

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 21. Выпуск 3.

УДК 51(09)

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-3-10-14

К 75-летию Сергея Владимировича Востокова

И. Б. Жуков

Игорь Борисович Жуков — Санкт-Петербургский государственный университет (г. Санкт-Петербург).

e-mail: i.zhukov@spbu.ru

Аннотация

Статья посвящена юбилею С. В. Востокова.

Ключевые слова: локальные поля, локальная теория полей классов, высшие локальные поля, формальные группы, модули Галуа

Библиография: 5 названий.

Для цитирования:

И. Б. Жуков К 75-летию Сергея Владимировича Востокова // Чебышевский сборник, 2020, т.21, вып.3, с. 10–14.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 21. No. 3.

UDC 51(09)

DOI 10.22405/2226-8383-2020-21-3-10-14

To the 75th anniversary of Sergei Vladimirovich Vostokov

I. B. Zhukov

Igor Borisovich Zhukov — Saint Petersburg State University (St. Petersburg).

e-mail: i.zhukov@spbu.ru

Abstract

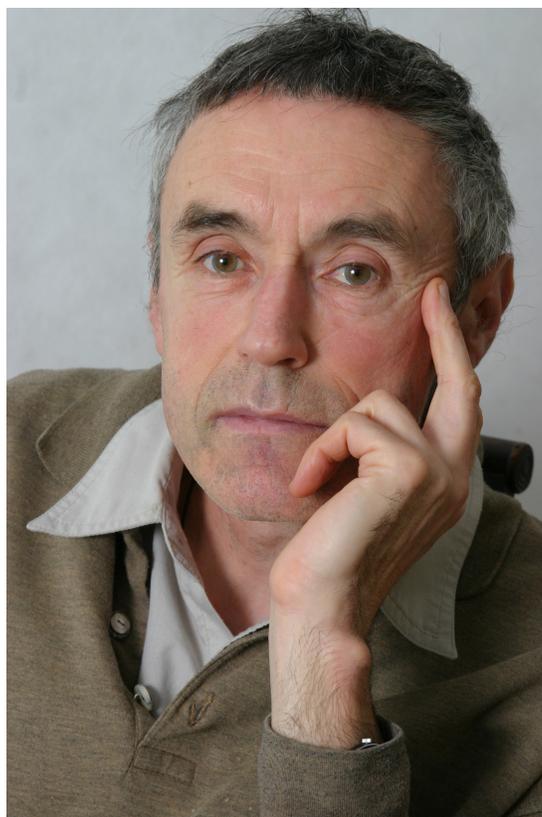
The article is dedicated to the 75th anniversary of S. V. Vostokov.

Keywords: local fields, local class field theory, higher local fields, formal groups, Galois modules

Bibliography: 5 titles.

For citation:

I. B. Zhukov, 2020, "To the 75th anniversary of Sergei Vladimirovich Vostokov", *Chebyshevskii sbornik*, vol.21, no.3, pp. 10–14.



Сергей Владимирович Востоков

13 апреля 2020 года исполнилось 75 лет крупному российскому математику, заведующему кафедрой высшей алгебры и теории чисел СПбГУ, Президенту Фонда Эйлера Сергею Владимировичу Востокову.

Почти вся жизнь Сергея Владимировича связана с городом на Неве. Здесь он родился, здесь окончил 222 школу («Петришуле»), где преподавал молодой Борис Германович Зив. В 1963 году С. В. Востоков поступает на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета (ЛГУ), затем там же — в аспирантуру по кафедре высшей алгебры и теории чисел. В 1973 г. он защитил кандидатскую диссертацию на тему «Аддитивные модули Галуа числовых полей» под руководством З. И. Боровича, в 1980 г. — докторскую диссертацию на тему «Явный закон взаимности в поле алгебраических чисел». В 1982 г. Сергей Владимирович Востоков становится профессором кафедры алгебры и теории чисел ЛГУ, а с 2015 г. возглавляет эту кафедру. В 2013 году С. В. Востоков был награжден премией СПбГУ «За научные труды», а в 2014 году высшей премией Санкт-Петербурга для математиков — премией им. П. Л. Чебышёва.

