

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК  
Том 16 Выпуск 1 (2015)

---

**К 95–ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ  
ВАСИЛИЯ ИЛЬИЧА НЕЧАЕВА**

М. П. Минеев, В. Н. Чубариков, В. Г. Чирский,  
А. В. Жмулева, Е. И. Деза, Ю. Н. Баулина (г. Москва)  
В. С. Ванькова, Н. М. Добровольский,  
И. Ю. Реброва, А. Л. Рощеня (г. Тула)

**Аннотация**

Авторы статьи ставили перед собой две главные задачи: охарактеризовать основные этапы жизни профессора Московского педагогического государственного университета Василия Ильича Нечаева и дать краткий анализ его научной и педагогической деятельности, оказавшей значительное влияние на развитие в области теории чисел и методики преподавания математики в педагогических вузах.

Особо отмечают исследования профессора В. И. Нечаева и его учеников по аналитической теории чисел и её приложениям.

В. И. Нечаев, являясь учеником профессора М. К. Гребенчи, руководил научной школой и научным семинаром по аналитической теории чисел в МПГУ.

Среди его учеников многие защитили кандидатские диссертации, причём один из них впоследствии стал доктором педагогических наук.

Василий Ильич Нечаев опубликовал большое количество научных и методических работ, был переводчиком ряда фундаментальных научных монографий. Являлся членом редколлегии журнала "Математические заметки" и членом программных комитетов ряда международных конференций по алгебре и теории чисел, в том числе проводимых Тульским государственным педагогическим университетом им. Л. Н. Толстого.

*Ключевые слова:* теория чисел, криптография, методика преподавания.

*Библиография:* 25 названий.

**THE 95TH ANNIVERSARY OF VASSILIY  
ILYICH NECHAEV**

M. P. Mineev, V. N. Chubarikov, V. G. Cherskii,  
A. V. Gmuleva, E. I. Deza, I. N. Baoulina (Moscow)  
V. S. Van'kova, N. M. Dobvol'skii,  
I. Yu. Rebrova, A. L. Roshchenya (Tula)

### Abstract

The two major goals of the authors are to describe the principal stages of the life of Professor of the Moscow State Pedagogical University Vassiliy Ilyich Nechaev and to give a brief analysis of his scientific and educational activities that has been very influential in the development of both number theory and methods of teaching mathematics at colleges for teacher education.

Particular attention is given to the research of Professor V. I. Nechaev and his disciples in analytic number theory and its applications.

V. I. Nechaev, being a student of Professor M. K. Grebencha, was a leading figure at the scientific school and the organizer of the analytic number theory research seminar at the Moscow State Pedagogical University.

Many of his students received their PhD degrees and later one of them awarded a habilitation in pedagogical sciences.

Vassiliy Ilyich Nechaev has published a large number of scientific and methodical works, was a translator of several fundamental scientific monographs. He served as a member of the editorial board of the journal "Mathematical Notes" and as a member of the program committees of several international conferences on algebra and number theory held at the Lev Tolstoy Tula State Pedagogical University.

*Keywords:* number theory, cryptography, methods of teaching.

*Bibliography:* 25 titles.

## 1. Введение

Василий Ильич Нечаев родился в Москве 11 января 1920 г. Его интерес к математике и математический талант были очевидны еще в школе. Школьные годы стали для него также временем активного самообразования. В 1937 г. он поступил на физико-математический факультет Московского городского педагогического института и окончил его с отличием в июне 1941 г.

15 октября 1941 г., в трагические дни немецкого наступления на Москву, В. И. Нечаев добровольцем ушел в Красную Армию. Участвовал в сражениях на Западном и Сталинградском фронтах в составе 241-го Гвардейского Особого разведывательного батальона, прошел с боями всю войну, дважды был тяжело ранен. Войну закончил младшим лейтенантом. За боевые заслуги награжден орденом Красного Знамени, орденом Отечественной войны II степени и многочисленными медалями.

## 2. Трудовая и научная деятельность

После войны В. И. Нечаев приступает к активной научной работе, и вся его последующая деятельность связана с МГПИ им. В. И. Ленина и Математическим институтом им. В. А. Стеклова АН СССР. Демобилизовавшись



из армии, он возвращается в институт и учится в аспирантуре под руководством профессора М. К. Гребенчи. По окончании аспирантуры в 1949 г. по рекомендации академика И. М. Виноградова становится заведующим кафедрой алгебры и элементарной математики Московского городского педагогического института. С 1963 г. – старший, а затем – ведущий научный сотрудник МИАН СССР (позднее РАН). Одновременно продолжает педагогическую деятельность в МГПИ. С 1978 г. и до конца жизни руководит кафедрой теории чисел МПГУ. С 1948 г. – кандидат физико–математических наук, с 1975 г. – доктор физико–математических наук, профессор.

