

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 20. Выпуск 3.

УДК 930.2

DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-3-506-513

Ранние работы Н. Е. Жуковского по кинематике жидкого тела

И. А. Тюлина, В. Н. Чиненова

Тюлина Ирина Александровна — доцент, кандидат физико-математических наук, механико-математический факультет, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (г. Москва).

Чиненова Вера Николаевна — доцент, кандидат физико-математических наук, механико-математический факультет, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: v.chinenova@yandex.ru

Аннотация

В данной статье анализируются наиболее крупные и важные работы Н. Е. Жуковского (1847-1921), связанные с развитием теоретической гидродинамики: о кинематике жидкого тела, о движении твердого тела имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью и о видоизменении метода Кирхгофа.

Работа посвящена 170-летию со дня рождения выдающегося русского ученого Николая Егоровича Жуковского.

Ключевые слова: Н. Е. Жуковский, теоретическая гидродинамика

Библиография: 7 названий.

Для цитирования:

И. А. Тюлина, В. Н. Чиненова. Ранние работы Н. Е. Жуковского по кинематике жидкого тела // Чебышевский сборник. 2019. Т. 20, вып. 3, с. 506–513.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK
Vol. 20. No. 3.

UDC 930.2

DOI 10.22405/2226-8383-2019-20-3-506-513

Early works by Zhukovsky on the kinematics of a liquid body

I. A. Tyulina, V. N. Chinenova

Tyulina Irina Aleksandrovna — assistant professor, candidate of physical and mathematical sciences, Mechanics and Mathematics Department, Moscow State M. V. Lomonosov University (Moscow).

Chinenova Vera Nikolaevna — assistant professor, candidate of physical and mathematical sciences, Mechanics and Mathematics Department, Moscow State M. V. Lomonosov University (Moscow).

e-mail: v.chinenova@yandex.ru

Abstract

This article analyzes the largest and most important works of N. E. Zhukovsky (1847-1921), related to the development of theoretical hydrodynamics: on the kinematics of a liquid body, on the motion of a solid body having a cavity filled with a homogeneous droplet liquid and on the modification of the Kirchhoff method.

The work is devoted to the 170th anniversary of the birth of the outstanding Russian scientist Nikolai Egorovich Zhukovsky.

Keywords: N. E. Zhukovsky, theoretical hydrodynamics

Bibliography: 7 titles.

For citation:

I. A. Tyulina, V. N. Chinenjva, 2019, "Early works by Zhukovsky on the kinematics of a liquid body", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 20, no. 3, pp. 506–513.

Подводя итоги своей научной деятельности за 40 лет, Н. Е. Жуковский отметил: «Мои главные работы по гидромеханике представляют три статьи: «Кинематика жидкого тела», «Движение твердого тела с полостями, наполненными жидкостью» и «Видоизменение метода Кирхгофа». Во всех своих работах я стремился нарисовать картину движения, дать его отчетливый геометрический образ» [1, с.60].

Как известно, первая опубликованная научная работа Жуковского относится к гидродинамике и посвящена кинематике жидкого тела [2], она была опубликована в 1876 г. в VIII томе «Математического сборника», издаваемого Московским математическим обществом. Эту работу Николай Егорович представил физико-математическому факультету Московского университета для соискания степени магистра прикладной математики. Защита прошла успешно, оппонентами были: профессор физики А. Г. Столетов, декан физико-математического факультета математик-геометр В. Я. Цингер и профессор механики Ф. А. Слудский, возглавлявший в то время кафедру прикладной математики.

Прежде всего, Жуковский рассматривает исследования, примерно, за 50 лет (1827–1874), проведенные в различных странах такими крупными учеными как Г. Гельмгольц (1858), Г. Кирхгоф (1874), А. Коши (1827), В. Томсон (1867) и другими.

Анализ сочинений выбранных авторов позволяет Н. Е. Жуковскому сделать вывод, что теория движения простейших неизменяемых систем развивалась на основе обобщения идей о движении твердого тела, общая же теория движения изменяемой системы базировалась на соображениях теории упругости и гидродинамики; при этом оба направления развивались независимо друг от друга.

Магистерская диссертация Н. Е. Жуковского «Кинематика жидкого тела» была посвящена той области механики, в которой он работал всю свою жизнь и в которой им были достигнуты крупные успехи.

