

## ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 19. Выпуск 2

УДК 681.5 (519.95)

DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-234-247

**К вопросу оптимизации программного обеспечения моделирования характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий<sup>1</sup>**

**Привалов Александр Николаевич** — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и информационных технологий, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого.

*e-mail: privalov.61@mail.ru*

**Богатырева Юлия Игоревна** — доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики и информационных технологий, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого.

*e-mail: bogatirevadj@yandex.ru*

**Аннотация**

В статье рассмотрены некоторые аспекты проблемы разработки математического, алгоритмического и программного аппарата моделирования характеристик вновь создаваемых материалов, изготовленных с применением аддитивных технологий. Показана актуальность разработки методики подхода к компьютерному моделированию, объединенной общей идеологией многомасштабного моделирования и технологиями параллельных вычислений, обмена и обработки входных и выходных данных.

Сделан вывод о целесообразности применения при моделировании процессов для оценки напряженно-деформируемого состояния изделия полученного с использованием наиболее перспективной и активно внедряемой в настоящий момент аддитивной технологии селективного лазерного спекания целесообразно применять экспериментальный стенд на основе специализированного вычислительного кластера.

В статье предложен подход к оптимизации программной среды экспериментального стенда для оценки напряженно-деформируемого состояния изделия полученного с использованием аддитивных технологий. Сформулирована задача проектирования оптимального состава программного обеспечения информационно-измерительного стенда с применением сетей Петри–Маркова. Предложено для ее решения использовать метод целенаправленного выбора. Разработана методика целенаправленного проектирования оптимального состава программного обеспечения как систем массового обслуживания. Рассмотрено решение экспериментального нахождения эффективных физико-механических свойств материалов, изготовленных с применением аддитивных технологий.

*Ключевые слова:* материалы, изготовленные с применением аддитивных технологий, экспериментальный стенд, оптимизация состава, программное обеспечение, сеть Петри–Маркова, метод целенаправленного выбора.

*Библиография:* 16 названий.

<sup>1</sup>Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы» по теме: «Разработка прототипа инженерного программного обеспечения на основе высокопроизводительных вычислений для оценки механических характеристик изделия, изготовленного с использованием аддитивных технологий (методом селективного лазерного спекания) с учетом стратегии изготовления изделия» (уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0271).

**Для цитирования:**

А. Н. Привалов, Ю. И. Богатырева. К вопросу оптимизации программного обеспечения моделирования характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий // Чебышевский сборник. 2018. Т. 19, вып. 2, С. 234–247.

## CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 19. No. 2

UDC 681.5 (519.95)

DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-234-247

**To the question of optimizing the software for modeling the characteristics of materials obtained using additive technologies**

**Privalov Alexander Nikolaevich** Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Informatics and Information Technologies, Tula State Pedagogical University. L.N. Tolstoy.

*e-mail: privalov.61@mail.ru*

**Bogatyreva Yulia Igorevna** — Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Head of the Department of Informatics and Information Technologies, Tula State Pedagogical University. L.N. Tolstoy ..

*e-mail: bogatirevadj@yandex.ru*

**Abstract**

In the article some aspects of the problem of developing a mathematical, algorithmic and software apparatus for modeling the characteristics of newly created materials made with the use of additive technologies are considered. The relevance of the development of the methodology for the approach to computer modeling, combined with the general ideology of multiscale modeling and parallel computing technologies, the exchange and processing of input and output data, is shown.

The conclusion is made that it is expedient to use the experimental stand on the basis of a specialized computing cluster for modeling the processes for estimating the stress-strain state of an article obtained using the most promising and actively introduced additive technology of selective laser sintering.

In the article the approach to optimization of the program environment of the experimental stand for an estimation of the is intense-deformed condition of a product received with use of additive technologies is offered. The task of designing the optimal software for an information and measuring stand using Petri-Markov networks is formulated. It was proposed to use the method of purposeful choice for its solution. A methodology for targeted design of the optimal software composition as a queuing system has been developed. The solution of the experimental finding of the effective physico-mechanical properties of materials made using additive technologies is considered.

*Keywords:* materials made using additive technologies, experimental stand, composition optimization, software, Petri-Markov network, method of targeted choice.

*Bibliography:* 16 titles.

**For citation:**

A. N. Privalov, Y. I. Bogatyreva, 2018, "To the question of optimizing the software for modeling the characteristics of materials obtained using additive technologies", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 19, no. 2, pp. 234–247.

## 1. Введение

Цифровые технологии в настоящий период играют всё более заметную роль в проектировании, компьютерном моделировании, автоматизации производства. Инструментарием цифровых технологий являются программные продукты различной направленности, с помощью которых инженеры, конструкторы могут моделировать свойства и поведение вновь создаваемых материалов и изделий из них [1].

Одним из элементов цифровой экономики является 3D- печать, аддитивные технологии, или технологии послойного синтеза, одно из наиболее динамично развивающихся в нашей стране и за рубежом направлений «цифрового» производства. Данные технологии объединяет одно обстоятельство: построение детали происходит путем добавления материала (от англ. add – "добавлять") в отличие от традиционных технологий, где создание детали происходит путем удаления "лишнего" материала.