В. И. Нечаеву принадлежат важные результаты в области аналитической теории чисел:

- новые верхние и нижние оценки в проблеме Варинга для специальных целозначных многочленов

$$\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!};$$

- правильные по порядку оценки сверху полных рациональных тригонометрических сумм, улучшающие оценки Хуа Локена;
- оценки полных тригонометрических сумм и сумм с характеристиками с рекуррентными функциями.

В. И. Нечаев получил также ряд значительных результатов в теории линейно–рекуррентных последовательностей над конечными полями. Его идеи оказали существенное влияние на развитие этой ветви прикладной математики.

Научные труды В. И. Нечаева хорошо известны как в нашей стране, так и за рубежом. За работу в области прикладной математики он награжден орденом “Знак Почета”.

### 3. Педагогическая деятельность

В. И. Нечаев был одним из крупнейших специалистов по вопросам педагогического образования, автором учебных программ по алгебре, теории чисел, числовым системам, элементарной математике, прикладным вопросам теории чисел; автором нескольких учебников, многочисленных статей в Математической, Детской, Школьной математической энциклопедиях. Награжден знаком “Отличник народного просвещения” и Золотой медалью ВДНХ.

В. И. Нечаев придавал огромное значение научному преемничеству, воспитанию и поддержке талантливой молодежи. Его многочисленные ученики, в разных городах и странах мира, продолжают его дело. Те, кому довелось знать Василия Ильича Нечаева или учиться у него, всегда будут с восхищением и благодарностью вспоминать не только блеск его интеллекта, эрудицию, широту культурных интересов и интеллектуальную независимость, но и его высокие

душевные качества, непоколебимое благородство, сочетавшееся с терпимостью и вниманием к людям.

Б. П. Гейдман, московский учитель и автор известных учебников по математике для начальной школы, вспоминая студенческие годы, проведенные в пединституте, так описывает качества характера и стиль преподавания Василия Ильича: "Высшую алгебру читал Василий Ильич Нечаев. Это изумительнейший математик, он читал лекции тихо, спокойно, обдумывая каждую фразу. Мы не могли найти лишнего слова в его лекциях, не говоря уже о лишней выкладке. Причём это делалось с таким напряжением, что оно передавалось нам. В аудитории была мёртвая тишина. . . Но алгебра проходила на встречной интеллектуальной волне, во встречном взаимодействии учеников и преподавателя. Выдающийся математик!"

На протяжении многих лет профессор В. И. Нечаев являлся членом редколлегии журнала "Математические заметки", членом Совета математического факультета МПГУ, членом специализированного Совета по присуждению ученых степеней и членом секции алгебры и теории чисел научно-методического Совета по математике и вычислительной технике УМО на базе МПГУ.

В. И. Нечаев много лет работал в области прикладной математики. Он был одним из инициаторов включения этого предмета в учебную программу математического факультета МПГУ. Цикл лекций, прочитанный им по прикладным вопросам теории чисел — элементам криптографии — лег в основу пособия "Элементы криптографии (Основы теории защиты информации)" [14]. Будучи тяжело болен, он до последних дней жизни продолжал работать над этой книгой.



Приведем предисловие редактора и предисловие автора из пособия В. И. Нечаева "Элементы криптографии".

### ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

*В России исторически сложилось так, что представление об образовании включает в себя органичное единство школы как системы приобретения знаний, фундаментальной науки как показателя уровня подготовки специалистов и гуманитарной культуры как основы духовного богатства человека.*

*Формулируя задачи образования, академик А. Н. Крылов говорил: "Школа не может дать вполне законченного знания; главная задача школы – дать общее развитие, дать необходимые навыки, одним словом... главная задача школы – научить учиться, и для того, кто в школе научится учиться, практическая деятельность всю его жизнь будет наилучшей школой".*