Кинематика, т.е. учение о геометрической стороне движений для случая твердого тела, с аналитической точки зрения, была разработана Л. Эйлером еще во второй половине XVIII века. В работе Л. Пуансо «Начала статики» (1803 г.) была дана наглядная, геометрически ясная картина равновесия. Краткий оригинальный его трактат «Новая теория вращения тел» (1834), посвящён в основном вопросам кинематики и динамики твёрдого тела, с неподвижной точкой, явился новым существенным вкладом учёного в эти разделы механики. В кинематике Пуансо ввёл: понятие пары вращений (с доказательством её эквивалентности поступательному движению); понятие мгновенной оси вращения твёрдого тела, совершающего сферическое движение; понятие центральной оси системы вращений и поступательных движений (мгновенная винтовая ось).

Задача, которую поставил Жуковский, была сложнее. Вместо твердого тела Николай Егорович изучал движение жидкости, частицы которой могли свободно перемещаться друг относительно друга. По кинематике жидких тел первые работы принадлежали Ж. Лагранжу

и О. Коши, но они носили исключительно аналитический характер. Задача, которую ставил в своей работе Жуковский, состояла в том, чтобы методами геометрии внести наглядность и ясность в эту сложную область механики.

Магистерская диссертация Н. Е. Жуковского «Кинематика жидкого тела» посвящена выявлению законов распределения скоростей и ускорений частицы жидкости и представляет по существу введение в общий курс гидромеханики.

Второй вывод Жуковского — в кинематике жидкого тела использовался только аналитический метод исследования, а геометрическая теория движения изменяемой системы находится на первых степенях своего развития. Однако обстоятельное геометрическое исследование может, по мнению Жуковского, «всего более осветить трудные вопросы гидродинамики» [2, с. 10]. Далее он проводит блестящее исследование, предпочитая, где было можно, геометрические соображения аналитическим.

В первой главе изложено движение бесконечно малой жидкой частицы, «при этом мы [Н. Е. Жуковский] старались обобщить различные воззрения на этот вопрос, исходя из одного общего исследования о свойствах поверхности удлинения Коши» [2, с. 6].

Вторая глава «Исследование течения жидкости» посвящена изучению линий токов и скоростей движущейся жидкости. В ней Жуковский вводит новый термин, «характеризующий, как линии токов, так и скорости точек жидкости, — *течение жидкости*». Глава начинается общим геометрическим и кинематическим исследованием течения жидкости и кончается специальным изучением течения жидкости без сжатия и вращения. В этой главе Н. Е. Жуковскому принадлежит общий метод исследования и теоремы о зависимости изменения жидкой частицы от кривизны линий токов и теория критических точек. Здесь он дает определение особых точек. «Будем называть критическими точки, в которых линии токов пересекаются, соприкасаются или имеют бесконечно большую кривизну» [2, с. 97].

Третью главу под названием «Сложение и разложение течений жидкости» Николай Егорович называет «компилятивной»; в ней излагается согласно с приемами исследования, предложенными во 2-й главе, учение о сложении и разложении течений жидкости, которое установили Г. Гельмгольц, Г. Рох, В. Томсон, Р. Липшиц и Э. Бельтрам.

Четвертая глава носит название «Об ускорениях точек движущейся жидкости». Н. Е. Жуковский начинает ее «общими теоремами об ускорениях, стараясь при этом выставить с возможной ясностью идеи В.В. Преображенского и теорему Липшица, которые, на наш взгляд, должны играть высокую роль в гидродинамике» [2, с. 7]. Глава оканчивается приложением найденных общих результатов к исследованию перманентного движения несжимаемой жидкости и движения несжимаемой жидкости, для которой давление равно нулю. В этой главе Н. Е. Жуковскому принадлежит обобщение теоремы Кориолиса и многие новые результаты по перманентному движению, которые значительно пополняют теоремы найденные Р. Клебшем.

В этой работе Н. Е. Жуковский совершенно ясно высказывает свою точку зрения о методе исследования: «Мы старались сделать изложение по возможности простым, предпочитая, где было возможно, геометрические соображения аналитическим и пользуясь криволинейными координатами, имеющие непосредственное кинематическое значение в разбираемом вопросе».

Важно отметить, что во всей работе рассматривается общий случай сжимаемой жидкости и отмечаются особенности жидкости несжимаемой.