В свою очередь, это порождает проблему разработки математического, алгоритмического и программного аппарата моделирования характеристик вновь создаваемых материалов, изготовленных с применением аддитивных технологий (МИАТ). Указанная проблема во всех индустриально развитых странах мира решается путем замены реального объекта его математической моделью, воспроизводящей основные функции оригинала и подобной ему в заданных релевантных аспектах.

В настоящее время отсутствует единый общепринятый подход, непосредственно связывающий особенности микроскопического строения неоднородных композитов, изготовленных с использованием аддитивных технологий, с их макроскопическими свойствами, что ограничивает функциональные возможности систем инженерного анализа - CAE (универсальных прочностных расчетных пакетов). В связи с этим развитие новых физических моделей, вычислительных методов и алгоритмов, которые бы позволили связать результаты моделирования на микроуровне с макроскопическими свойствами, является особенно актуальным [2].

По этим причинам представляется актуальным в разработать методики подхода к компьютерному моделированию, объединенных общей идеологией многомасштабного моделирования и технологиями параллельных вычислений, обмена и обработки входных и выходных данных.

## 2. Постановка оптимизационной задачи по выбору состава программного обеспечения экспериментального стенда

При моделировании процессов для оценки напряженно-деформируемого состояния изделия полученного с использованием наиболее перспективной и активно внедряемой в настоящий момент аддитивной технологии селективного лазерного спекания целесообразно применять экспериментальный стенд на основе специализированного вычислительного кластера. Такой стенд, наряду с ресурсами масштабируемого кластера, использующего технологии параллельных вычислений, включает микроконтроллеры специальных измерительных датчиков и вспомогательных компьютеров. Таким образом, можно рассматривать вычислительную среду многоуровневой структуры. Совокупность компьютеров работает в рамках единого алгоритма моделирования процессов оценки напряженно-деформируемого состояния изделия, изготавливаемого с применением аддитивных технологий.

Исходя из значительной сложности и стоимости подобных комплексов представляется целесообразным формулировать и решать оптимизационные задачи по выбору состава программного обеспечения на этапе проектирования.

Вычислительная среда экспериментального стенда включают значительное количество субъектов (центральная и периферийные ЭВМ, файл-серверы, контроллеры сенсоров и исполнительных механизмов и т.п.), взаимодействующих между собой. При этом, как правило,

субъекты действуют автономно, по известному алгоритму, а взаимодействие осуществляется через формирование потоков запросов одного из субъектов на взаимодействие с другими субъектами. Поэтому каждый из взаимодействующих субъектов вычислительной среды может рассматриваться, с одной стороны, как программный генератор потока запросов на обслуживание, а с другой стороны – как программный обслуживающий прибор системы массового обслуживания. Это создаёт предпосылки того, что к исследованию процессов, протекающих в вычислительной среде, может быть применен аппарат теории массового обслуживания.

Факторами, влияющими на эффективность функционирования СМО, являются плотность потока запросов на обслуживание, формируемых генератором, и задержки, вносимые обслуживающим прибором. Однако оценка и первого и второго фактора на этапе проектирования программного обеспечения экспериментального стенда представляет собой известные трудности. Трудности являются преодолимыми, если воспользоваться аппаратом сетей Петри–Маркова [7, 9,14].

Самый общий подход к заданию СПМ основан на построении системы множеств, их описывающих. Сеть Петри–Маркова называется структурно-параметрическая модель, заданная множеством:

$$\Psi = \{P, M\}, \quad (1)$$

где  $P = \{A, Z, \tilde{R}, \hat{R}\}$  – множество, описывающее структуру двудольного ориентированного графа, представляющего собой сеть Петри;  $A = \{a_{1(a)}, \dots, a_{j(a)}, \dots, a_{J(a)}\}$  – конечное множество позиций;  $Z = \{z_{1(z)}, \dots, z_{j(z)}, \dots, z_{J(z)}\}$  – конечное множество переходов;  $J(a)$  – мощность множества позиций;  $J(z)$  – мощность множества переходов;  $\tilde{R} = (\tilde{r}_{j(a)j(z)})$  – матрица смежности размером  $J(a) \times J(z)$ , отображающая множество позиций в множество переходов;  $\hat{R} = (\hat{r}_{j(z)j(a)})$  – матрица смежности размером  $J(z) \times J(a)$ , отображающая множество переходов в множество позиций;  $M = \{\mathbf{q}, \mathbf{h}(t), \Lambda\}$  – параметры, накладываемые на структуру  $P$ , и определяющие временные, вероятностные и логические характеристики СПМ;  $\mathbf{q} = (q_{1(z)}, \dots, q_{j(z)}, \dots, q_{J(z)})$  – вектор, определяющий вероятность начала процесса в одном из переходов множества  $Z$ ;  $\mathbf{h}(t) = [h_{j(a)j(z)}(t)]$  – полумарковская матрица размером  $J(a) \times J(z)$ ;  $t$  – время;  $\Lambda = [\lambda_{i(z)i(a)}]$  – матрица логических условий размером  $J(a) \times J(z)$ ;  $I_A(Z) = \{I_A(z_{1(z)}), \dots, I_A(z_{j(z)}), \dots, I_A(z_{J(z)})\}$  и  $O_A(Z) = \{O_A(z_{1(z)}), \dots, O_A(z_{j(z)}), \dots, O_A(z_{J(z)})\}$  – соответственно входная и выходная функции переходов;

