприокскстроя, которым руководил будущий депутат Государственной думы первого созыва Эдуард Александрович Пащенко (17.03.1939–04.02.2005). Благодаря Э. А. Пащенко и начальнику отдела программирования, выпускнику мех-мата МГУ Борису Шабсовичу Глузману (14.06.1944) Н. М. Добровольский начал регулярно по пятницам ездить на семинары в МГУ к Н. М. Коробову, кроме этого он посещал на ВМК семинары по базам данным доцента Игоря Борисовича Задыхайло (11.02.1931–02.08.1998).

В этот период с 1975 по 1980 год в теоретико-числовом методе в приближенном анализе

произошло важное, принципиальное событие. В 1976 году в Докладах академии наук вышла статья Константина Константиновича Фролова, в которой были введены алгебраические сетки с весами и с их помощью была получена верхняя оценка погрешности приближенного интегрирования на классе E_s^α совпадающая с нижней оценкой 1963 года, полученной Игорем Федоровичем Шарыгиным (13.02.1937–12.03.2004). Надо отметить, что по указанию Н. М. Коробова Н. М. Добровольский на третьем курсе посещал спецкурс по кубатурным формулам, который читал для студентов отделения вычислительной математики И. Ф. Шарыгин. Позднее это отделение было преобразовано в факультет ВМК.

В 1978 году Н. М. Коробов привлёк Н. М. Добровольского к проверке диссертации К. К. Фролова. Эта была достаточно кропотливая работа. Список замечаний содержал более 40 позиций. Так как Н. М. Коробов должен был быть оппонентом по диссертации К. К. Фролова, у которого научным руководителем был Владимир Михайлович Солодов — ученик Н. М. Коробова, то по требованию Н. М. Коробова К. К. Фролову пришлось существенно переработать диссертацию. Новый вариант, хотя также содержал отдельные недочёты, но был допущен к защите, так как Н. М. Коробов высоко ценил работу К. К. Фролова, считал его талантливым молодым человеком, а недочёты списывал на то, что соискатель не прошёл мех-матовской школы, а был выпускником Физ-теха.

Эта работа оказала на Н. М. Добровольского неоценимое влияние и он позднее использовал это в своей диссертации, в которой в одной из глав дал существенное усовершенствование метода Фролова.

Так как в начале 80-х годов Н. М. Коробов не принимал новых аспирантов, считая, что это небезопасно для них, так как определённые силы, по его мнению, препятствовали их научной карьере, то Н. М. Добровольский вынужден был поступить в аспирантуру к М. Д. Гриндлингеру. Учеба в аспирантуре в начале проходила негладко. Когда в апреле 1982 года Н. М. Добровольский привёз некоторый текст, который можно было считать развернутым планом диссертации, то встретил весьма нелицеприятную критику со стороны Н. М. Коробова.

В этот сложный период Н. М. Добровольский получил существенную поддержку от своего старшего товарища заведующего кафедрой алгебры доцента А. Р. Есаяна. Всё лето они сидели за столом у А. Р. Есаяна дома, разбирая работы по локализации корней многочленов — области, в которой А. Р. Есаян был специалистом. Позднее по результатам этой работы они сделали совместную публикацию.

А в сентябре ситуация изменилась к лучшему. Позвонил Дмитрий Алексеевич Митькин (25.04.1951–09.04.2007) и от имени Н. М. Коробова пригласил на семинар. Естественно, что это было встречено с большим энтузиазмом. На семинаре Н. М. Коробов дал поручение сделать обзор работ за последние двадцать лет по теории равномерного распределения и по теоретико-числовым методам в приближенном анализе. Теперь каждую пятницу Н. М. Добровольский начинал своё посещение Москвы либо с Ленинской библиотеки, либо с читального зала мех-мата на 14-ом этаже. Иногда, когда требовалось посмотреть какую-нибудь диссертацию приходилось, посещать читальный зал на 15-ом этаже, который был предназначен для преподавателей.

Эта работа была приурочена к готовящейся всесоюзной научной конференции «Теория трансцендентных чисел и её приложения» (2–4 января 1983 г., председатель оргкомитета чл.-корр. АН СССР О. Б. Лупанов, ученый секретарь доцент А. И. Галочкин). На этой конференции собрались, наверное, все теоретико-числовики СССР. С одним из пленарных докладов выступил Н. М. Коробов. Уже во время конференции Александр Иванович Галочкин (14.05.1944) по просьбе Н. М. Коробова включил выступление Н. М. Добровольского в секцию, которой руководил молодой белорусский математик Василий Иванович Берник (09.01.1947).

После конференции состоялся принципиальный разговор Н. М. Коробова с Н. М. Добровольским. В этом разговоре Н. М. Коробов поставил перед Н. М. Добровольским зада-

чу о получении рационального эффективного варианта работы [54] Клауса Фридриха Рота (29.10.1925–10.11.2015) 1980 года, в которой он доказал неулучшаемость нижней оценки квадратичного отклонения сеток, полученной им в 1954 году [53].

Н. М. Коробов привёл пример истории возникновения метода оптимальных коэффициентов, который он создал на пути получения рационального варианта теоремы Ильи Иосифовича Пятецкого-Шапиро (30.03.1929–21.02.2009) о существовании набора вещественных чисел, задающих для каждой функции квадратурную формулу с хорошим порядком убывания погрешности приближенного интегрирования.

Н. М. Коробов поставил очень жесткие сроки — два, три месяца. Н. М. Добровольскому удалось уложиться в эти сроки и уже 25 апреля 1983 года он передал текст статьи с эффективным доказательством теоремы Рота Владимиру Михайловичу Тихомирову (22.11.1934), который представил статью в Успехи математических наук, и эта первая печатная работа Н. М. Добровольского вышла в 1984 году [6].

После этого успеха дела пошли в гору. За лето 1983 года Н. М. Добровольский подготовил большую статью по оценкам отклонений модифицированных сеток Хэммерсли — Рота [7]. Затем были подготовлены еще три статьи [8]–[10]. Все эти статьи были депонированы в ВИНИТИ по представлению профессора Н. М. Коробова. А уже летом 1984 года был готов текст диссертации и на свой день рождения Н. М. Добровольский сделал себе подарок — вписал формулы в отпечатанный текст диссертации.

В 1985 году 21 октября Н. М. Добровольский защитил кандидатскую диссертацию на тему "Теоретико-числовые сетки и их приложения" в диссертационном совете МГПИ им. В. И. Ленина.

Это произошло через 14 лет после защиты в этом же совете 18 января 1971 г. кандидатской диссертации его отца Добровольского М. Н., который умер ровно через 4 года 18 января 1975 г.

Научный руководитель Н. М. Добровольского — профессор М. Д. Гриндлингер, оппоненты — профессор Н. М. Коробов и кандидат физико-математических наук К. К. Фролов, ведущей организацией был Ленинградский государственный университет им. А. А. Жданова, отзыв готовил профессор Александр Васильевич Малышев (17.11.1928–10.05.1993).

В 1986 году началось сотрудничество Н. М. Добровольского с В. С. Ваньковой, которая стала соискателем у профессора В. И. Нечаева — заведующего кафедрой теории чисел в МГПИ им. В. И. Ленина. О степени влияния профессора Н. М. Коробова можно судить по тому факту, что пять лет каждую пятницу В. С. Ванькова и Н. М. Добровольский ездили на семинар по тригонометрическим суммам и их приложению, который вёл в МГУ уже на протяжении 20 лет профессор Н. М. Коробов.