Именно историко-научный анализ, позволил Жуковскому утверждать, что «Та высокая степень ясности, которая была внесена в область динамики твердого тела геометрическими исследованиями движения неизменяемой системы, заставляет ожидать значительного успеха гидродинамики от сближения ее с кинематикой изменяемой системы» [2, с. 5].

Выдающимся сочинением по гидромеханике была работа Николая Егоровича «О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные капельной жидкостью» (1885) [3], удостоенная Московским университетом премии профессора Брашмана. Эта работа имеет принципи-

альное значение не только для гидромеханики. Методы, разработанные Жуковским, дают возможность решать задачи в области астрономии (исследование законов вращения планет), баллистики (теория движения снарядов с жидким наполнением).

Решение первых задач об обтекании тел жидкостью и о силах, которые при этом возникают, принадлежат Л. Эйлеру; Ж. Лагранжем разработаны общие методы для такого исследования.

Н. Е. Жуковский доказал, что при изучении поступательных движений тел с жидким наполнением мы можем пользоваться теми же самыми уравнениями механики, что и при изучении сплошного твердого тела. Вращательное движение твердого тела вызывает относительное движение жидкости в полостях, и законы вращательного движения твердого тела с жидким наполнением будут совершенно другими.

Николай Егорович выяснил, что относительное движение идеальной жидкости в полостях вполне определяется движением тела. Как только движение жидкости будет определено (считая скорости на границах полостей известными), тогда, рассматривая твердое тело и жидкость в полостях как одну динамическую систему, можно получить основные дифференциальные уравнения движения тела. Оказывается, что движение тела совершается так, как будто бы жидкие массы были заменены эквивалентными твердыми телами. Массы этих эквивалентных тел равны массам жидких наполнений; центры тяжести эквивалентных тел совпадают с центрами тяжести объемов жидкостей, заполняющих полости. Однако моменты инерции эквивалентных тел относительно любой оси, проходящей через их центры тяжести, будут *меньше* моментов инерции соответственной жидкой массы относительно той же оси. Если же тело с жидким наполнением имеет некоторое начальное движение, то в этом случае его движение происходит так, как будто внутри тела находится вращающийся гироскоп, кинематический момент которого вполне определяется начальным движением жидкости. Эти рассуждения справедливы для идеальной жидкости. Естественно, что реальные жидкости тем ближе к идеальной, чем меньше внутреннее трение при движении частиц жидкости друг относительно друга. Например, вода, спирт, бензин имеют очень малую вязкость, малое внутреннее трение, а смазочные масла, мед имеют большое внутреннее трение (большую вязкость).

Для труднейшей проблемы гидромеханики, когда вязкостью жидкости пренебречь нельзя (даже для случая полостей простейших геометрических очертаний), Жуковский указал метод определения того *предельного движения*, которое будет иметь тело по истечении достаточно большого времени. Он сформулировал теорему: «Если в теле имеется какая-нибудь полость, наполненная трущейся жидкостью, и такой системе сообщены какие-нибудь начальные скорости, то движение ее будет стремиться к предельному состоянию, при котором одна из главных осей инерции рассматриваемых масс займет направление главного момента начальных количеств движения, и вся система будет вращаться около нее как одно неизменяемое тело с постоянной угловой скоростью, получаемой от разделения главного момента начальных количеств движения на момент инерции системы относительно этой оси» [3, с.181].

Поясним эту теорему Жуковского. Для однородного тела главные центральные оси инерции будут совпадать с осями симметрии. Так, например, для однородного шара любая прямая, проходящая через центр шара, будет главной осью инерции. Землю, на которой мы живем, можно приближенно рассматривать как немного сплюснутый шар, плотность этого шара зависит только от глубины погружения. Внутренняя часть Земли находится, по-видимому, в расплавленном состоянии, т.е. представляет собой сильно вязкую жидкость. У немного сплюсненного шара (точно говоря, эллипсоида вращения) одна из главных центральных осей инерции будет совпадать с «осью Земли», т.е. с прямой, проходящей через Северный и Южный полюсы и являющейся осью симметрии эллипсоида вращения. Жуковский видел в факте вращения Земли около своей оси симметрии подтверждение полученных им теоретических результатов.