$$\tilde{r}_{j(a)j(z)} = \begin{cases} 1, & 5A; 8 a_{j(a)} \in I_A(z_{j(z)}); \\ 0, & 5A; 8 a_{j(a)} \notin I_A(z_{j(z)}); \end{cases}$$

$$\hat{r}_{j(z)j(a)} = \begin{cases} 1, & 5A; 8 a_{j(a)} \in O_A(z_{j(z)}); \\ 0, & 5A; 8 a_{j(a)} \notin O_A(z_{j(z)}); \end{cases}$$

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{p} \otimes \mathbf{f}(t) = [p_{j(a)j(z)}, f_{j(a)j(z)}(t)] = [h_{j(a)j(z)}(t)]; \quad (2)$$

$$\lambda_{j(z)j(a)} = \begin{cases} \lambda[I_A(z_{j(z)})], & 5A; 8 a_{j(a)} \in O_A(z_{j(z)}); \\ 0, & 5A; 8 a_{j(a)} \notin O_A(z_{j(z)}); \end{cases} \quad (3)$$

$\mathbf{p} = [p_{j(a)j(z)}]$  – матрица вероятностей переключений полумарковского процесса из позиции  $a_{j(a)}$  в смежный переход  $z_{j(z)}$ ;  $\mathbf{f}(t) = [f_{j(a)j(z)}(t)]$  – матрица плотностей распределения времени пребывания полумарковского процесса в позиции  $a_{j(a)}$  с последующим переключением в переход  $z_{j(z)}$ ;  $\otimes$  – знак прямого произведения матриц.

При численном анализе процессов параллельных вычислительных системах могут быть заданы:  $\mathbf{p} = (p_{j(a)j(z)})$  – матрица вероятностей;  $\mathbf{T} = (T_{j(a)j(z)})$  – матрица математических

ожиданий, определяемая в виде

$$T = \int_0^{\infty} t f(t) dt, \quad (4)$$

$D = (D_{j(a)j(z)})$  – матрица дисперсий, определяемая в виде

$$D = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T \otimes T. \quad (5)$$

Введем понятие элементарной подсети Петри–Маркова (ЭППМ). Пусть СПМ  $\Psi$  разбита на подсети следующим образом:

$$\Psi = \bigcup_{k=1}^K \Psi^k, \quad (6)$$

где  $\Psi^k = \{P^k, M^k\}$  – элементарная подсеть Петри–Маркова (ЭППМ);  $P^k = \{A^k, Z^k, \tilde{R}^k, \hat{R}^k\}$  – структура ЭППМ;  $A^k = \{a^k_{1(a)}, \dots, a^k_{j(a)}, \dots, a^k_{J(a)}\}$ ;  $Z^k = \{z^k_{1(z)}, \dots, z^k_{j(z)}, \dots, z^k_{J(z)}\}$ ;  $\tilde{R}^k = (\tilde{r}^k_{j(a)j(z)})$ ;  $\hat{R}^k = (\hat{r}^k_{j(z)j(a)})$ ;  $M^k = \{q^k, h^k(t), \Lambda^k\}$  – параметры ЭППМ;  $q^k = (q^k_{1(z)}, \dots, q^k_{j(z)}, \dots, q^k_{J(z)})$ ;  $h^k(t) = (h^k_{j(a)j(z)}(t))$ ;  $\Lambda^k = (\lambda^k_{i(z)i(a)})$ ;  $h^k(t) = p^k \otimes f^k(t)$ ;  $p^k = (p^k_{j(a)j(z)})$ ;  $f^k(t) = (f^k_{j(a)j(z)}(t))$ .

Каждая элементарная подсеть  $\Psi^k = \{P^k, M^k\}$  включает хотя бы один переход подмножества  $Z_B \cup Z_S$ , или  $Z_E \cup Z_S$ , т.е.

$$\left[ P^k \cap \left( \bigcup_{\substack{l=1, \\ l \neq k}}^K \Pi^l \right) \right] \subseteq (Z_B \cup Z_S); \quad (7)$$

$$\left[ P^k \cap \left( \bigcup_{\substack{l=1, \\ l \neq k}}^K \Pi^l \right) \right] \subseteq (Z_E \cup Z_S). \quad (8)$$

Как правило, субъект взаимодействия, представляющий собой обслуживающий прибор, который функционирует по определенному алгоритму, имеющему классическую структуру. Начало алгоритма связывается с поступлением в обслуживающий прибор запроса на обслуживание. Конец алгоритма связывается с окончанием обслуживания запроса. Модель алгоритма представляет собой элементарную сеть Петри–Маркова, в которой позиции моделируют процесс интерпретации операторов алгоритмов, а переходы – переключение процессора с выполнения одного оператора на интерпретацию следующего.