Отметим, что в это время к руководству семинара присоединился и профессор Д. А. Митькин, с которым Н. М. Добровольский учился в параллельных классах ещё в ЮМШ, школе-интернате № 18 при МГУ в 1965–1967 годах, а потом в одной группе на механико-математическом факультете МГУ имени М. В. Ломоносова с 1969 по 1971 годы под руководством профессора Н. М. Коробова.

В 1992 году В. С. Ванькова успешно защитила кандидатскую диссертацию под руководством профессора В. И. Нечаева в диссертационном совете МПГУ. Её диссертация была посвящена изучению квадратичного отклонения различных теоретико-числовых сеток.

Под руководством В. И. Нечаева были ещё защищены две диссертации аспирантками из Тулы: А. Л. Рощеней (1998 г.) и И. Ю. Ребровой (2000 г.). Их диссертации были посвящены изучению гиперболической дзета-функции решёток и обобщённой гиперболической дзета-функции решёток. Эта тематика находилась под пристальным вниманием профессора Н. М. Коробова. В июне 2000 г. состоялась защита докторской диссертации Н. М. Добровольского, на которой Н. М. Коробов выступал как научный консультант.

Во втором издании своей монографии [48] Н. М. Коробов целый раздел посвятил резуль-

татам, полученным в Тульской школе теории чисел.

В 1991 году профессорами Н. М. Коробовым и В. И. Нечаевым на семинаре в МГУ им. М. В. Ломоносова при обсуждении кандидатской диссертации В. С. Ваньковой была поставлена задача о вычислении квадратичного отклонения плоской сетки Хэммерсли. В работах В. С. Ваньковой, в частности, исследовалось среднее арифметическое квадратичных отклонений модифицированных сеток Хэммерсли — Рота и были получены оценки сверху для этого среднего. Задача Коробова — Нечаева подразумевала и получение асимптотической формулы среднего арифметического квадратичных отклонений полных плоских модифицированных сеток Хэммерсли — Рота.

В диссертации Г. Т. Вронской, выполненной в аспирантуре МПГУ под руководством Н. М. Добровольского в 2005 г., было дано решение задачи Коробова — Нечаева для:

- количественной характеристики качества и квадратичного отклонения полных плоских сеток Хэммерсли;
- среднего арифметического квадратичных отклонений полных модифицированных сеток Хэммерсли — Рота;
- количественной характеристики качества плоских сеток Воронина;
- среднего арифметического квадратичных отклонений модифицированных параллелепipedальных сеток.

Начиная с конца семидесятых годов, в Туле традиционно все исследования по теории чисел сконцентрированы в направлении развития основанного в 1957 году профессором Н. М. Коробовым теоретико-числового метода приближенного анализа. В последнее время эти исследования стали всё больше примыкать к тематике, разрабатываемой В. Д. Подсыпаниным и М. Н. Добровольским в 50–60 годах XX столетия.

Дело в том, что сама логика исследований диктует для дальнейшего развития теоретико-числового метода в приближенном анализе рассматривать вопросы диофантовых приближений алгебраических чисел, то есть те вопросы, которыми в 50–60-ые годы XX столетия занимались В. Д. Подсыпанин и М. Н. Добровольский.

Профессор Н. М. Коробов стоял у истоков двух важнейших начинаний: организации международных конференций по теории чисел в г. Туле и издании нового математического журнала "Чебышевский сборник".

Именно после беседы с Н. М. Коробовым и А. Б. Шидловским возникла идея организации Первой международной конференции "Современные проблемы теории чисел и её приложения", которая состоялась 27 лет тому назад в сентябре 1993 года. В избранных трудах этой конференции, опубликованных в Математических заметках в 1994 году вышла очень важная работа Н. М. Коробова по комбинированным сеткам [41].

Н. М. Коробов горячо поддержал идею создания журнала "Чебышевский сборник", в котором он опубликовал четыре статьи [21], [22], [46], [49]. Последняя статья вышла в свет уже после кончины Н. М. Коробова.

Другим примером влияния Н. М. Коробова на современные исследования могут служить работа [20], в которой обсуждаются актуальные проблемы гиперболической дзета-функции решёток, впервые появившейся в работах Н. М. Коробова 1959–1960 годов. Сам термин ввёл Н. М. Добровольский гораздо позже в 1984 году.

Всё выше сказанное позволяет говорить об определяющей роли, которую трудно переоценить, профессора Н. М. Коробова в судьбе Тульской школы теории чисел.

3. Роль Василия Ильича Нечаева в возрождении Тульской школы теории чисел

11 января 2020 года исполнилось сто лет со дня рождения Василия Ильича Нечаева — известного советского математика, доктора физико-математических наук, профессора, ведущего научного сотрудника Математического института имени В. А. Стеклова Академии наук СССР (РАН), заведующего кафедрой теории чисел Московского педагогического государственного университета (МПГУ) с 1978 по 1999 годы.

Его деятельность как педагога, ученого и организатора науки и высшего педагогического образования была многогранна. Она достаточно полно освещена в работе [52].

В этом разделе мы остановимся на одном её аспекте — роль В. И. Нечаева в возрождении Тульской школы теории чисел.

Определенные научные связи с Тульской школой теории чисел у Василия Ильича Нечаева установились ещё 55 лет тому назад, когда В. Д. Подсыпанин и М. Н. Добровольский выступали с докладами по результатам своих исследований по полиномам Туэ и матричным разложениям алгебраических иррациональностей на научно-исследовательском семинаре кафедры теории чисел МГУ под руководством члена-корреспондента АН СССР А. О. Гельфонда в 1965 году. Он давал доброжелательные комментарии и справки во время их выступления.

Развитие этих связей было продолжено уже в 1986 году, когда Василий Ильич согласился взять к себе соискателем В. С. Ванькову, преподавателя Тульского государственного педагогического института им. Л. Н. Толстого.

Профессор М. Д. Гриндлингер в 1981–1983 годах позволил Н. М. Добровольскому в аспирантуре продолжать заниматься теорией чисел по тематике профессора Н. М. Коробова в области теоретико-числового метода в приближенном анализе. Профессор Н. М. Коробова в рамках своего научного семинара в МГУ им. М. В. Ломоносова, который он вёл совместно с Д. А. Митькиным, продолжил руководить научными исследованиями Н. М. Добровольского. Профессор В. И. Нечаев согласился сотрудничать в области подготовки специалистов по теоретико-числовому методу приближенного анализа с Тульским государственным педагогическим институтом им. Л. Н. Толстого и МГУ имени М. В. Ломоносова. Благодаря этим профессорам в Туле после десятилетнего перерыва начала возрождаться теоретико-числовая научная школа, основанная В. Д. Подсыпаниным в 1949 году.

Как мы писали выше, фактически полного перерыва не было. Десять лет прошли в активной подготовке к переходу на новый этап возрождения Тульской школы теории чисел.

За это время В. И. Нечаев хорошо познакомился с Н. М. Добровольским. Защита кандидатской диссертации Н. М. Добровольского была в диссертационном совете МГПИ им. В. И. Ленина и представление диссертации к защите осуществлялось кафедрой теории чисел, заведующим которой был профессор В. И. Нечаев. Он несколько раз слушал выступления Н. М. Добровольского на научно-исследовательском семинаре кафедры теории чисел в МГУ. В частности, после выступления Н. М. Добровольского на этом семинаре с новым доказательством теоремы Рота о квадратичном отклонении сеток он высоко оценил качество этого доказательства и посоветовал его опубликовать. Позднее одна из глав докторской диссертации Н. М. Добровольского была посвящена обобщенной теореме Рота для сеток с весами. Отметим, что тем самым была поставлена точка в длинной истории работы Н. М. Добровольского над теоремой Рота о квадратичном отклонении, так как она была темой его курсовой работы на 4-ом курсе в 1970–71 учебном году.