*Отметим, что особенность отечественной школы состоит в сочетании четкости рассуждений с глубиной содержания и простотой, доступностью, конкретностью изложения материала, которые всегда предпочитают формальным конструкциям. Практическое воплощение данных идей подразумевает наличие высококвалифицированных и творчески мыслящих преподавателей.*

*Математическое образование и математическая культура составляют стержень научного знания, и значение математики как основы фундаментальных исследований постоянно возрастает.*

*Для решения этих задач требуются учебники, отражающие в определенной полноте современное состояние исследований и мировоззренческие принципы данной области науки*

*Предлагаемые к публикации избранные учебники по математике реализуют указанный выше подход. Они написаны, в основном, профессорами Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова.*

*Книга В. И. Нечаева "Элементы криптографии (Основы теории защиты информации)" является первым учебным пособием по теории защиты информации, фундаментом которой является прикладная теория чисел. В основу книги положены лекции, читавшиеся автором в течение последних лет на математическом факультете Московского педагогического государственного университета. В пособии рассматриваются современные методы шифрования по открытому ключу и электронная подпись. Книга отличается широтой охвата материала в области защиты информации. В ней также содержится интересный исторический очерк развития криптографии. Она доступна широкому кругу читателей, начиная с учащихся старших классов математических школ.*

*В данной серии уже изданы учебники и учебные пособия: Архипов Г. И., Садовничий В. А., Чубариков В. Н. Лекции по математическому анализу, Виноградов И. М. Элементы высшей математики. (Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление. Основы теории чисел), Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного, Садовничий В. А. Теория*

*операторов, Гашков С. Б., Чубариков В. Н. Арифметика. Алгоритмы. Сложность вычислений.*

*Надеюсь, что данные книги положат начало новой серии базовых учебников по высшей математике для вузов с повышенным уровнем математической подготовки.*

*Кроме практической ценности эта серия призвана подвести некоторые итоги работы российских ученых и педагогов–математиков по созданию базовых учебников по математике на рубеже второго и третьего тысячелетий. Серия не ограничивается указанными книгами. В дальнейшем предполагается продолжить отбор и издание как современных, так и классических учебников, которые отвечают изложенной выше концепции, не потеряли своей новизны и актуальности и пользуются заслуженной популярностью и авторитетом у студентов и педагогов.*

*Академик Российской академии наук В. А. Садовничий*

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

### **Элементы криптографии**

В последней трети XX в. исключительно важное значение в разных областях математики приобрели вопросы, связанные с сохранением и передачей информации. Возникающие при этом задачи решает криптография–наука о методах преобразования информации в целях ее защиты от незаконных пользователей. Большой вклад в развитие современных методов криптографии принадлежит теории чисел.

Возникновение криптографии теряется в глубине тысячелетий. Ее необходимость возникла в связи с конкуренцией человеческих сообществ.

Первая часть книги содержит краткие сведения о различных приемах шифрования: квадрат Полибия, шифр Цезаря, шифр Тритемиуса, решетка Кардано, маршрутная и постолбцовая транспозиции, квадрат Виженера, перемешанные алфавиты, одноразовый шифровальный блокнот, шифр “по книге”, тюремный шифр, парный шифр, шифр “по стихотворению”.

Вторая часть книги знакомит с современными методами шифрования: открытый ключ, электронная подпись.

Третья часть книги включает необходимые сведения из теории конечных полей. Она включает также следующие вопросы: дискретный логарифм, экспоненциальный открытый ключ, оценка сложности детерминированных алгоритмов вычисления дискретного логарифма, конструкция псевдослучайной последовательности на основе ненулевого решения линейного рекуррентного уравнения, локация удаленных и быстродвижущихся объектов, псевдослучайные последовательности и криптография.

Выражаю глубокую признательность Л. Л. Степановой и Л. В. Шитовой, которые оказывали автору существенную помощь при написании книги, а также всем, кто в той или иной мере способствовал изданию этого труда.

**Автор, В. И. Нечаев.**

## 4. Научная школа В. И. Нечаева

Кафедра теории чисел МПГУ возникла в 1960 году, когда произошло объединение двух ведущих педагогических вузов страны: Московского педагогического института им. В. И. Ленина и Московского городского педагогического института им. В. П. Потёмкина. Профессор А. А. Бухштаб стал заведовать объединённой кафедрой алгебры и теории чисел.

Кафедра теории чисел МГПИ им. В. И. Ленина и кафедра теории чисел МГУ имени М. В. Ломоносова всегда тесно сотрудничали между собой и проводили совместный научно-исследовательский семинар под руководством А. О. Гельфонда. Они являлись ведущими научными центрами по теории чисел в СССР.