Субъект взаимодействия, являющийся генератором заявок в вычислительной среде также работает по заданному алгоритму. При этом алгоритм может быть как классическим, так и циклическим. Классические алгоритмы генерируют ограниченные серии заявок на обслуживание. Циклические алгоритмы получаются путем соединения оператора «начало» с оператором «конец».

Задача проектирования оптимального состава программного обеспечения экспериментального стенда, моделируемой системой массового обслуживания, является классической: требуется найти значение вектора  $X^* = (x_1^*, \dots, x_n^*, \dots, x_N^*)$  варьируемых параметров  $X = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N)$ , которое доставляет минимум целевой функции

$$\varsigma(X^*) = \min, \quad (9)$$

где  $\varsigma(\mathbf{X})$  – скалярная функция векторного аргумента, которая представляет собой модель цели проектирования системы массового обслуживания.

Варьируемые параметры характеризуют программные средства и аппаратные компоненты системы массового обслуживания. Они входят в следующие выражения:

а) для плотностей распределения  $f_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f})$  времени пребывания полумарковского процесса в позициях  $a_{j(a)}$  сети Петри–Маркова вида (1), сформированной как модель соответствующей компоненты реальной физической системы,

$$1(a) \leq j(a) \leq J(a), 1(z) \leq j(z) \leq J(z), X_{j(a)j(z)f} \subset X;$$

б) для математических ожиданий времени пребывания полумарковского процесса в позициях  $a_{j(a)}$ ,  $T_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f}) = \int_0^\infty t f_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f}) dt$ ,  $1(a) \leq j(a) \leq J(a)$ ,  $1(z) \leq j(z) \leq J(z)$ ,  $X_{j(a)j(z)f} \subset X$ ;

в) для дисперсий времени пребывания полумарковского процесса в позициях

$$a_{j(a)}, D_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f}) = \int_0^\infty [t - T_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f})]^2 f_{j(a)j(z)}(t, X_{j(a)j(z)f}) dt, 1(a) \leq j(a) \leq J(a), 1(z) \leq j(z) \leq J(z), X_{j(a)j(z)f} \subset X;$$

г) для вероятностей  $p_{j(a)j(z)}(X_{j(a)j(z)p})$  переключения полумарковского процесса из позиции  $a_{j(a)}$  в переход  $z_{j(z)}$ ,  $1(z) \leq j(z) \leq J(z)$ ,  $1(a) \leq j(a) \leq J(a)$ ,  $X_{j(a)j(z)p} \subset X$ ;

д) для выходных функций переходов  $O_A[z_{j(z)}, \mathbf{X}_{j(z)} o]$ ,  $X_{j(z)} \subset X$ ,  $1(z) \leq j(z) \leq J(z)$ ;

е) для логических условий  $\Lambda_{j(z)j(a)}(X_{j(z)j(a)p})$  выполнения полушагов из переходов  $z_{j(z)}$  в позиции  $a_{j(a)} \in O_A(z_{j(z)})$  сети Петри–Маркова вида (1),  $1(z) \leq j(z) \leq J(z)$ ,  $1(a) \leq j(a) \leq J(a)$ ,  $X_{j(a)j(z)} \subset X$ .

Перечисленные выражения входят в систему равенств, неравенств, булевых выражений, теоретико-множественных функций и т.п. вида

$$g_k(\mathbf{X})b_k; 1 \leq k \leq K, \quad (10)$$

где  $g_k(\mathbf{X})$  – некоторая непрерывная, дискретная, логическая или иная функция;  $b_k$  – скалярный параметр.

Выражения а), б), в), входящие в систему (10), отражают параметрические изменения модели системы массового обслуживания. Выражение г) отражает структурно-параметрические аспекты, а выражения д), е), входящие в систему (10), отражают структурные аспекты модели системы массового обслуживания. Вероятности  $p_{j(a)j(z)}(X_{j(a)j(z)p})$ , входящие в выражения г), отнесены к разряду структурно-параметрических вследствие того, что при  $p_{j(a)j(z)}(X_{j(a)j(z)p}) = 0$  фактически дуга  $a_{j(a)} \notin I_A(z_{j(z)})$  выпадает из структуры двудольного графа и  $\tilde{r}_{j(a)j(z)} = 0$ .

### 3. Метод целенаправленного выбора для решения задачи по выбору состава программного обеспечения экспериментального стенда

В связи со значительной сложностью задачи оптимального проектирования целесообразно в качестве метода ее решения использовать метод целенаправленного выбора, являющийся разновидностью метода нисходящего проектирования. Этот метод сводится к декомпозиции объекта проектирования на иерархические уровни (рис. 1), и решению оптимизационных задач на каждом уровне проектирования [3, 8-15].