Поэтому, когда Н. М. Добровольский обратился с просьбой к В. И. Нечаеву взять В. С. Ванькову соискателем, был получен положительный ответ и начался новый этап возрождения Тульской школы теории чисел, который продолжался 13 лет до безвременной кончины профессора В. И. Нечаева 18 февраля 1999 года.

У всех тульских аспирантов Василия Ильича остались самые теплые воспоминания о домашних консультациях, которые он ежемесячно проводил для них. На этих консультациях Василий Ильич прежде всего сосредотачивал свои усилия на тщательной подготовке аспирантов по программе кандидатского экзамена по специальности. Огромное впечатление на тульских аспирантов производила научная библиотека профессора, в которой он быстро находил нужную справку по любому научному вопросу, возникавшему в процессе занятий.

Необходимо отметить, что поддержка Тульской школы теории чисел была более разветвленной. Со стороны МПГУ это сотрудничество осуществлялось профессорами: В. И. Нечаевым, Д. А. Митькиным, С. М. Ворониным, В. Г. Чирским, А. В. Жмулевой. Благодаря этому сотрудничеству были подготовлены кандидатские диссертации по теории чисел:

- В. С. Ванькова "Многомерные теоретико-числовые сетки" (МПГУ, 1992 г. рук. В. И. Нечаев);
- А. Л. Рощеня "Аналитическое продолжение гиперболической дзета-функции решеток" (МПГУ, 1998 г. рук. В. И. Нечаев);
- И. Ю. Реброва "Пространство решеток и функции на нем" (МПГУ, 2000 г. рук. В. И. Нечаев, Н. М. Добровольский);
- О. В. Родионова "Обобщенные параллелепипедальные сетки и их приложения" (МПГУ, 2000 г. рук. Д. А. Митькин, Н. М. Добровольский);
- Г. Т. Вронская "Квадратичное отклонение плоских сеток" (МПГУ, 2005 г. рук. Н. М. Добровольский);
- Л. П. Добровольская "Алгоритмы вычисления оптимальных коэффициентов" (МПГУ, 2009 г. рук. В. Н. Чубариков);
- А. С. Герцог "Чисто-вещественные биквадратичные алгебраические поля и их приложения" (МПГУ 2012 г. рук. Н. М. Добровольский);
- Е. Д. Ребров "Некоторые теоретико-числовые методы приближенных вычислений" (МГУ, 2013 г. рук. Н. М. Добровольский).

В это же время были успешно защищены ещё две диссертации представителями Тульской школы теории чисел в диссертационном совете МГУ

- М. Н. Добровольский (младший) "Некоторые теоретико-числовые методы приближенного анализа" (МГУ, 2009 г. рук. В. Н. Чубариков);
- Н. Н. Добровольский "Гиперболический параметр сеток с весами и его применение" (МГУ, 2014 г. рук. В. И. Иванов).

Отметим один интересный факт. На семинаре под руководством Н. М. Коробова в МГУ в 1992 году в процессе обсуждения диссертации В. С. Ваньковой Василий Ильич вместе с Николаем Михайловичем сформулировали задачу получения асимптотических формул для плоских сеток. Эта задача стала известна как задача Коробова-Нечаева. Её удалось решить Г. Т. Вронской в своей кандидатской диссертации.

Сотрудничество между кафедрой теории чисел МПГУ и кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии ТГПУ им. Л. Н. Толстого по подготовке аспирантов успешно продолжается и сейчас.

Другое важное направление научного сотрудничества связано с организацией и проведением научных конференций сначала по теории чисел, а потом по алгебре и теории чисел.

Василий Ильич Нечаев активно участвовал в организации и проведении этих Международных конференций. Прежде всего надо отметить активную совместную работу профессоров С. Б. Стечкина и В. И. Нечаева по организации первой Международной конференции по теории чисел в Туле в 1993 году.

В. И. Нечаев успел лично принять участие в трёх первых конференциях. На каждой из этих конференций он настаивал на необходимости организации специализированного журнала по теории чисел. К сожалению, ему не удалось дожить до того момента, когда по решению IV-ой Международной конференции, которая проходила в Туле в 2001 году, его мечта была осуществлена и был организован Чебышевский сборник. В настоящее время журнал вошёл в 3-ю квартиль Scopus и уверенно развивается.

4. С. Б. Стечкин и конференции по теории чисел в ТГПУ им. Л. Н. Толстого

Сергей Борисович Стечкин родился 6 сентября 1920 года в семье будущего академика АН СССР Бориса Сергеевича Стечкина в городе Москве. Его отец Б. С. Стечкин родился в г. Туле 24 июля 1891 года.

Вся жизнь С. Б. Стечкина была связана с двумя организациями: с 1939 года с механико-математическим факультетом Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, а с 1949 года с Математическим институтом им. В. А. Стеклова АН СССР.

В 1967 году С. Б. Стечкин начал читать курс математического анализа на первом потоке первого курса 1967 года набора. С этим потоком он не расставался 7 семестров (4 семестра математического анализа, потом 3 семестра функционального анализа).

Наверное, многим студентам этого потока запомнилась лекция на третьем курсе 8 сентября 1970 года, когда в воскресенье 6 сентября исполнилось 50 лет любимому профессору. С. Б. Стечкин был приятно удивлен, войдя в потоковую аудиторию на 16 этаже, где на доске было написано поздравление с днём рождения, а Ира Стенина вручила чудесный букет роз.

Наверное, трудно привести ещё один пример когда заслуженный профессор выступает перед своими студентами с отчетом и анализом своей научной деятельности. Именно такой отчёт и состоялся 50 лет тому назад, когда так удачно сразу после дня рождения студенты поздравили профессора с его юбилеем.

Знакомство Н. М. Добровольского с С. Б. Стечкиным стало более тесным на втором курсе в 1968 году, когда уже 4 декабря на досрочной сдаче экзамена по математическому анализу, который длился 5 часов, было видно, что С. Б. Стечкин знает студента Н. М. Добровольского. Отчасти это объясняется тем, что в параллельной группе учился Б. С. Стечкин, с которым они общались начиная с первого курса, а он, наверное, делился информацией со своим отцом.

Как известно, студенты мех-мата в конце второго курса выбирают кафедру и научного руководителя для специализации на третьем курсе. Н. М. Добровольский пошёл на кафедру теории чисел к Н. М. Коробову. Он всё время ходил на семинары и спецкурсы, которые читал Н. М. Коробов, но на третьем курсе ещё ходил один семестр на семинар по теории приближений к С. Б. Стечкину.

Семинар у С. Б. Стечкина был гораздо более многочисленный, чем у Н. М. Коробова. Это объясняется тем, что традиционно на теорию чисел шло минимальное количество студентов, да и кафедра теории чисел в те времена была самой малочисленной.

В начале года С. Б. Стечкин раздавал всем участникам семинара индивидуальные темы на выбор. Н. М. Добровольский взял тему, связанную с константами Лебега. И первый научный результат, который ему удалось получить, был на семинаре С. Б. Стечкина. Но до публикации дело не дошло, надо было проделать ещё дополнительные исследования и пришлось выбирать

— что делать дальше? Н. М. Добровольский выбрал продолжение работы по курсовой, которая была посвящена отклонению сеток Смоляка. А там работа оказалась совсем непростой и требовала всех усилий, так что на семинар С. Б. Стекина времени не оставалось.