«Не этой ли теоремой, – пишет в заключении своего сочинения Жуковский, – следует объ-

яснить то обстоятельство, что, несмотря на всякие случайные начальные скорости, планеты вращаются около своих главных осей инерции?» В факте вращения Земли около своей оси симметрии он видел подтверждение полученных им теоретических результатов.

Кстати сказать, что строгая теория движения артиллерийских снарядов с жидким наполнением основывается на методах, развитых Жуковским в этой работе.

Особенно важными и интересными являются работы по устойчивости движения ракет с баками, частично заполненными жидким окислителем и горючим. В наши дни ученые успешно продолжили исследования Николая Егоровича по проблеме движения тел с полостями, наполненными каплевой жидкостью.

Характерно, что в этом теоретическом и математическом по своему стилю трактате содержится описание собственных экспериментов Жуковского, которые были выполнены для проверки некоторых частных результатов, выведенных им теоретическим путём. Здесь же он наметил новые опыты, которые следовало бы провести для дальнейшего изучения вопроса и для определения численных значений некоторых параметров движения.

Это сочинение Жуковского положило начало циклу исследований, имеющих большое научное и практическое значение. Работа была представлена на соискание премии профессора Брашмана. Отзыв на это выдающееся произведение механики был составлен учителем Николая Егоровича, профессором Ф.А. Слудским. Он писал: «Если бы сочинение Николая Егоровича состояло только из шести последних страниц, то и тогда оно было бы вполне достойно премии профессора Брашмана». Впоследствии оно неоднократно служило исходной работой в ряде важных научных и технических исследований.

В 1890 г. появилось другое крупное исследование Н. Е. Жуковского «Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока» [4]. Н. Е. Жуковский дает оригинальный и эффективный метод решения важнейшей задачи гидромеханики, относящейся к *теории струй*. Развитие этой теории тесно связано с определением сил воздействия потока воздуха на движущиеся в нем тела, что было использовано в дальнейшем в его работах по аэродинамике.

Решение первых задач об обтекании тел жидкостью и о силах, которые при этом возникают, принадлежат еще Эйлеру; Лагранжем разработаны общие методы для такого исследования.

Известно, что в механике приходится при изучении движений тел вносить те или иные упрощения, заменяя реальные условия некоторыми фиктивными, не существующими в природе, но близко к ним подходящими. В гидромеханике вместо действительных жидкостей, между частицами которых существуют силы сцепления (вязких жидкостей) рассматривают так называемые идеальные жидкости, совершенно лишенные вязкости. Оказывается, что для решения некоторых вопросов такое упрощение достаточно. Применение этого упрощения к задаче обтекания тел приводит к совершенно парадоксальному выводу: оказывается, что идеальная жидкость, обтекающая погруженное в жидкость тело, не оказывает на тело никакого давления (так называемый парадокс Даламбера). Опыт показывает, что, наоборот, жидкость, обтекающая тело, оказывает на тело иногда очень большое давление [5, с. 33]. Таким образом, предположение о жидкости, совершенно лишенной сил вязкости и плавно обтекающей погруженное в нее тело, не соответствует тому, что имеет место в действительности, когда не идеальная, а реально существующая жидкость обтекает погруженное в жидкость тело. Французский ученый А. Навье и англичанин Дж. Стокс, которые вывели уравнения, для решения задач, связанных с течением вязкой жидкости, учитывали влияние вязкости. Другой подход – можно оставить идеальную жидкость, но учесть то обстоятельство, что плавного обтекания в действительности нет; сзади обтекаемого тела струи текущей жидкости срываются, и образуется область с беспорядочным сравнительно медленным движением – область гидродинамической тени. Течения с образованием таких струй и гидродинамической тени впервые были изучены для некоторых частных случаев в работах Г. Гельмгольца и Г. Кирхгофа, уче-

ных, которых Николай Егорович знал не только по их работам, но и слушал их во время своей первой заграничной поездки в 1877 году.

Решение задач на течение жидкостей с образованием срывов в общем случае представляет очень большие трудности так же, как и в случае вязкой жидкости; но, как это выяснил Кирхгоф, есть один случай, где исследование упрощается; это случай так называемого плоскопараллельного течения. В математике в XIX столетии трудами крупнейших ученых была разработана теория функций комплексного переменного, облегчающая изучение плоскопараллельных течений жидкости. Кирхгоф разработал метод решения задач на обтекание со срывом пластинок в условиях плоскопараллельного течения. Используя этот метод, английский ученый Рэлей получил свою знаменитую формулу, решая вопрос о силах, действующих на плоскую пластинку, помещенную в потоке, набегающем на плоскую пластинку и образующем срыв.