Всего в системах исследуемого класса предусмотрено четыре уровня проектирования: собственно экспериментальный стенд, вычислительный кластер, вычислительные модули и отдельные контроллеры.

На верхнем уровне, уровне системы, объектом проектирования является программное обеспечение экспериментального стенда в целом, а вектор варьируемых параметров  $\mathbf{X}$  представ-

ляет собой композицию векторов параметров вычислительных кластеров:[7-9]

$$X = (X_1, \dots, X_k, \dots, X_K), \quad (11)$$

где  $X_k = (x_{1(k,x)}, \dots, x_{j(k,x)}, \dots, x_{J(k,x)})$  – вектор внешних параметров  $k$ -го экспериментального стенда;  $1 \leq k \leq K$  – индекс для нумерации экспериментального стенда;  $1(k,x) \leq j(k,x) \leq J(k,x)$  – индекс для нумерации параметров  $k$ -го экспериментального стенда.

Кроме естественных ограничений на параметры  $x_{j(k,x)\min} \leq x_{j(k,x)} \leq x_{j(k,x)\max}$  на оптимальные решения накладываются ограничения в виде Петри–Марковской модели СМО:

$$\Psi = \bigcup_{k=1}^K \Psi^k, \quad (12)$$

где  $\Psi^k = \{P^k, M^k\}$  – ЭППМ, описывающая функционирование  $k$ -го экспериментального стенда,  $1 \leq k \leq K$ .

Полученные на данном уровне оптимальные значения параметров

$$X^* = (X_1^*, \dots, X_k^*, \dots, X_K^*) \quad (13)$$

входят в систему ограничений оптимизационной задачи следующего уровня, уровня экспериментального стенда.

На уровне экспериментального стенда объектами проектирования являются  $K$   $k$ -х стендов, вектор варьируемых параметров  $X_k$  каждого из которых представляет собой композицию векторов параметров кластеров:

$$X_k = (X_{1(k)}, \dots, X_{v(k)}, \dots, X_{V(k)}), \quad (14)$$

где  $X_{v(k)} = (x_{1[v(k,x)]}, \dots, x_{j[v(k,x)]}, \dots, x_{J[v(k,x)]})$  – вектор внешних параметров  $v(k)$ -го кластера;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$  – индекс для нумерации экспериментального стенда;  $1 \leq k \leq K$ ;  $1[v(k,x)] \leq j[V(k,x)] \leq J[v(k,x)]$  – индекс для нумерации параметров  $v(k)$ -го кластера.

На параметры кластеров накладываются естественные ограничения  $x_{j[v(k,x)]\min} \leq x_{j[v(k,x)]} \leq x_{j[v(k,x)]\max}$ . Кроме того на оптимальные решения накладываются ограничения (12) а также ограничения в виде Петри–Марковской модели СМО:

$$\Psi^k = \bigcup_{v(k)=1(k)}^{V(k)} \Psi^{v(k)}, \quad (15)$$

где  $\Psi^{v(k)} = \{P^{v(k)}, M^{v(k)}\}$  – ЭППМ, описывающая функционирование  $v(k)$ -го кластера;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$ ;  $1 \leq k \leq K$ .

Полученные на данном уровне оптимальные значения параметров

$$X_k^* = (X_{1(k)}^*, \dots, X_{v(k)}^*, \dots, X_{V(k)}^*) \quad (16)$$

входят в систему ограничений оптимизационной задачи уровня кластеров.

На уровне кластеров объектами проектирования являются  $V(k)$   $v(k)$ -х программ, вектор варьируемых параметров  $X_{v(k)}$  каждой из которых представляет собой композицию векторов параметров вычислительных модулей:

$$X_{v(k)} = (X_{1[v(k)]}, \dots, X_{n[v(k)]}, \dots, X_{N[v(k)]}), \quad (17)$$

где  $X_{n[v(k)]} = (x_{1\{n[v(k,x)]\}}, \dots, x_{j\{n[v(k,x)]\}}, \dots, x_{J\{n[v(k,x)]\}})$  – вектор внешних параметров программ  $n[v(k)]$ -го вычислительного модуля;  $1[v(k)] \leq n[v(k)] \leq N[v(k)]$  – индекс для нумерации вычислительных модулей;  $1 \leq k \leq K$ ;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$ ;  $1\{n[v(k,x)]\} \leq j\{n[v(k,x)]\} \leq J\{n[v(k,x)]\}$  – индекс для нумерации параметров программ  $n[v(k)]$ -го модуля.

На параметры вычислительных модулей накладываются естественные ограничения  $x_{j\{n[v(k,x)]\}} \min \leq x_{j\{n[v(k,x)]\}} \leq x_{j\{n[v(k,x)]\}} \max$ . Кроме того, на оптимальные решения накладываются ограничения (15) а также ограничения в виде Петри–Марковской модели системы:

$$\Psi^{v(k)} = \bigcup_{n[v(k)]=1[v(k)]}^{N[v(k)]} \Psi^{n[v(k)]}, \quad (18)$$

где  $\Psi^{n[v(k)]} = \{\Pi^{n[v(k)]}, M^{n[v(k)]}\}$  – ЭППМ, описывающая функционирование  $n[v(k)]$ -го вычислительного модуля,  $1[v(k)] \leq n[v(k)] \leq N[v(k)]$ ;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$ ;  $1 \leq k \leq K$ .