В конце января 1970 года, когда сессия уже закончилась, Н. М. Добровольский и Б. С. Стечкин помогали С. Б. Стечкину перевезти домой коллекцию оттисков статей, подаренных профессору, доктору физико-математических наук Нине Карловне Бари (19.11.1901–15.07.1961) математиками со всего мира. Эту коллекцию передал С. Б. Стечкину его бывший научный руководитель, заведующий кафедрой функционального анализа член-корреспондент АН СССР Дмитрий Евгеньевич Меньшов (18.04.1892–25.11.1988), так как на кафедре в связи с переездом не было места для хранения этой коллекции, а С. Б. Стечкин был страстным библиофилом и хорошо знал Н. К. Бари, с которой сотрудничал, например, их статья [1] была процитирована 70 раз. Тогда Н. М. Добровольский впервые оказался у С. Б. Стекина дома.

19 января 1971 года С. Б. Стечкин и Н. М. Добровольский встретились в коридоре мехмата (в это день был экзамен по функциональному анализу) и С. Б. Стечкин делился своими впечатлениями от защиты диссертации М. Н. Добровольского, так как он был на защите как член диссертационного совета, а Н. М. Добровольский там не был, так как готовился к экзамену.

После этого был достаточно длительный перерыв в их общении, который возобновился только в конце 80 годов, когда С. Б. Стечкин приехал с группой своих коллег по Математическому институту им. В. А. Стеклова АН СССР в Тулу на конференцию в Тульский политехнический институт, которую проводил профессор Леонид Александрович Толоконников (07.06.1923 — 17.02.1998), с которым они были знакомы ещё по годам учебы в Москве.

Вместе с С. Б. Стечкиным на этой конференции был Сергей Михайлович Воронин (11.03.1946–18.10.1997). Именно на этой конференции Н. М. Добровольский познакомился с С. М. Ворониным, с которым достаточно тесно стал после этого общаться.

Как раз в это время в поле интересов С. М. Воронина попали различные подходы к вопросам численного интегрирования и интерполирования. По этому направлению с 1984 по 1997 год С. М. Воронин опубликовал 8 важных работ в ведущих математических журналах СССР и России таких как Известия РАН. Сер. матем. (4 ст.), Труды МИАН (1 ст.), Математические заметки (2 ст.), Доклады АН СССР (1 ст.).

Важность этих работ объясняется тем, что С. М. Воронин привлёк совершенно новые соображения к построению многомерных квадратурных формул. А именно, в этих работах стали использоваться результаты из теории дивизоров в алгебраических полях, что принципиально отличалось от элементарного метода, которым пользовался Н. М. Коробов для построения параллелепипедальных сеток.

В конце 40-х — начале 50-х годов XX столетия Н. М. Коробов и С. Б. Стечкин были дружны и часто обменивались отпечатками своих работ с дарственными надписями. Позднее их пути разошлись. Парадоксы жизни проявились в том, что С. Б. Стечкин скончался 22.11.1995 года накануне дня рождения Н. М. Коробова 23.11.1995, когда Коробову исполнилось 78 лет, который ещё прожил 9 лет, продолжая активно работать.

В конце ноября 1992 года Н. М. Коробов неожиданно сообщил Н. М. Добровольскому, что ему нравится что он делает в последнее время и считает, что пора готовить докторскую диссертацию. Д. А. Митькин раньше объяснял, что надо обязательно выступить в различных научных центрах и на Всероссийской конференции. Андрей Борисович Шидловский (13.08.1915–23.03.2007), который был с 1968 года заведующим кафедрой теории чисел на мех-мате МГУ, на вопрос о ближайшей конференции ответил, что вроде бы никаких не планируется.

Возвращаясь после семинара вместе с В. С. Ваньковой в Тулу, Н. М. Добровольский в электричке вдруг подумал, а что если такую конференцию организовать в Туле? Это было в пятницу 29 ноября 1992. Первым идею о проведении конференции поддержал заведующий

кафедрой Информатики и вычислительной техники профессор А. Р. Есаян, на которой в то время работал Н. М. Добровольский, а затем вновь избранный ректор Надежда Анатольевна Шайдено (23.11.1952). Единственное её требование было, чтобы это была Всероссийская конференция.

После этого встал вопрос о председателе программного комитета, так как в это время среди теоретико-числовиков не было явного лидера, который согласился бы взяться за организацию такой конференции в то непростое время. Другой вопрос был связан с печатью избранных трудов конференции.

И здесь сработала ассоциация. Н. М. Добровольский ещё по рассказам отца знал об участии С. Б. Стечкина в конференциях по теории чисел, с другой стороны, С. Б. Стечкин был главным редактором академического журнала "Математические заметки", который он основал в 1967 году. Уже 4 декабря Н. М. Добровольский звонил С. Б. Стечкину по поводу своего предложения. С. Б. Стечкин просил перезвонить через несколько дней. На следующей неделе он дал своё согласие, а уже 11 декабря Н. М. Добровольский был впервые на квартире С. Б. Стечкина в Коньково. Когда С. Б. Стечкин представлял Н. М. Добровольского своей младшей дочери Валерии, то сказал, что теперь он будет ездить к нему каждую пятницу как на работу. Так и произошло. Началась долгая и кропотливая работа по организации конференции.

Для Н. М. Добровольского подготовка к конференции совпала с ещё одной новой и сложной работой. На майском совете университета его утвердили заведующим новой кафедры "Информационные технологии", надо было организовывать деятельность этой обще-университетской кафедры. Но это давало дополнительный административный ресурс, который помогал успешно справиться с подготовкой конференции.

С. Б. Стечкин очень серьёзно подошёл к проблеме организации конференции. Последняя всесоюзная конференция по теории чисел была в сентябре 1985 года в Тбилиси. После этого была относительно небольшая Республиканская конференция в 1990 году в Ташкенте, которую организовал Александр Федорович Лаврик (05.11.1927–28.05.2010), который в 1989 году стал член-корреспондентом Академии наук Узбекистана. С. Б. Стечкин сразу поднял уровень конференции до международного, что особенно поразило молодого ректора Н. А. Шайдено. Для этого он связался с Пал Эрдёшем, который дал согласие стать почётным председателем программного комитета, и сумел дать объявление в *Mathematical Reviews* о проведении Международной конференции "Теория чисел: современные проблемы и приложения".

Несмотря на очень сложную внутривузовскую обстановку в стране (накануне открытия конференции был опубликован небезызвестный указ 1400) конференция прошла очень успешно.

Интересный эпизод произошёл во время проведения культурной программы, когда в Тульском музее оружия экскурсанты подошли к витрине, посвящённой Игорю Яковлевичу Стечкину (15.11.1922–28.11.2001) двоюродному брату С. Б. Стечкина и конструктору знаменитого АПС (автоматический пистолет Стечкина). Около витрины С. Б. Стечкин воскликнул: "Теперь вы понимаете, почему конференция в Туле!"

К открытию конференции был издан сборник тезисов, а после конференции в 1994 году во втором выпуске 55 тома Математических заметок были изданы избранные труды конференции. Именно в этом выпуске вышла принципиальная работа Н. М. Коробова по комбинированным сеткам [41].

Таким образом, двадцать семь лет тому назад была заложена традиция проведения Международных конференций по теории чисел в новой России.

В сентябре 2020 прошла XVIII международная конференция "Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории", которая была посвящена столетию со дня рождения профессоров Б. М. Бредихина, В. И. Нечаева и

С. Б. Стечкина. Впервые, в условиях коронавируса, конференция проходила в режиме ВКС. Несмотря на такие необычные условия проведения, конференция вызвала значительный интерес у математиков. На сайте конференции зарегистрировалось 316 участников, а сборник материалов конференции составил увесистый том в 452 страницы формата А4.