В разное время на кафедре работали профессора Н. М. Коробов, С. М. Воронин, А. И. Павлов, Д. А. Митькин. Именно такой кафедрой руководил на протяжении 21 года с 1978 по 1999 годы профессор В. И. Нечаев.

Василий Ильич руководил аспирантами по трем различным направлениям. У него много учеников по прикладным вопросам теории чисел, для широкого круга ученых хорошо известны результаты его учеников по теории чисел и по методике преподавания математики.

Многие годы основу кафедры теории чисел МГПИ составляли ученики Василия Ильича: Баулина Ю. Н., Деза Е. И. (Пантелеева), Жмулёва А. В., Киселёва Л. В., Топунов В. Л., Степанова Л. Л. В основном все они защитили кандидатские диссертации:

- Жмулёва Алевтина Васильевна "Теория делимости целых чисел. Факультативный курс" (МГПИ им. В. И. Ленина, 1980 г.);
- Киселёва Лариса Владимировна "О количестве нулей дзета-функции Римана на коротких промежутках критической прямой" (МГПИ им. В. И. Ленина, 1989 г.);
- Пантелеева (Деза) Елена Ивановна "О проблеме делителей Дирихле и ее аналогах в числовых полях" (МПГУ, 1993 г.);
- Неискашова Елена Валентиновна "Профессиональная направленность обучения студентов педагогических вузов в процессе углубленного изучения понятия числа" (МПГУ, 1999 г.);



- Баулина Юлия Николаевна "Формулы для числа решений уравнений марковского типа в конечных полях" (МПГУ, 2001 г.);

Елена Ивановна Деза в декабре 2012 года в МПГУ успешно защитила диссертацию на соискание степени доктора педагогических наук по теме: "Индивидуальные траектории фундаментальной подготовки учителя математики в условиях вариативного образования".

## 5. В. И. Нечаев и Тульская школа теории чисел

Определенные научные связи с Тульской школой теории чисел у Василия Ильича Нечаева установились ещё 50 лет тому назад, когда В. Д. Подсыпанин и М. Н. Добровольский выступали с докладами по результатам своих исследований по полиномам Туэ и матричным разложениям алгебраических иррациональностей на научно-исследовательском семинаре кафедры теории чисел МГУ под руководством член-корреспондента АН СССР А. О. Гельфонда в 1965 году. Он давал доброжелательные комментарии и справки во время их выступления.

Развитие этих связей было продолжено уже в 1986 году, когда Василий Ильич согласился взять к себе соискателем В. С. Ванькову, преподавателя Тульского государственного педагогического института им. Л. Н. Толстого.

Благодаря профессору М. Д. Гриндлингеру, который в 1981 — 1983 годах позволил Н. М. Добровольскому в аспирантуре продолжать заниматься теорией чисел по тематике профессора Н. М. Коробова в области теоретико-числового метода в приближенном анализе, и профессору В. И. Нечаеву, который согласился сотрудничать в области подготовки специалистов по теоретико-числовому методу приближенного анализа с Тульским государственным педагогическим институтом им. Л. Н. Толстого и МГУ имени М. В. Ломоносова, в Туле после десятилетнего перерыва начала возрождаться теоретико-числовая научная школа, основанная В. Д. Подсыпаниным в 1949 году.

У всех тульских аспирантов Василия Ильича остались самые теплые воспоминания о домашних консультациях, которые он ежемесячно проводил для них. На этих консультациях Василий Ильич прежде всего сосредотачивал свои усилия на тщательной подготовке аспирантов по программе кандидатского экзамена по специальности. Огромное впечатление на тульских аспирантов производила научная библиотека профессора, в которой он быстро находил нужную справку по любому научному вопросу, возникавшему в процессе занятий.