Полученные на данном уровне оптимальные значения параметров

$$X_{v(k)}^* = (X_{1[v(k)]}^*, \dots, X_{n[v(k)]}^*, \dots, X_{N[v(k)]}^*) \quad (19)$$

входят в систему ограничений оптимизационной задачи уровня вычислительных модулей.

На уровне вычислительных модулей объектами проектирования являются  $N[v(k)]$   $n[v(k)]$ -х модули, вектор варьируемых параметров  $X_{n[v(k)]}$  каждого из которых представляет собой композицию векторов параметров элементов:

$$X_{n[v(k)]} = (X_{1\langle n[v(k)] \rangle}, \dots, X_{w\langle n[v(k)] \rangle}, \dots, X_{W\langle n[v(k)] \rangle}), \quad (20)$$

где  $X_{w\langle n[v(k)] \rangle} = (x_{1\{w\langle n[v(k)] \rangle\}}, \dots, x_{j\{w\langle n[v(k)] \rangle\}}, \dots, x_{J\{w\langle n[v(k)] \rangle\}})$  – вектор внешних параметров  $w\langle n[v(k)] \rangle$ -го элемента;  $1\langle n[v(k)] \rangle \leq w\langle n[v(k)] \rangle \leq W\langle n[v(k)] \rangle$  – индекс для нумерации элементов вычислительных модулей;  $1 \leq k \leq K$ ;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$ ;  $1[v(k)] \leq n[v(k)] \leq N[v(k)]$ ;  $1\{w\langle n[v(k)] \rangle\} \leq j\{w\langle n[v(k)] \rangle\} \leq J\{w\langle n[v(k)] \rangle\}$  – индекс для нумерации параметров  $w\langle n[v(k)] \rangle$ -го элемента.

На параметры элементов накладываются естественные ограничения  $x_{j\{w\langle n[v(k)] \rangle\}} \min \leq x_{j\{w\langle n[v(k)] \rangle\}} \leq x_{j\{w\langle n[v(k)] \rangle\}} \max$ . Кроме того на оптимальные решения накладываются ограничения (19) а также ограничения в виде Петри–Марковской модели системы:

$$\Psi^{n[v(k)]} = \bigcup_{w\{n[v(k)]\}=1\{n[v(k)]\}}^{W\{n[v(k)]\}} \Psi^{w\{n[v(k)]\}}, \quad (21)$$

где  $\Psi^{w\{n[v(k)]\}} = \{\Pi^{w\{n[v(k)]\}}, M^{w\{n[v(k)]\}}\}$  – ЭППМ, описывающая функционирование  $w\langle n[v(k)] \rangle$ -го элемента,  $1\langle n[v(k)] \rangle \leq w\langle n[v(k)] \rangle \leq W\langle n[v(k)] \rangle$ ;  $1[v(k)] \leq n[v(k)] \leq N[v(k)]$ ;  $1(k) \leq v(k) \leq V(k)$ ;  $1 \leq k \leq K$ .

#### 4. Экспериментальное нахождение эффективных физико-механических свойств МИАТ

На микроуровне процессы, происходящие во всем композиционном теле, описываются дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами, значения которых зависят от того, к какому из объемов принадлежит рассматриваемая точка. Более того, эти коэффициенты претерпевают конечные разрывы при переходе через границы объемов [3-5].

Материал, получаемый с использованием аддитивных технологий, состоящий из большого количества представительных объёмов, ведёт себя при внешних воздействиях как некоторое однородное тело, свойства которого отличны от свойств компонентов, составляющих представительный объём. Свойства такого модельного однородного тела называются эффективными свойствами.

При экспериментальном подходе к нахождению эффективных физико-механических свойств МИАТ, выясняется, что результаты существенно зависят от количества элементов, входящих в образец, над которым проводятся все эксперименты. В этом заключается суть масштабного эффекта в МИАТ. При увеличении числа элементов в образце наступает такой момент, когда добавление элементов в образце практически перестаёт сказываться на измеряемые величины.

В результате предварительного анализа установлено, что создание программного продукта в виде одной программы представляется нецелесообразным. В результате было предложено создание программного обеспечения в виде модульной структуры, включающей:

- программный модуль оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий;

- программный модуль расчета характеристик процессов изменений напряженно-деформированного состояния при малых деформациях материала или элемента конструкции, получаемых при использовании аддитивных технологий;

- программный модуль оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий с использованием многомасштабного физического моделирования;

- программный модуль интеграции прототипа программного модуля для оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий с использованием многомасштабного физического моделирования с отечественным пакетом прочностного инженерного анализа;

- программный модуль интеграции прототипа программного модуля для оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий с использованием многомасштабного физического моделирования с пакетом многопараметрической оптимизации весовых и механических прочностных характеристик элементов конструкций, получаемых с помощью аддитивных технологий.