5. Чебышевский сборник

Как уже писалось выше, по решению IV Международной конференции «Современные проблемы теории чисел и ее приложения», посвященной 180-летию П. Л. Чебышева и 110-летию И. М. Виноградова, силами представителей Тульской школы теории чисел начал издаваться новый математический журнал «Чебышевский сборник». Первые два тома были изданы на средства от гранта РФФИ на проведение указанной конференции. А дальше финансирование издания журнала до 2015 года проходило из средств грантов РФФИ, которые регулярно выигрывал Н. М. Добровольский для проведения исследований по теории чисел. Ядром творческого коллектива по выполнению этих проектов, поддержанных грантами РФФИ, были С. А. Пихтильков и А. Р. Есаян. Благодаря совместной работе этих трёх профессоров и проходила успешная деятельность Тульской школы теории чисел по проведению исследований по теоретико-числовому методу в приближенном анализе, проведению международных конференций, по изданию научного журнала.

На сегодняшний день научно-теоретический журнал «Чебышевский сборник» является частью мирового научного пространства. Журнал индексируется в электронных базах данных MathSciNet Американского математического общества и Zentralblatt MATH издательства Springer. В 2017 году научно-теоретический журнал «Чебышевский сборник» включен в международную реферативную базу данных Scopus.

Журнал был отобран в число 100 научных журналов в рамках проекта поддержки программ развития научных журналов МИНОБРНАУКИ РФ и АНРИ, а по итогам 2018 года «Чебышевский сборник» вошел уже в топ-70 научных журналов.

По результатам ранжирования научных журналов базы данных Scopus, индексирующей около 21000 журналов, в 2019 году «Чебышевский сборник» попал в квартиль Q3, что подтверждает рост уровня цитируемости и востребованности журнала мировым научным сообществом.

За двадцать лет существования журнала вышло 20 томов из 75 выпусков. В нём опубликовалось более 750 авторов. Вышло около 1000 статей.

В создании журнала Чебышевский сборник значительную роль сыграл Сергей Алексеевич Пихтильков (2.03.1953–24.12.2015). Он взял на себя нелёгкую задачу сформировать первый состав редколлегии. Стал её первым ответственным секретарём. Первые девять лет вся работа по выпуску Чебышевского сборника и созданию его первого сайта легла на плечи С. А. Пихтилькова и его жены Ольги Александровны Пихтильковой (23.01.1973).

В настоящее время функционирует третья версия сайта, созданная лабораторией Elpub Национального электронно-информационного консорциума (НП «НЭИКОН», НЭИКОН).

Одна из проблем развития журнала состоит в том, что ни на одном сайте, в том числе и на Math-Net.Ru, нет электронных версий всех выпусков журнала. А значит, в полной мере не выполнен принцип журнала открытого доступа, когда все материалы журнала доступны любому пользователю.

Поэтому одной из ближайших задач становится перенос и на Общероссийский портал Math-Net.Ru [56] и на официальный сайт журнала Чебышевский сборник [57] и на сайте Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU [55] всех выпусков журнала.

Параллельно сайту Чебышевского сборника развивалась система ПОИВС (Проблемно Ориентированная Информационно-Вычислительная Система) <http://poivs.tsput.ru/rus>

Несомненно, что главным достижением Тульской школы теории чисел является, помимо чисто математической продукции, успешное функционирование триумvirата Конференции — ПОИВС — журнал.

6. Основные научные направления исследований Тульской школы теории чисел

Если попытаться коротко охарактеризовать деятельность Тульской школы теории чисел за последние 45 лет, то это развитие теоретико-числового метода в приближенном анализе.

На протяжении всех 45 лет деятельности в возрожденной Тульской школе теории чисел прежде всего исследования были сосредоточены на решении задач по теории равномерного распределения, решёткам, сеткам, квадратурным формулам для классов E_s^α и H_s^α , и по теории гиперболической дзета-функции решёток. Об этом можно судить уже по первым работам Н. М. Добровольского [6]–[13].

В теории равномерного распределения было введено важное понятие *группы преобразований сеток* (см. [14]). Неожиданным был результат, что средние по орбитам многомерных сеток для двух групп преобразований — группа арифметических сдвигов и группа поразрядных сдвигов — совпадают [15]–[16].

Всякое продвижение в теории квадратурных формул, обычно, позволяет получить новые результаты по интерполяционным формулам, по методам решения интегральных уравнений и уравнений с частными производными. Весь этот спектр исследований присутствует в работах представителей Тульской школы теории чисел.

Необходимо отметить следующее обстоятельство. Если мы рассматриваем задачу численного интегрирования функций из классов E_s^α и H_s^α , то достаточно один раз свести задачу численного интегрирования к задаче теории чисел, а дальше исследования сосредоточиваются на исследовании свойств либо дзета-функции сеток, либо гиперболической дзета-функции решёток. И мы получаем задачу на стыке аналитической теории чисел и геометрии чисел. Неудивительно, что последние исследования по теоретико-числовому методу в приближенном анализе, проводимые в последнее время в Тульской школе теории чисел, на первый взгляд, далеки от исходной задачи приближенного анализа. Но это не так. В силу логики развития предметной области, для дальнейшего продвижения непосредственно в теоретико-числовом методе приближенного анализа необходимо проводить исследования по решению некоторых фундаментальных задач теории чисел, так как они непосредственно связаны с основными объектами теоретико-числового метода такими, как решётка, сетка, дзета-функция сеток, гиперболическая дзета-функция решёток.

Именно поэтому в последнее время внимание исследователей в Тульской школе теории чисел сосредоточено на изучении приближения одних решёток другими в метрическом пространстве решёток. Естественно, что возникает вопрос о построении и изучении гладкого многообразия решёток, что необходимо для понимания дифференциальных свойств основных объектов.

Так как дзета-функция сеток и гиперболическая дзета-функция решёток являются рядами Дирихле, то естественным образом возникла необходимость изучения дзета-функции моноидов натуральных чисел. Здесь мы столкнулись с новым явлением, которое связано с появлением новых классов периодических функций. Эти классы дают примеры функций, которые ранее не изучались в теоретико-числовом методе в приближенном анализе.

Именно логика научного исследования привела к необходимости современных представителей Тульской школы теории чисел вернуться к вопросам приближения алгебраических чисел. Это те вопросы, которыми занимались В. Д. Подсыпанин и М. Н. Добровольский (старший) на первом этапе развития Тульской школы теории чисел. Здесь удалось обнаружить совершен-

но неожиданный результат. Было установлено, что для любой вещественной алгебраической иррациональности, начиная с некоторого места все остаточные дроби в разложении в цепную дробь являются либо приведенными алгебраическими иррациональностями (если алгебраическая иррациональность из чисто вещественного алгебраического поля), либо обобщённым числом Пизо.

Здесь мы сталкиваемся с той ситуацией, о которой говорил профессор С. Б. Стечкин студентам на своих лекциях, что формула умнее математика, который её написал. Она задаёт новые вопросы и открывает новые направления исследований. Применительно к алгебраическим числам это означало, что надо изучать не только приближение к алгебраическому числу, но и к совокупности всех его сопряженных чисел.

7. Заключение

Из материала статьи видно очередное подтверждение закона *"об интеллектуальной эстафете"*, согласно которому развитие научных направлений происходит по линии от учителей к ученикам. И если интеллектуальная эстафета обрывается, то развитие останавливается.