Главные научные работы С. В. Востокова посвящены теории локальных полей — одному из центральных разделов алгебраической теории чисел. Интерес к этой области сложился у него ещё в студенческие и аспирантские годы благодаря общению с учителями — Зеноном Ивановичем Боровичем и Дмитрием Константиновичем Фаддеевым, а также московским математиком Игорем Ростиславовичем Шафаревичем. В кандидатской диссертации Сергей Владимирович получает новые результаты в исследовании аддитивной группы локального поля как модуля Галуа, продолжая направление исследований, начатое З. И. Боровичем. Затем он начинает работать над темой явного описания локального символа норменного вычета, то есть локального множителя в законе взаимности Гильберта. В 1978 появляется *opus magnum* С. В. Востокова — работа «Явная форма закона взаимности» [1]. В ней доказана ставшая знаменитой явная фор-

мула для символа норменного вычета $(a, b)_p$ в терминах разложений a и b в степенные ряды. Она включает в себя ранее полученные формулы (например, результат И. Р. Шафаревича) как частные случаи. Локальный символ норменного вычета задаётся независимо от теории полей классов, что создаёт возможности «апостериорного» построения локальной теории полей классов при помощи этой формулы («символа Востокова»). Полученный результат нашёл множество применения в важных теоретико-числовых работах, в том числе у Э. Уайлза и К. Като.

В ряде дальнейших работ С. В. Востокова этот результат обобщается с мультипликативной группы локального поля на случай различных формальных групп F , определённых над его кольцом целых. Это означает, что вместо обычного символа норменного вычета, то есть спаривания

$$K^*/(K^*)^{p^n} \times K^*/(K^*)^{p^n} \rightarrow \mu_{p^n},$$

где μ_{p^n} — группа корней из 1 степени p^n , строится спаривание

$$K^*/(K^*)^{p^n} \times F(\mathfrak{m}_K)/[p^n]F(\mathfrak{m}_K) \rightarrow \text{Ker}[p^n],$$

где $F(\mathfrak{m}_K)$ — максимальный идеал кольца целых в локальном поле K со структурой модуля (над кольцом целых p -адических чисел \mathbb{Z}_p или его надкольцом), задаваемой формальной группой F , а $[p^n]$ — умножение на p^n в этом модуле. Соответствующие результаты были получены последовательно для формальных групп Любина-Тэйта, обобщённых групп Любина-Тэйта, групп Хонды и их обобщений — групп Демченко.

Наиболее впечатляющим продвижением становится обобщение явной формулы для символа норменного вычета на случай многомерных локальных полей. n -мерные локальные поля были введены в конце 1970-х годов независимо в работах А. Н. Паршина и К. Като. Они определяются рекуррентно: говорят, что на поле K введена структура n -мерного локального поля, если на K задано дискретное нормирование, относительно которого K полно, и на поле вычетов задана структура $(n-1)$ -мерного локального поля; при этом под 0-мерными полями подразумеваются конечные поля. (В дальнейшем рассматривался и более общий случай, когда «последнее поле вычетов» — произвольное совершенное поле вычетов простой характеристики, не обязательно конечное.)

Для этих полей А. Н. Паршиным и К. Като была построена теория полей классов, центральный факт которой — существование для такого K гомоморфизма $K'_n K \rightarrow \text{Gal}(K^{ab}/K)$, который для любого конечного абелева расширения L/K индуцирует изоморфизм между $K'_n K/N_{L/K} K'_n L$ и $\text{Gal}(L/K)$. Здесь $K'_n K$ — n -я K -группа Милнора поля K , профакторизованная по подгруппе, состоящей из всех бесконечно делимых элементов. Соответственно определён «многомерный» символ норменного вычета (здесь предполагается, что поле K имеет характеристику 0, а его первое поле вычетов — характеристику $p > 0$).

С. В. Востоков в работе [2] показал, что этот символ индуцируется отображением $K_{n+1} K \rightarrow \mu_{p^n}$ и получил явную формулу для этого отображения. Как и в одномерном случае, это создаёт возможность явного построения теории полей классов для полей указанного типа.

В 1993 г. AMS издаёт монографию С. В. Востокова и И. Б. Фесенко «Локальные поля и их расширения: конструктивный подход», которая включает как современное введение в теорию локальных полей, так и построение теории полей классов в явном виде на основе формулы для символа норменного вычета и без использования когомологий. Она быстро становится важнейшим источником информации о локальных полях для всех, кто изучает алгебраическую теорию чисел; в 2002 г. выходит в свет новое, расширенное издание [3]. В дальнейшем Сергей Владимирович Востоков получил множество новых результатов в уже названном и смежных направлениях, включая различные обобщения формулы для символа норменного вычета, классификацию формальных групп над кольцами целых локальных полей, описание строения модулей Галуа и др. Фактически С. В. Востоков совместно с учениками создал и

развивает новое направление в теории чисел — «конструктивную теорию полей классов» ([4], [5]). Наконец, недавние работы Сергея Владимировича были посвящены приложениям явных формул к построению криптографических систем.

У С. В. Востокова много учеников, созданная им научная школа — заметное явление в математической жизни страны. Среди тех, кто у него учился и защищался — профессора, работающие в университетах России, Великобритании, Молдовы, Франции. И тут дело не только в научном и педагогическом таланте Сергея Владимировича, но и в том огромном человеческом внимании, которое Сергей Владимирович оказывает ученикам, душевной поддержке, которую они от него получают.