Но число задач, решенных методом Кирхгофа, было весьма ограничено.

В работе «Видоизменение метода Кирхгофа» Н. Е. Жуковский дал существенное усовершенствование метода, предложенного для решения подобных задач Кирхгофом, и разобрал своим методом большое число частных примеров, например, решил задачу на обтекание пластинок различного сечения (пластинки ковшеобразной формы или пластики, помещенной в потоке, ограниченном двумя параллельными твердыми стенками, и т.д.).

Хорошо известно, что если тело произвольной формы перемещать в жидкости или газе равномерно, поступательно и прямолинейно, то эффект действия окружающей среды можно представить в виде системы сил, распределенных по поверхности движущегося тела и не зависящих от «истории» движения тела. Эта система сил может быть в общем случае приведена к одной результирующей силе и к одной результирующей паре сил. Проекция результирующей силы на направление скорости поступательного движения тела называется лобовым сопротивлением. В реальных жидкостях и газах результирующая поверхностных сил воздействия среды складывается из местных сил трения, расположенных в касательных плоскостях к поверхности обтекаемого тела, и местных сил нормальных давлений, направленных по перпендикулярам к поверхности, ограничивающей тело.

Проекция на направление скорости движения тела результирующей всех местных сил нормальных давлений называется сопротивлением давления. Возникновение сопротивления давления обусловлено вязкостью жидкости или газа. Поток жидкости, без трения, плавно обтекающей какое-либо тело, приводит к такому распределению местных нормальных давлений по поверхности тела, что результирующая этих давлений не дает составляющей в направлении движения тела. Если при обтекании тела образуются свободные струи, тогда давление в струйной области понижается по сравнению с давлением в невозмущенном потоке. Сила сопротивления, возникающая при образовании струй, может быть рассчитана методами, предложенными Н. Е. Жуковским [6, с. 40].

Жуковский вводит две ортогональные линии, которые называет *образующей и направляющей* сетями. Причем, образующая сеть дает в плоскости изображения линии тока и эквипотенциальных линий струйного течения, кинематические и динамические характеристики которого нужно еще найти. Направляющая сеть должна соответствовать или стенкам контуров, или свободным струям. «Все умение решить задачу заключается в том, чтобы подобрать *образующую и направляющую* сети, которые удовлетворяли бы условиям данной задачи. Мы идем, однако, обратным путем: выбрав направляющую и образующую сети. Мы исследуем, какой задаче они соответствуют» [4, с. 504].

Жуковский видоизменил метод Кирхгофа, позволяющий решать задачи при одной критической точке, и разработал свой наглядный геометрический метод, позволяющий изучить струйное течение жидкости при любом числе струй и критических точек. Наиболее трудные задачи методом Кирхгофа были решены русскими учеными Д. К. Бобылевым и И. В. Мещер-

ским, которые подробно исследовали задачу о сопротивлении клина, помещенного в поток жидкости и газа. Мещерский особенно детально произвел расчеты, дал таблицы для определения силы давления потока в зависимости от угла клина и от направления потока. Н. Е. Жуковский решил своим методом не только задачи, рассмотренные указанными авторами, но и ряд новых задач.

В конце своего мемуара он применяет свой метод для исследования действия турбин.

Метод Жуковского в теории струй позволяет быстро учесть физические особенности задачи, и он гораздо удобнее других методов позволяет получить конкретный численный ответ при решении практических задач. Многие из вопросов, затронутых в работе Жуковского, были впоследствии развиты как учеными нашей страны, так и за границей [6, с. 44].

В заключении к этой работе Жуковский указывает, что «при некотором видоизменении метода возможно также решение задач об ударе беспредельного потока на тела, ограниченные кривыми контурами, и об истечении жидкостей из сосудов с кривыми стенками. Мы решили несколько таких задач, но нам не удалось, несмотря на продолжительные изыскания, решить задачу об ударе беспредельного потока на круглый цилиндр. Может быть, эта задача могла быть разрешена как предельный случай задачи об ударе потока на многогранный контур, причем в пределе выходящие углы дали бы конечное значение для скорости» [4, с. 626].