В качестве примера, иллюстрирующего последнее утверждение, можно привести исторические исследования по математике в Тульском регионе. С 1952 года по 1965 год в Туле работал один из корифеев отечественной истории математики профессор, доктор физико-математических наук Марк Яковлевич Выгодский (2.10.1898–26.09.1965). М. Я. Выгодский не успел создать школу по истории математики в Туле. В ТГПИ им. Л. Н. Толстого после кончины М. Я. Выгодского работала по истории математики только Варвара Ивановна Антропова, которая была ученицей доктора физико-математических наук, профессора Адольфа Павловича Юшкевича (15.07.1906–17.07.1993). После её смерти в Туле вообще прекратились исследования по истории математики. И только в последнее время по инициативе Н. М. Добровольского такие исследования были возобновлены, так как это диктовалось потребностями развития Тульской школы теории чисел и реализации принципа интеллектуальной эстафеты в области теоретико-числового метода в приближенном анализе.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Н. К. Бари, С. Б. Стечкин. Наилучшие приближения и дифференциальные свойства двух сопряженных функций // Тр. ММО, 5, ГИТТЛ, М., 1956, С. 483–522.
2. Воронин С. М. О квадратурных формулах // Изв. РАН. Сер. мат. 1994. Т. 58. № 5. С. 189–194.
3. Воронин С. М. О построении квадратурных формул // Изв. РАН. Сер. мат. 1995. Т. 59. № 4.
4. Воронин С. М., Темиргалиев Н. О квадратурных формулах, связанных с дивизорами поля гауссовых чисел // Мат. заметки. 1989. Т. 46. № 2. С. 34–41.
5. С. С. Демидов, Е. А. Морозова, В. Н. Чубариков, И. Ю. Реброва, И. Н. Балаба, Н. Н. Добровольский, Н. М. Добровольский, Л. П. Добровольская, А. В. Родионов, О. А. Пихтилькова Теоретико-числовой метод в приближенном анализе // Чебышевский сборник. 2017. Том 18 № 4(64). С. 6-85.
6. Добровольский Н. М. Эффективное доказательство теоремы Рота о квадратичном отклонении // УМН. Т. 39 (123). 1984. С. 155–156.

7. Добровольский Н. М. Оценки отклонений модифицированных сеток Хэммерсли — Рота. / Деп. в ВИНТИ 23.02.84, N 1365–84.
8. Н. М. Добровольский Оценки отклонений обобщенных параллелепипедальных сеток. Деп. в ВИНТИ 24.08.84. № 6089–84.
9. Добровольский Н. М. Гиперболическая дзета функция решёток. Деп. в ВИНТИ 24.08.84, № 6090–84.
10. Н. М. Добровольский О квадратурных формулах на классах $E_s^\alpha(c)$ и $H_s^\alpha(c)$. Деп. в ВИНТИ 24.08.84. № 6091–84.
11. Добровольский Н. М. Теоретико–числовые сетки и их приложения. / Дис. ... канд. физ.–мат. наук. Тула, 1984.
12. Добровольский Н. М. Теоретико–числовые сетки и их приложения: / Автореф. дис. ... канд. физ.–мат. наук. Москва, 1985.
13. Добровольский Н. М. Теоретико–числовые сетки и их приложения // Теория чисел и ее приложения: Тез. докл. Всесоюз. конф. Тбилиси, 1985. С. 67–70.
14. Добровольский Н. М. Группы преобразований многомерных сеток // Современные проблемы теории чисел: Тез. докл. Междунар. конф. Тула, 1993. С. 46.
15. Добровольский Н. М. Средние по орбитам многомерных сеток // Мат. заметки. 1995. Т. 58, вып. 1. С. 48–66.
16. Добровольский Н. М. Means over of Multidimensional Lattices. // Mathematical Notes. Vol. 58. No 1. 1995. P. 710–721.
17. Добровольский Н. М. Многомерные теоретико-числовые сетки и решетки и их приложения: / Дис. ... док. физ.–мат. наук. Москва, 2000.
18. Добровольский Н. М. Многомерные теоретико-числовые сетки и решетки и их приложения к приближенному анализу // Сб. IV Международная конференция „Современные проблемы теории чисел и ее приложения“ посвященная 180-летию П. Л. Чебышева и 110-летию И. М. Виноградова. Тула, 10–15 сентября, 2001 Актуальные проблемы Ч. I. М. МГУ, 2002. С. 54–80.
19. Добровольский Н. М. Многомерные теоретико-числовые сетки и решётки и их приложения / Н. М. Добровольский. — Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2005.
20. Н. М. Добровольский О современных проблемах теории гиперболической дзета-функции решёток // Чебышевский сб. 2015. Т. 16, вып. 1. С. 176–190.
21. Добровольский Н. М., Коробов Н. М. Оптимальные коэффициенты для комбинированных сеток. // Чебышевский сборник, Т. 2, Тула, 2001, С. 41–53.
22. Добровольский Н. М., Коробов Н. М. Об оценке погрешности квадратурных формул с оптимальными параллелепипедальными сетками // Чебышевский сборник. 2002 Т. 3, вып. 1(3). С. 41–48.
23. Н. М. Добровольский, И. Ю. Реброва, А. Е. Устьян, Ф. В. Подсыпанин, Е. В. Подсыпанин. К 105–летию юбилею Владимира Дмитриевича Подсыпанина (16.01.1910–11.10.1968) // Чебышевский сборник. 2015. Т. 16, вып. 1, С. 301–316.

24. Добровольский Н. М., Реброва И. Ю., Устьян А. Е., Подсыпанин Ф. В., Подсыпанин Е. В. Тульская школа теории чисел (к 105-летию юбилею Владимира Дмитриевича Подсыпанина (16.01.1910 - 11.10.1968) и 65-летию Тульской школы теории чисел) // В сборнике: Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения Материалы XIII Международной конференции, Дополнительный том. Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого. 2015. С. 20-85.
25. Коробов Н. М. Приближенное вычисление кратных интегралов с помощью методов теории чисел // ДАН СССР. 1957. 115. № 6. С. 1062–1065.
26. Коробов Н. М. О приближенном вычислении кратных интегралов // ДАН СССР. 1959. Т. 124, № 6. С. 1207–1210.
27. Коробов Н. М. О приближенном решении интегральных уравнений // ДАН СССР. 1959. Т. 128, № 2. С. 235–238.
28. Коробов Н. М. О некоторых теоретико-числовых методах приближенного вычисления кратных интегралов. Резюме докл. на заседании Моск. мат. об-ва. // УМН. 1959. Т. 14, вып. 2 (86). С. 227–230.
29. Коробов Н. М. Вычисление кратных интегралов методом оптимальных коэффициентов // Вестн. Моск. ун-та, 1959. № 4. С. 19–25.
30. Коробов Н. М. Свойства и вычисление оптимальных коэффициентов // ДАН СССР 132. 1960. № 5. С. 1009–1012.
31. Коробов Н. М. Применение теоретико-числовых сеток в интегральных уравнениях и интерполяционных формулах // Сборник статей. Посвящается академику Михаилу Алексеевичу Лаврентьеву к его шестидесятилетию, Тр. МИАН СССР, 1961. Т. 60, Изд-во АН СССР, М., С. 195–210.
32. Коробов Н. М. О применении теоретико-числовых сеток // Вычислительные методы и программирование: // Сб. Моск. ун-т. 1962. С. 80–102.
33. Коробов Н. М. О теоретико-числовых методах в приближенном анализе // Вопросы вычислительной математики и вычислительной техники. М.: Машгиз. 1963.
34. Коробов Н. М. О некоторых задачах теории чисел, возникающих из потребностей приближенного анализа: Сообщение на IV математическом съезде (не опубликовано).
35. Коробов Н. М. Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. М.: Физматгиз, 1963.
36. Коробов Н. М. О некоторых вопросах теории диофантовых приближений // УМН. 1967. Т. 22, 3 (135). С. 83 — 118.
37. Коробов Н. М. О вычислении оптимальных коэффициентов // ДАН СССР. 267. 1982. N2. С. 289 — 292.
38. Коробов Н. М. Об одной оценке А. О. Гельфонда // Вестн. МГУ. Сер.1. Математика, механика. 1983. N3. С. 3 — 7.
39. Коробов Н. М. О некоторых вопросах теории диофантовых приближений // Тезисы докладов всесоюзной конференции „Теория трансцендентных чисел и ее приложения“. 1983. С. 62.