Со стороны МПГУ это сотрудничество осуществлялось профессорами: В. И. Нечаевым, Д. А. Митькиным, С. М. Ворониным, В. Г. Чирским, А. В. Жмулевой. Благодаря этому сотрудничеству были подготовлены кандидатские диссертации по теории чисел:

- В. С. Ванькова "Многомерные теоретико-числовые сетки" (МПГУ, 1992г. рук. В. И. Нечаев);



Нечаев В. В. в марте 1998г. на заседании Диссертационного совета

- А. Л. Рощеня "Аналитическое продолжение гиперболической дзета-функции решеток" (МПГУ, 1998г. рук. В. И. Нечаев);
- И. Ю. Реброва "Пространство решеток и функции на нем" (МПГУ, 2000г. рук. В. И. Нечаев, Н. М. Добровольский);
- О. В. Родионова "Обобщенные параллелепipedальные сетки и их приложения" (МПГУ, 2000г. рук. Д. А. Митькин, Н. М. Добровольский);
- Г. Т. Вронская "Квадратичное отклонение плоских сеток" (МПГУ, 2005г. рук. Н. М. Добровольский);
- Л. П. Добровольская "Алгоритмы вычисления оптимальных коэффициентов" (МПГУ, 2009г. рук. В. Н. Чубариков);
- А. С. Герцог "Чисто-вещественные биквадратичные алгебраические поля и их приложения" (МПГУ, 2012г. рук. Н. М. Добровольский);
- Е. Д. Ребров "Некоторые теоретико-числовые методы приближенных вычислений" (МГУ, 2013г. рук. Н. М. Добровольский).

Отметим один интересный факт. На семинаре под руководством Н. М. Коробова в МГУ в 1992 году в процессе обсуждения диссертации В. С. Ваньковой Василий Ильич вместе с Николаем Михайловичем сформулировали задачу получения асимптотических формул для плоских сеток. Эта задача стала известной как задача Коробова — Нечаева. Её удалось решить Г. Т. Вронской в своей кандидатской диссертации.

Сотрудничество между кафедрой теории чисел МПГУ и кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии ТГПУ им. Л. Н. Толстого по подготовке аспирантов успешно продолжается и сейчас.

Другое важное направление научного сотрудничества связано с организацией и проведением научных конференций сначала по теории чисел, а потом по алгебре и теории чисел. Василий Ильич Нечаев активно участвовал в организации и проведении этих Международных конференций.

## 6. Заключение

Василия Ильича Нечаева не стало 18 февраля 1999 года. Это была тяжелая утрата не только для родных и близких, но и для математической общественности. Он являлся образцом служения на профессорском поприще, олицетворяя честь и достоинство русского интеллигента и ученого математика.

В год 70-летия Победы в ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЕ можно только удивляться той жизненной силе, которая позволила старшему поколению преодолеть все испытания самой страшной войны человечества и продолжить созидательную деятельность на благо МИРА.

Василий Ильич Нечаев солдатом защищал Отечество на поле брани, а профессором — на ниве образования. Светлая ему память!

## Список избранных научных трудов В. И. Нечаева

1. В. И. Нечаев Представления натуральных чисел суммой слагаемых вида  $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ . // ДАН СССР. 1949. Т. 64. С. 159–162.
2. В. И. Нечаев Проблема Варинга для многочленов // Тр. МИАН СССР. 1951. Т. 38, № 1. С. 190–243.
3. В. И. Нечаев О представлении натуральных чисел суммой слагаемых вида  $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$  // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1953. Т. 17, № 6. С. 485–498.
4. В. И. Нечаев Группы невырожденных матриц над конечными полями и рекуррентные последовательности // ДАН СССР. 1963. Т. 152. С. 275–277.
5. В. И. Нечаев Неулучшаемая оценка тригонометрических сумм с рекуррентными функциями с непостоянными коэффициентами // ДАН СССР. 1964. Т. 154, pp. 520–522.
6. В. И. Нечаев, А. М. Полосуев О распределении невычетов и первообразных корней в последовательности, удовлетворяющей конечноразностному уравнению с полиномиальными коэффициентами // Вестн. Моск.ун-та. Серия 1. 1964. № 6. С. 75–84.