Для тестирования программного модуля оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий в качестве механической модели рассматривается бесконечное в одном направлении упругое тело с моментными свойствами. В двух других направлениях оно ограничено цилиндрической поверхностью. Поперечное сечение тела имеет периодическую структуру, где каждая ячейка периодичности представляет собой квадрат с квадратным включением. Матрица тела и включение изотропны (рисунок 1).

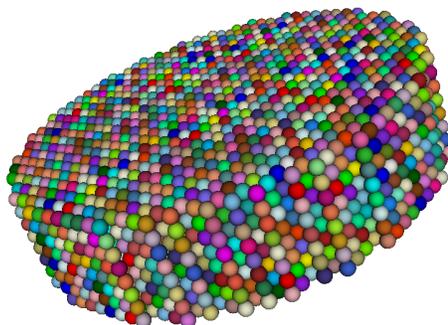


Рис. 1: Цилиндр, полученный с помощью аддитивных технологий

№ п/п	Группы значений выходного файла	Проверяемая константа	Заданное значение	Полученное значение	$\Delta$ п относительная погрешность, %
1	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1111	0,85025	0,842317	3
2	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1122	0,519813	0,531622	3
3	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1133	0,519708	0,521619	4
4	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2211	0,519813	0,531817	4
6	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2222	0,85025	0,842111	3
6	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2233	0,519708	0,521616	5
7	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3311	0,519708	0,521919	5
8	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3322	0,519708	0,5178923	5
9	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3333	0,77454	0,7823717	5
10	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1212	0,152493	0,1522910	5
11	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1221	0,181344	0,1781843	5
12	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1313	0,163823	0,1731878	5
13	$C_{ijkl}^{eff}$	C_1331	0,167772	0,1511856	5
14	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2323	0,163823	0,1613795	5
15	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2332	0,167772	0,1662321	5
16	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2112	0,181344	0,1761815	5
17	$C_{ijkl}^{eff}$	C_2121	0,152493	0,154377	5
18	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3113	0,167772	0,165232	5
19	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3131	0,160744	0,16218	5
20	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3223	0,167772	0,165372	5
21	$C_{ijkl}^{eff}$	C_3232	0,160744	0,157234	4

Таблица 1: Результаты расчетов

Тестирование осуществлялось на компьютере с характеристиками:

1. процессор Intel Core i5 -2320, 4ядра, тактовая частота 3 ГГц;
2. оперативная память DDR3, объём не менее 64 Гб;
3. жёсткий диск Western Digital WD5000AAKX, объём памяти 500 Гб;
4. устройство от производителя оборудования Nvidia с заявленной полной поддержкой технологии CUDA - G92;
5. видеокарта NVIDIA GeForce GT 520, объём видеопамяти 4 Гб;
6. операционная система Windows Server 2008 R2 Enterprise.

Результаты исследования по методике 1 приведены в таблице 1.

По результатам тестирования, можно сделать вывод, что объект тестирования - программный модуль оценки эффективных характеристик материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий соответствует требованиям, предъявляемым к модулю.

## 5. Заключение

Таким образом, в приведенной обобщенной методике изложены этапы решения структурно-параметрической задачи. На каждом иерархическом уровне формируется структура программного обеспечения экспериментального стенда из множества известных элементов. В рамках сформированной структуры решается параметрическая оптимизационная задача, после чего происходит переход на более низкий иерархический уровень.

## СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Послание Президента Федеральному Собранию. [Электр. ресурс] URL: <http://kremlin.ru/events/president/news/53379>
2. Привалов, А.Н. О ходе работ по многомасштабному физическому моделированию материалов, получаемых при использовании аддитивных технологий /А.Н. Привалов А.Н., А.В. Матюхин, В.В. Таран //В сборнике: Университет XXI века: научное измерение Материалы Всероссийской конференции. Сер. "Библиотека Чебышевского сборника"Библиотека Чебышевского сборника, Московский педагогический государственный университет, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого, Тульский государственный университет. 2016. С. 199-203.
3. Ларкин Е.В., Привалов А.Н. Проектирование программного обеспечения вычислительной среды тренажерных систем. Тула: ТулГУ, 2010. 259 с.
4. Сильвестров Д.С. Полумарковские процессы с дискретным множеством состояний (основы расчета функциональных и надежностных характеристик стохастических систем) М.: Советское радио, 1980. 272 с.
5. Kendall D. G. 1953. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of imbedded Markov chains. Ann. Math. Statist. 24. 338–354.
6. Сундарапандиан В. Вероятность, статистика и теория массового обслуживания. - Нью-Дели. 2009.
7. Гросс Д., Харрис К.М. Основы теории очередей. Изд. Джон Вилей и сыновья, 1974.
8. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н., Котов В.В., Привалов А.Н. Интерактивный генератор команд // 7-я Международная конференция ICSI-2016. Бали, Индонезия, 25-30 июня. Труды. Часть 2. Лекционные заметки в области компьютерных наук. LNCS Sublibrary: SL1 - Теоретическая информатика и общие вопросы Springer, 2016. С. 601 - 609.
9. Ларкин Е.В., Привалов А.Н. Моделирование режимов диалога управления дистанционными роботами // Труды 5-го Международного семинара по математическим моделям и их приложениям Красноярск, Россия, 7-9 ноября 2016 г. – С. 92 - 103.
10. Марков А.А. Расширение закона больших чисел на зависимые кванты, Изв. физ.-матем. Казанский унив., (2-й сер.), - 1906, С. 135-156.
11. Боос Д.Д. Стефански Л. А. Эссенциальный статистический вывод. Теория и методы. - N.Y., Springer Verlag. 2013. - 568 (XVII) Стр.
12. Драпер Н.Р., Смит Н. Приложения регрессионного анализа Изд. Джон Вилей и сыновья, 1998 - 736 с.