40. Коробов Н. М. Тригонометрические суммы и их приложения. М.: Наука, 1989.
41. Коробов Н. М. Квадратурные формулы с комбинированными сетками // Математические заметки. 1994. Т. 55. Вып. 2. С. 83–90.
42. Коробов Н. М. О теоретико-числовых методах приближенного интегрирования // Историко-матем. исследования. СПб., 1994. Вып. XXXV. С. 285–301.
43. Коробов Н. М. Специальные полиномы и их приложения // Диофантовы приближения. Матем. записки. 1996. Т. 2. С. 77–89.
44. Коробов Н. М. О конечных цепных дробях // УМН. 1998. Т. 52. 3. С. 167–168.
45. Коробов Н. М. О теоретико-числовых интерполяционных формулах // Историко-матем. исследования. М.: „Янус // К“. 2001. Вып. 6 (41). С. 266–276.
46. Коробов Н. М. О некоторых свойствах специальных полиномов // Труды IV Международной конференции ”Современные проблемы теории чисел и ее приложения“ Чебышевский сборник. 2001. Т. 1. С. 40–49.
47. Коробов Н. М. Об одной оценке в методе оптимальных коэффициентов // Тезисы IV Всероссийской конференции ”Современные проблемы математики, механики, информатики“ Тула. 2002. с. 39–40.
48. Коробов Н. М. Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. (второе издание) / М.: МЦНМО, 2004. 288 с.
49. Н. М. Коробов, Н. М. Добровольский. Критерии оптимальности и алгоритмы поиска оптимальных коэффициентов // Чебышевский сборник. 2007. Т. 8, вып. 4(24). С. 105–128.
50. Фролов К. К. Оценки сверху погрешности квадратурных формул на классах функций // ДАН СССР. 231. 1976. № 4. С. 818–821.
51. Фролов К. К. Квадратурные формулы на классах функций. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ВЦ АН СССР. 1971.
52. В. Н. Чубариков, В. Г. Чирский, Е. И. Деза, Ю. Н. Баулина, Л. В. Котова, Е. В. Неискашова, В. С. Ванькова, Н. М. Добровольский, И. Ю. Реброва, А. Л. Рощеня. Василий Ильич Нечаев. К 100-летию юбилею // Чебышевский сборник, 2020, т. 21, вып. 1, с. 404–414.
53. Roth K. F. On irregularities of distribution // Mathematika. 1. 1954, P. 73–79.
54. Roth K. F. On irregularities of distribution – IV, // Acta Arithm. 37. 1980. P. 65–75.
55. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU —
https://www.elibrary.ru/title_about.asp?id=32553
56. Общероссийский портал Math-Net.Ru —
http://www.mathnet.ru/index.phtml/?option_lang=rus
57. Сайт журнала Чебышевский сборник — <https://www.chebsbornik.ru/jour/index>

REFERENCES

1. N. K. Bary, S. B. Stechkin, 1956, "Best approximations and differential properties of two conjugate functions", *Tr. MMO*, 5, *GITTL*, M., P. 483–522.
2. Voronin, S.M. 1994, "On quadrature formulas", *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Seriya matematicheskaya*, vol. 58, no. 5, pp. 189–194.
3. Voronin, S.M. 1995, "About the construction of quadrature formulas", *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Seriya matematicheskaya*, vol. 59, no. 4.
4. Voronin, S.M. & Temirgaliev, N. 1989, "On quadrature formulas associated to divisors of the field of Gaussian numbers", *Matematicheskie zametki*, vol. 46, no. 2, pp. 34–41.
5. Demidov S. S., Morozova E. A., Chubarikov V. N., Rebrov I. Yu., Balaba I. N., Dobrovol'skii N. N., Dobrovol'skii N. M., Dobrovol'skaya L. P., Rodionov A. V., Pikhtil'kova O. A., 2017, "Number-theoretic method in approximate analysis", *Chebyshevskii Sbornik* vol. 18, № 4. pp. 6–85.
6. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "An effective proof of Roth's quadratic deviation theorem", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 39(123), pp. 155–156.
7. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "Estimates of variance of modified grids Hammersly Rota", *Dep. v VINITI*, no. 1365–84.
8. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "Evaluation of generalized variance parallelepipedal grids", *Dep. v VINITI*, no. 6089–84.
9. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "On quadrature formulas in classes $E_s^\alpha(c)$ and $H_s^\alpha(c)$ ", *Dep. v VINITI*, no. 6091–84.
10. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "The hyperbolic Zeta function of lattices", *Dep. v VINITI*, no. 6090–84.
11. Dobrovol'skii, N. M. 1984, "Number-theoretic meshes and their applications", Ph.D. Thesis, Tula, Russia.
12. Dobrovol'skii, N. M. 1985, "Number-theoretic meshes and their applications", Abstract of Ph.D. dissertation, Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia.
13. Dobrovol'skii, N. M. 1985, "Number-theoretic meshes and their applications", *Teoriya chisel i ee prilozheniya: Tezisy докладov Vsesoyuznoj konferentsii*, Tbilisi, USSR, pp. 67–70.
14. Dobrovol'skii, N. M. 1993, "Groups of transformations of multidimensional grids", *Sovremennye problemy teorii chisel: Tezisy докладov Mezhdunarodnoj konferentsii*, Tula, Russia, p. 46.
15. Dobrovol'skii, N. M. 1995, "The average orbits of multidimensional grids", *Matematicheskie zametki*, vol. 58, no. 1, pp. 48–66.
16. Dobrovol'skii, N. M. 1995, "Means over of Multidimensional Lattices", *Mathematical Notes*, vol. 58. no. 1, pp. 710–721.
17. Dobrovol'skii, N. M. 2000, "Multidimensional number-theoretic grids and lattices and their applications", D. Sc. Thesis, Tula State Pedagogical University, Tula, Russia.