7. В. И. Нечаев, Л. Л. Степанова Распределение невычетов и первообразных корней в рекуррентных последовательностях над полем алгебраических чисел // УМН 1965. Т. 20, № 3. С. 197–203.
8. В. И. Нечаев Линейные рекуррентные сравнения с периодическими коэффициентами // Математические заметки. 1968. Т. 3, № 6. С. 625–632.
9. В. И. Нечаев Рекуррентные последовательности // Алгебра и теория чисел: Мос-кий гос. пед. ин-тут, учен. записки. 1971. № 375. С. 103–123.
10. В. И. Нечаев Линейные сравнения относительно степени простого идеала, и линейные рекуррентные последовательности // Алгебра и теория чисел: Мос-кий гос. пед. ин-тут, учен. записки. 1971. № 375. С. 124–132.
11. В. И. Нечаев Тригонометрические суммы для рекуррентных последовательностей // ДАН СССР. 1972. Т. 206, № 2. С. 811–814.
12. В. И. Нечаев Тригонометрические суммы для рекуррентных последовательностей элементов конечных полей // Мат. заметки. 1972. Т. 11. С. 597–607.
13. В. И. Нечаев Оценка полной рациональной тригонометрической суммы // Математические заметки. 1975. Т. 17, № 6. С. 839–849.
14. В. И. Нечаев Числовые системы: [учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов] / М.: Просвещение, 1975. – 198 с.
15. В. И. Нечаев К вопросу о представлении натуральных чисел суммой слагаемых вида  $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$  // Тр. МИАН СССР. 1976. Т. 142, № 1. С. 195–197.
16. В. И. Нечаев, В. Л. Топунов Оценка модуля полных рациональных тригонометрических сумм третьей и четвертой степени // Тр. МИАН. 1981. Т. 158, № 1. С. 125–129.
17. В. И. Нечаев Иван Матвеевич Виноградов // Математика в школе. 1983. № 3. С. 79–80.
18. В. И. Нечаев О верхней оценки модуля полных тригонометрических сумм третьей и четвертой степени // Исследования по теории чисел: Саратов 1988. С. 71–76.
19. Й. П. Кубилис, В. И. Нечаев, С. Б. Стечкин, А. Б. Шидловский Бухштаб Александр Адольфович (некролог) // УМН. 1991. Т. 46, № 1(277). С. 201–202.

20. Nechaev, V. I. On solutions of linear congruences // *New trends in probability and statistics*, Vol. 2 (Palanga, 1991). VSP, Utrecht. 1992. pp. 69–71.
21. В. И. Нечаев К вопросу о сложности детерминированного алгоритма для дискретного логарифма // *Математические заметки*. 1994. Т. 55. Вып. 2. С. 91–101.
22. В. И. Нечаев Сложность дискретного логарифма // *Научные труды МПГУ*. 1994. С. 46–49.
23. В. И. Нечаев Распределение на части периода линейной рекуррентной последовательности над конечным полем // Тезисы III Международной конференции “Современные проблемы теории чисел и ее приложения”. Тула, 1996. С. 107.
24. В. И. Нечаев Распределение знаков в последовательности прямоугольных матриц над конечным полем // *Тр. МИАН*. 1996. Т. 218. С. 335–342.
25. В. И. Нечаев Элементы криптографии (Основы теории защиты информации): Учеб. пособие для ун-тов и пед. вузов / Под ред. В. А. Садовниченко – М.: Высш. шк., 1999. 109 с. — ISBN 5-06-003644-8.

## A list of selected scientific works V. I. Nechaev

1. Nechaev, V. I. 1949, "The representation of integers by sums of terms of the form  $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ ", *Doklady Akad. Nauk SSSR (N.S.)*, vol. 64, pp. 159–162. (Russian)
2. Nechaev, V. I. 1951, "Waring's problem for polynomials", *Trudy Mat. Inst. Steklov, Moscow*, vol. 38, № 1. pp. 190–243. (Russian)
3. Nechaev, V. I. 1953, "On the representation of natural numbers as a sum of terms of the form  $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ ", *Izvestiya Akad. Nauk SSSR. Ser. Mat.*, vol. 17, № 6, pp. 485–498. (Russian)
4. Nechaev, V. I. 1963, "The group of non-singular matrices over a finite field, and recurrent sequences", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 152, pp. 275–277. (Russian)
5. Nechaev, V. I. 1964, "A best-possible estimate of trigonometric sums for recurrent functions with non-constant coefficients", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 154, pp. 520–522. (Russian)
6. Nechaev, V. I. & Polosuev, A. M. 1964, "The distribution of non-residues and primitive roots in a sequence which satisfies a finite-difference equation with polynomial coefficients", *Vestnik Moskov. Univ. Ser. I Mat. Meh.*, no. 6, pp. 75–84. (Russian)