Многие годы и десятилетия работает «арифметический» семинар под руководством С. В. Востокова, где обмениваются идеями ученики С. В., принадлежащие разным поколениям. Сергей Владимирович организовал ряд конференций по алгебраической теории чисел и арифметической геометрии в Санкт-Петербурге, собиравших крупнейших специалистов со всего мира.

Сергей Владимирович Востоков уделяет много сил и времени общественным делам, прежде всего — связанным с математическим образованием. Ещё в 1960-ые годы С. В. был организатором первых ЛМШ (летних математических школ) при ЛГУ, принимал участие в работе кружков Юношеской математической школы, в дальнейшем — в работе ФМШ-45 (Академической гимназии СПбГУ). В 2006 г., в преддверии юбилея Эйлера, создаётся Международный благотворительный фонд поддержки математики имени Леонарда Эйлера, и С. В. Востоков становится его президентом. Запускается целый ряд программ по поддержке учёных, студентов, школьников, учителей математики. В частности, под руководством Сергея Владимировича ежегодно с 2007 г. проходит Олимпиада учителей математики Санкт-Петербурга и Ленинградской области. С. В. руководит работой интернет-школы «Унишанс», организует проходящие 2–3 раза в год выездные семинары для учителей и школьников Ленинградской области. Сергей Владимирович много лет активно участвует в работе Санкт-Петербургского математического общества, он вице-президент Общества.

Наконец — последнее по порядку, но отнюдь не по значению — Сергей Владимирович уже 5 лет, несмотря на все сложности нынешнего времени, успешно руководит нашей кафедрой.

Дорогой Сергей Владимирович, от имени учеников и коллег поздравляю Вас с юбилеем! Желаю новых успехов в науке, работе с учениками, общественных делах, поддержки семьи и друзей, здоровья и долгих лет!

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Востоков, С. В. Явная форма закона взаимности/ С. В. Востоков // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1978. Т. 42, №6. С. 1288–1321.
2. Востоков, С. В. Явная конструкция теории полей классов многомерного локального поля/ С. В. Востоков // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1985. Т. 49, №2. С. 283–308.
3. Fesenko I. V., Vostokov, S. V. Local fields and their extensions. A constructive approach / I. V. Fesenko, S. V. Vostokov // Second edition, AMS, Providence, RI, 2002.
4. Беккер, Б. М., Бенуа, Д. Г., Востоков, С. В., Жуков, И. Б., Смирнов, А. Л., Фесенко, И. Б. О семинаре “Конструктивная теория полей классов”/ Б. М. Беккер, Д. Г. Бенуа, С. В. Востоков, И. Б. Жуков, А. Л. Смирнов, И. Б. Фесенко // Алгебра и анализ. 1992. Т. 4, №1. С. 177–193.
5. Востоков, С. В., Афанасьева, С. С., Бондарко, М. В., Волков, В. В., Демченко, О. В., Иконникова, Е. В., Жуков, И. Б., Некрасов, И. И., Питаль, П. Н. Явные конструкции и

арифметика числовых локальных полей/ С. В. Востоков, С. С. Афанасьева, М. В. Бондарко, В. В. Волков, О. В. Демченко, Е. В. Иконникова, И. Б. Жуков, И. И. Некрасов, П. Н. Питаль // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2017. Т. 4 (62). Вып. 3

REFERENCES

1. Vostokov, S. V., 1978, "The explicit form of the law of reciprocity", *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Ser. mat.*, vol. 42, no. 6, pp. 1288–1321.
2. Vostokov, S. V., 1985, "An explicit construction of the theory of class fields for a multi-dimensional local field", *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Ser. mat.*, vol. 49, no. 2, pp. 283-308.
3. Fesenko I. B., Vostokov, S. V., 2002, "Local fields and their extensions. A constructive approach", Second edition, AMS, Providence, RI.
4. Becker, B. M., Benois, D. G., Vostokov, S. V., Zhukov, I. B., Smirnov, A. L., Fesenko, I. B., 1992, "About the seminar "Constructive theory of class fields"", *Algebra and Analysis*, vol. 4, no. 1, pp. 177-193.
5. Vostokov, S.V., Afanasyeva, S.S., Bondarko, M.V., Volkov, V.V., Demchenko, O.V., Ikonnikova, E.V., Zhukov, I.B., Nekrasov, I.I., Pital', P.N., 2017, "Explicit constructions and arithmetic of numerical local fields", *Bulletin of St. Petersburg State University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, vol. 4 (62), iss. 3.

Получено 25.06.2020 г.

Принято в печать 22.10.2020 г.