Новый метод математического рассмотрения задач струйной теории сопротивления, предложенный Жуковским в этой замечательной работе, получил всеобщее признание в мировой гидродинамической литературе и в настоящее время приводится почти во всех учебниках.

В «Лекциях по гидродинамике» Н. Е. Жуковский писал: «... главная часть успешных динамических исследований нашего века выпала на долю гидродинамики. Если в старое время гидродинамика изгонялась из курсов теоретической механики, как недостойная этого названия, то теперь, разумеется, она должна занять видное место, являясь одной из блестящих глав механики» [7].

В весеннем полугодии 1886 г. Жуковский читал курс гидродинамики, впервые выделенный в качестве самостоятельной дисциплины в университете. Этот курс, содержащий много нового, был опубликован в «Ученых записках Московского университета» за 1887 г.

Н. Е. Жуковским рассматривались задачи, посвященные различным инженерным проблемам прикладной механики, чрезвычайно актуальные для практики того времени. Работы Жуковского представляют не только весьма серьезный вклад в область прикладной механики, но также и эффективный метод современного университетского преподавания механико-математических дисциплин и исследований: геометрического представления и моделирования.

Н. Е. Жуковский, как профессор Технического училища и один из самых активных докладчиков Политехнического общества, поддерживал связь с инженерами и был в курсе разнообразных технических проблем. От вопросов чисто теоретических, которым посвящена, например, его диссертация, Николай Егорович постепенно переходит к вопросам, которые ставила современная техника.

Так, его классическая работа «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах», переведенная на немецкий, английский и французский языки, выдвинула Жуковского на первое место среди теоретиков-механиков, работавших в области гидравлики.

Об этом исследовании Жуковского написано в [5, с. 47] А. А. Космодемьянским. В работе «О гидравлическом ударе» видно, насколько тесно были переплетены интересы и способности Н. Е. Жуковского — математические, экспериментальные и инженерные.

Исследования Н. Е. Жуковского по кинематике жидкого тела, проведенные с большим мастерством, точно и просто изложенные, широко используются современными учеными, работающими в области гидродинамики и аэродинамики.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский Н. Е. Механика в Московском университете за последнее пятидесятилетие. Собр. соч., т. VII, М.–Л.: ГИТТЛ, 1950. С. 57–65.
2. Жуковский Н. Е. Кинематика жидкого тела. Собр. соч., т. II. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. С. 5–142.
3. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Собр. соч., т. II. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. С. 152–309.
4. Жуковский Н. Е. Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока. Собр. соч., т. II. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. С. 489–626.
5. Голубев В. В. Жуковский. М.: Ин-т компьт.иссл-й, 2002, 216 с.
6. Космодемьянский А. А. Николай Егорович Жуковский (1847–1921). М.: Наука. 1984, 192 с.
7. Жуковский Н. Е. Лекции по гидродинамике. Собр. соч., т. II. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. С. 316–488.

REFERENCES

1. Zhukovsky N. E., 1950, "Mechanics at Moscow University for the last fifty years" , Coll. Works, vol. VII, GITTL, M.-L., pp. 57–65.
2. Zhukovsky N. E., 1949, "Kinematics of the liquid body" , Coll. Works, vol. II, GITTL, M.-L., pp. 5–142.
3. Zhukovsky N. E., 1949, "On the motion of a solid body having cavities filled with a homogeneous dropping liquid" , Coll. Works, vol. II, GITTL, M.-L., pp. 152-309.
4. Zhukovsky N. E., 1949, "A modification of Kirchhoff's method for determining the motion of a fluid in two dimensions at a constant velocity given on an unknown current line" , Coll. Works, vol. II, GITTL, M.-L., pp. 489-626.
5. Golubev V. V., 2002, "Zhukovsky" , M.: Institute of Computer Science, 216 p.
6. Kosmodem'yanskiy A. A., 1984, "Nikolai Egorovich Zhukovsky (1847–1921)" , M.: Nauka. 192 p.
7. Zhukovsky N. E., 1949, "Lectures on hydrodynamics" , Coll. Works, vol. II, GITTL, M.-L., pp. 316–488.

Получено 14.10.2019 г.

Принято в печать 12.11.2019 г.