7. Nechaev, V. I. & Stepanova, L. L. 1965, "The distribution of nonresidues and primitive roots in recurrence sequences over a field of algebraic numbers", *Uspehi Mat. Nauk*, vol. 20, no. 3 (123), pp. 197–203. (Russian)
8. Nechaev, V. I. 1968, "Linear recurrent congruences with periodic coefficients", *Mat. Zametki*, vol. 3, № 6, pp. 625–632. (Russian)
9. Nechaev, V. I. 1971, "Recurrent sequences", *Algebra and number theory. Moscow. Gos. Ped. Inst. Uchen. Zap.*, no. 375, pp. 103–123. (Russian)
10. Nechaev, V. I. 1971, "Linear congruences with respect to a power of a prime ideal, and linear recurrent sequences", *Algebra and number theory. Moskov. Gos. Ped. Inst. Uchen. Zap.*, no. 375, pp. 124–132. (Russian)
11. Nechaev, V. I., 1972, "Trigonometric sums for recurrent sequences", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 206, pp. 811–814. (Russian)
12. Nechaev, V. I. 1972, "Trigonometric sums for recurrent sequences of elements of a finite field", *Mat. Zametki*, vol. 11, pp. 597–607. (Russian)
13. Nechaev, V. I. 1975, "An estimate of the complete rational trigonometric sum", *Mat. Zametki*, vol. 17 (1975), no. 6, pp. 839–849. (Russian)
14. Nechaev, V. I. 1975, "Numeric system [textbook for students of physics and mathematics departments of pedagogical institutes]", *Prosveshenie, Moscow*, 198 p. (Russian)
15. Nechaev, V. I. 1976, "On the question of representing natural numbers by a sum of terms of the form  $x(x+1)\dots(x+n-1)/n!$ ", *Number theory, mathematical analysis and their applications. Trudy Mat. Inst. Steklov.*, vol. 142 (1976), 195–197, 270. (Russian)
16. Nechaev, V. I. & Topunov, V. L. 1981, "Estimation of the modulus of complete rational trigonometric sums of degree three and four", *Analytic number theory, mathematical analysis and their applications. Trudy Mat. Inst. Steklov.*, vol. 158, pp. 125–129, 229. (Russian)
17. Nechaev, V. I. 1983, "Ivan Matveevich Vinogradov", *Mat. v Shkole*, no. 3, pp. 79–80. (Russian)
18. Nechaev, V. I. 1988, "On the least upper bound on the modulus of complete trigonometric sums of degrees three and four", *Investigations in number theory*, pp. 71–76, *Saratov. Gos. Univ., Saratov*. (Russian)
19. Kubilis, I. P., Nechaev, V. I., Stechkin, S. B. & Shidlovskii, A. B. 1991, "Aleksandr Adol'fovich Bukhshtab", *Uspekhi Mat. Nauk*, vol. 46, no. 1(277), pp. 201–202. (Russian); translation in *Russian Math. Surveys* 46 (1991), no. 1, 241–243

20. Nechaev, V. I. 1992, "On solutions of linear congruences", *New trends in probability and statistics, Vol. 2 (Palanga, 1991)*, pp. 69–71, VSP, Utrecht
21. Nechaev, V. I. 1994, "On the complexity of a deterministic algorithm for a discrete logarithm", *Mat. Zametki*, vol. 55, no. 2, 91–101, 189; translation in *Math. Notes* 55, no. 1–2, pp. 165–172. (Russian)
22. Nechaev, V. I. 1994, "The complexity of the discrete logarithm", *Ucen. Trudy MPGU*, pp. 46–49. (Russian)
23. Nechaev, V. I. 1996, "Distribution on the part of the period of linear recurring sequences over a finite field", *Abstracts of the III International Conference "Modern Problems in Number Theory and its Applications"*, Tula, p. 107. (Russian)
24. Nechaev, V. I. 1996, "Distribution of signs in a sequence of rectangular matrices over a finite field", *Tr. Mat. Inst. Steklova*, vol. 218, Anal. Teor. Chisel i Prilozh., pp. 335–342. (Russian); translation in *Proc. Steklov Inst. Math.* 1997, no. 3 (218), pp. 332–339.
25. Nechaev, V. I. 1999, "Elementy kriptografii" [Elements of cryptography] *Osnovy teorii zashchity informatsii*. [Fundamentals of information security] *Vyssha-ya Matematika*. [Higher Mathematics] *Vyssh. Shkola, Moscow*, 110 pp. ISBN: 5-06-003644-8 (Russian)

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Московский педагогический государственный университет

Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого

Поступило 30.01.2015