18. Dobrovol'skii, N. M. 2001, "Multidimensional number-theoretic grids and lattices and their applications to approximate analysis", *Sbornik IV Mezhdunarodnaya konferentsiya "Sovremennye problemy teorii chisel i ee prilozheniya"*, posvyashhennaya 180-letiyu P. L. Chebysheva i 110-letiyu I. M. Vinogradova (A collection of the IV international conference "Modern problems of number theory and its applications", dedicated to 180th anniversary of P. L. Chebyshev and 110th anniversary of I. M. Vinogradov), Tula, Russia, 10-15 September, pp. 54–80.
19. Dobrovol'skii, N. M. 2005, *Mnogomernye teoretiko-chislovye setki i reshyotki i ikh prilozheniya* [Multidimensional number-theoretic grids and lattices and their applications], Izdatel'stvo Tul'skogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta imeni L.N.Tolstogo, Tula, Russia.
20. Dobrovol'skii, N. M. 2015, "On modern problems of the theory of hyperbolic Zeta function of lattices", *Chebyshevskij sbornik*, vol. 16, no. 1, pp. 176–190.
21. Dobrovol'skii, N. M. & Korobov, N. M. 2001, "The optimal coefficients for mixed meshes", *Chebyshevskij sbornik*, vol. 2, pp. 41–53.
22. Dobrovol'skii, N. M. & Korobov, N. M. 2002, "On the error estimation of quadrature formulas with optimal parallelepipedal grids", *Chebyshevskij sbornik*, vol. 3, no. 1(3), pp. 41–48.
23. N. M. Dobrovol'skii, I. Yu. Rebrova, A. E. Ustyan, F. V. Podsypanin, E. V. Podsypanin, 2015, "The 105-year anniversary of Vladimir Dmitrievich Podsypanin (16.01.1910 – 11.10.1968)", *Chebyshevskij sbornik*, vol. 16, no. 1(53), pp. 301–316.
24. N. M. Dobrovol'skii, I. Yu. Rebrova, A. E. Ustyan, F. V. Podsypanin, E. V. Podsypanin, 2015, "Tula school of number theory (for the 105th anniversary of Vladimir Dmitrievich Podsypanin (16.01.1910-11.10.1968) and the 65th anniversary of the Tula school of number theory)", *Algebra, number theory and discrete geometry: modern problems and applications Proceedings of the XIII International conference*, Additional volume. Tula state pedagogical University named after L. N. Tolstoy. P. 20-85.
25. Korobov, N.M. 1957, "Approximate evaluation of multiple integrals by using methods of the theory of numbers", *Doklady Akademii nauk SSSR*, vol. 115, no. 6, pp. 1062–1065.
26. Korobov, N.M. 1959, "On approximate computation of multiple integrals", *Doklady Akademii nauk SSSR*, vol. 124, no. 6, pp. 1207–1210.
27. Korobov, N.M. 1959, "On approximate solution of integral equations", *Doklady Akademii nauk SSSR*, vol. 128, no. 2, pp. 235–237.
28. Korobov, N.M. 1959, "On some number-theoretic methods for approximate computation of multiple integrals. Abstract of the report at the meeting of the Moscow mathematical society", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 14, no. 2(86), pp. 227–230.
29. Korobov, N.M. 1959, "The evaluation of multiple integrals by method of optimal coefficients", *Vestnik Moskovskogo universiteta*, no. 4, pp. 19–25.
30. Korobov, N.M. 1960, "Properties and calculation of optimal coefficients", *Doklady Akademii nauk SSSR*, vol. 132, no. 5, pp. 1009–1012.
31. Korobov, N. M., 1961, "Application of number-theoretic nets to integral equations and interpolation formulas", *Sbornik statej. Posvyashhaetsya akademiku Mikhailu Alekseevichu Lavrent'evu k ego shestidesyatiletiju*, *Trudy MIAN SSSR*, vol. 60, pp. 195–210.

32. Korobov, N.M. 1962, "On the application of number-theoretic grids", *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye*, pp. 80–102.
33. Korobov, N.M., 1963, "On number-theoretic methods in approximate analysis", *Questions of computational mathematics and computer engineering*, M.: Mashgiz.
34. Korobov, N.M., 1961, "On some problems of number theory arising from the needs of approximate analysis" *Message at the IV mathematical Congress (not published)*.
35. Korobov, N.M. 1963, *Teoretiko-chislovye metody v priblizhennom analize* [Number-theoretic methods in approximate analysis], Fizmat-giz, Moscow, Russia.
36. Korobov, N.M. 1967, "About some questions of the theory of Diophantine approximations", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 22, no. 3(135), pp. 83–118.
37. Korobov, N.M. 1982, "On the calculation of optimal coefficients", *Doklady Akademii nauk SSSR*, vol. 267, no. 2, pp. 289–292.
38. Korobov, N.M. 1983, "About one assessment of A. O. Gelfond", *Vestnik MGU. Seriya 1. Matematika, mekhanika*, no. 3, pp. 3–7.
39. Korobov, N.M. 1983, "About some questions of the theory of Diophantine approximations", *Tezisy dokladov vsesoyuznoj konferentsii "Teoriya transtsendentnykh chisel i ee prilozheniya"*, p. 62.
40. Korobov, N.M. 1989, *Trigonometricheskie summy i ikh prilozheniya* [Trigonometric sums and their applications], Nauka, Moscow, Russia.
41. Korobov, N.M. 1994, "Quadrature formulas with combined grids", *Matematicheskie zametki*, vol. 55, no. 2, pp. 83–90.
42. Korobov, N.M. 1994, "On numerical-theoretic methods of approximate integration", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, no. XXXV, pp. 285–301.
43. Korobov, N.M. 1996, "Special polynomials and their applications", *Diofantovy priblizheniya. Matematicheskie zapiski*, vol. 2, pp. 77–89.
44. Korobov, N.M. 1998, "About the end of the chain fractions", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 52, no. 2, pp. 167–168.
45. Korobov, N.M. 2001, "On number-theoretic interpolation formulas", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, no. 6(41), pp. 266–276.
46. Korobov, N.M. 2001, "On some properties of special polynomials", *Trudy IV Mezhdunarodnoj konferentsii "Sovremennye problemy teorii chisel i ee prilozheniya" Chebyshevskij sbornik* (Proceedings of the IV international conference "Modern problems of number theory and its applications" Chebyshev collection), vol. 1, pp. 40–49.
47. Korobov, N.M. 2002, "About one estimation in the method of optimal coefficients", *Tezisy IV Vserossijskoj konferentsii "Sovremennye problemy matematiki, mekhaniki, informatiki"*, pp. 39–40.
48. Korobov, N.M. 2004, *Teoretiko-chislovye metody v priblizhennom analize* [Number-theoretic methods in approximate analysis], 2nd ed, MTSNMO, Moscow, Russia.

-
49. Korobov, N. M. & Dobrovol'skii, N. M., 2007, "Optimality criteria and algorithms for finding optimal coefficients", *Chebyshevskij sbornik*, vol. 8, no. 4(24). P. 105–128.
50. Frolov, K. K. 1976, "Estimates from above of the error of quadrature formulas on function classes", *DAN SSSR*, no.4, pp. 818–821.
51. Frolov, K. K. 1979, "Quadrature formulas on function classes", Ph.D. Thesis, Computing Center of the Russian Academy of Sciences of the USSR, Moscow, Russia.
52. V. N. Chubarikov, V. G. Cherskii, E. I. Deza, I. N. Baoulina, L. V. Kotova, E. V. Neiskashova, V. S. Vankova, N. M. Dobrovolskii, I. Yu. Rebrova, A. L. Roshchenya, 2020, "Vassiliy Ilyich Nechaev. To the 100-th anniversary Chebyshevskii sbornik, vol. 21, no. 1, pp. 404–414.
53. Roth K. F., 1954, "On irregularities of distribution", *Mathematika*. 1. P. 73–79.
54. Roth K. F., 1980, "On irregularities of distribution – IV", *Acta Arithm.* 37. P. 65–75.
55. Scientific electronic library eLIBRARY.RU —
https://www.elibrary.ru/title_about.asp?id=32553
56. All-Russian portal Math-Net.Ru — http://www.mathnet.ru/index.phtml/?option_lang=rus
57. The website of the journal Chebyshevskii sbornik — <https://www.chebsbornik.ru/jour/index>

Получено 27.06.20 г.

Принято в печать 22.10.2020 г.