13. Рейтинг М.К. Корреляционные методы. - опубликовано Чарльзом Грифффином и Компани, Лондон, - 1955. - 196 с.
14. Вентцель Е.С. Теория вероятности. - М.: Мир Издательство, 1986. 86 с.
15. Ларкин Е.В., Ивутин А.Н., Котов В.В., Привалов А.Н. Моделирование ретрансляций // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Математическое моделирование, программирование и компьютерное программное обеспечение. - 2016. с. 117- 128.
16. Григелионис Б. О сходимости сумм случайных ступенчатых процессов к пуассоновскому процессу. Теория вероятности, С. 177 - 182., 1963.

## REFERENCES

1. Poslanie Prezidenta Federal'nomu Sobraniyu (2017), Available at: <http://kremlin.ru/events/president/news/53379>
2. Privalov A.N., Matyuhin A.V., Taran V.V. "O hode rabot po mnogomasshtabnomu fizicheskomu modelirovaniyu materialov, poluchaemyh pri ispol'zovanii additivnyh tekhnologij", *Materialy Vserossijskoj konferencii «Universitet XXI veka: nauchnoe izmerenie» Seriya "Biblioteka CHEbyshevskogo sbornika"*. Tula, 2016, pp. 199-203.
3. Larkin, E.V. & Privalov, A.N. 2010, Proektirovanie programmnoho obespecheniya vychislitel'noj sredy trenazhernyh sistem, TulGU, Tula, pp. 259.
4. Sil'vestrov, D.S. 1980, Polumarkovskie processy s diskretnym mnozhestvom sostoyanij (osnovy rascheta funkcional'nyh i nadezhnostnyh harakteristik stohasticheskikh sistem), Sovetskoe radio, Moskva, pp. 272.
5. Kendall, D. G. 1953. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of imbedded Markov chains. *Ann. Math. Statist*, 24, pp. 338–354.
6. Sundarapandian, V. 2009, Veroyatnost', statistika i teoriya massovogo obsluzhivaniya, N'yu-Deli.
7. Gross D. & Harris K.M. 1974, *Osnovy teorii ocheredej, Dzhon Vilej i synov'ya*.
8. Larkin E.V., Ivutin A.N., Kotov V.V., Privalov A.N. 2016, "Interaktivnyj generator komand", *7-ya Mezhdunarodnaya konferenciya ICSI-2016*, Bali, Indoneziya, LNCS Sublibrary: SL1 - Teoreticheskaya informatika i obshchie voprosy Springer, pp. 601 - 609.
9. Larkin, E.V. & Privalov, A.N. 2016, "Modelirovanie rezhimov dialoga upravleniya distancionnymi robotami", *Trudy 5-go Mezhdunarodnogo seminara po matematicheskim modelyam i ih prilozheniyam*, Krasnoyarsk, Russia, pp. 92 - 103.
10. Markov, A.A. 1906, Rasshirenie zakona bol'shih chisel na zavisimye kvanty, *Izv. fiz.-matem. Kazanskij univ.*, pp. 135-156.
11. Boos, D.D. & Stefanski L.A. 2013, EHssencial'nyj statisticheskij vyvod. Teoriya i metody, N.Y., Springer Verlag, pp. 568.
12. Draper N.R. & Smit H. 1998, Prilozheniya regressionnogo analiza, Dzhon Vilej i synov'ya, pp. 736
13. Rejting, M.K. 1955, Korrelyacionnye metody, CHarl'z Griffin i Kompani, London, pp. 196

14. Ventcel' E.S. 1986, Teoriya veroyatnosti, Mir Izdatel'stvo, Moskva, pp. 86
15. Larkin E.V., Ivutin A.N., Kotov V.V., Privalov A.N. 2016, "Modelirovanie retranslyacij", *Vestnik YUzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta*, Matematicheskoe modelirovanie, programmirovaniye i komp'yuternoye programmirovaniye, pp. 117- 128.
16. Grigelionis, B. 1963, O skhodimosti summ sluchajnykh stupenchatykh processov k puassonovskomu processu. Teoriya veroyatnosti, pp. 177 - 182.

Получено 17.06.2018

Принято в печать 17.08.2018