

## ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 19. Выпуск 2

УДК 517.28, 530.181

DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-217-233

**Прямые и обратные задачи реконструкции операторов эволюции в анализе динамики многомерных процессов<sup>1</sup>**

**Краснов Андрей Евгеньевич** — доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник Федерального государственного автономного учреждения «Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций».  
*e-mail: krasnovmgutu@yandex.ru*

**Надеждин Евгений Николаевич** — доктор технических наук, профессор кафедры информатики и информационных технологий Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тульский государственный педагогический университет имени Л.Н. Толстого».  
*e-mail: en-hope@yandex.ru*

**Никольский Дмитрий Николаевич** — кандидат физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Федерального государственного автономного учреждения «Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций».  
*e-mail: nikolskydn@mail.ru*

**Галаев Владимир Сергеевич** — кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник Федерального государственного автономного учреждения «Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций».  
*e-mail: v.galiaev@informika.ru*

**Аннотация**

Физические процессы рассеяния электромагнитных волн и процессы порождения аномалий при передаче информации в сетевых каналах связи рассмотрены с единых позиций преобразований многомерных потоков данных соответствующими операторами эволюции, действующими как проекционные операторы. Основанием работы послужили результаты исследований одного из авторов, посвященные задачам синтеза объемных голографических фильтров для обработки когерентных оптических сигналов, задачам локации объектов, движущихся в неоднородной среде, а также результаты совместных работ авторов в области защиты информации, передаваемой по каналам связи. В настоящей работе делается определенное обобщение результатов данных исследований. Так, поставлена и решена прямая задача реконструкции стационарного оператора эволюции, описывающего упругое рассеяние когерентного электромагнитного поля на пространственных неоднородностях стационарной среды. Показано, что с точностью до малых помех, пропорциональных дисперсии неоднородностей среды, оператор эволюции представляется в виде проекционного оператора или активного фильтра угловых (пространственных) частот поля. На основании полученных результатов неупругое рассеяние нестационарного электромагнитного поля в нестационарной среде рассматривается как его преобразование нестационарным оператором эволюции, также имеющим вид проекционного оператора или активного фильтра, но

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке государства в лице Минобрнауки России по лоту шифр 2017-14-579-0002 по теме: «Разработка эффективных алгоритмов обнаружения сетевых атак, основанных на выявлении отклонений в трафике сверхбольших объемов, поступающем на пограничные маршрутизаторы сети передачи данных, и создание на их основе образца программного комплекса обнаружения и предотвращения угроз безопасности информации, направленных на отказ в обслуживании». Соглашение №14.578.21.0261 о предоставлении субсидии от 26.09.2017. Уникальный идентификатор работ (проекта) RFMEFI57817X0261

преобразующего временные частоты поля. По аналогии с задачами рассеяния оператор эволюции в виде проекционного оператора, реконструируемого по наблюдаемым сетевым информационным потокам данных, применяется к описанию процессов порождения аномалий при передаче информации в каналах связи. Оператор эволюции используется для формирования специальных статистик многомерного процесса, которые возможно использовать для его последовательного статистического анализа и классификации. Приводятся примеры практического использования этих статистик для обнаружения и классификации аномалий сетевого трафика. В частности, проведен вычислительный эксперимент по формированию статистических распределений значений информативных признаков реального трафика и классификации на их основе различных типов сетевых атак. Результатом экспериментальных исследований стало подтверждение эффективности метода реконструкции оператора эволюции сетевого трафика.

*Ключевые слова:* прямая и обратная задачи, реконструкция, оператор эволюции, проекционный оператор, процесс рассеяния, процесс порождения аномалий, передача информации, сетевой трафик, классификация аномалий, сетевые атаки.

*Библиография:* 31 названий.

**Для цитирования:**

А. Е. Краснов, Е. Н. Надеждин, Д. Н. Никольский, В. С. Галяев. Прямые и обратные задачи реконструкции операторов эволюции в анализе динамики многомерных процессов // Чебышевский сборник, 2018, т. 19, вып. 2, с. 217–233.

## CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 19. No. 2

UDC 517.28, 530.181

DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-2-217-233

**Direct and reverse problems of reconstruction of evolution operators in the analysis of the dynamics of multidimensional processes**

**Krasnov Andrey Evgenevich** - doctor of physical and mathematical sciences, professor, chief researcher of the State Research Institute of Information Technologies and Telecommunications.

*e-mail: krasnovmgutu@yandex.ru*

**Nadezhdin Evgeny Nikolaevich** - doctor of technical sciences, professor of the department of informatics and information technologies of the Tula State Pedagogical University named after L.N. Tolstoy.

*e-mail: en-hope@yandex.ru*

**Nikolsky Dmitry Nikolaevich** — candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, leading researcher of State Research Institute of Information Technologies and Telecommunications.

*e-mail: nikolskydn@mail.ru*

**Galyaev Vladimir Sergeevich** - candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, senior researcher of the State Research Institute of Information Technologies and Telecommunications.

*e-mail: v.galiaev@informika.ru*

**Abstract**

Physical processes of scattering of electromagnetic waves and the processes of generation of anomalies in the transmission of information in communication channels are considered from the unified positions of the transformation of multidimensional data streams by the corresponding evolution operators acting as projection operators. The work was based on the results of one of the authors studies devoted to the problems of synthesis of three-dimensional holographic filters for the processing of coherent optical signals, location of objects moving in heterogeneous environment, as well as the results of the authors' joint work in the field of protection of information transmitted over computer networks. In this paper, a certain generalization of the results of these studies is made. Thus, the direct problem of reconstructing a stationary evolution operator describing the elastic scattering of a coherent electromagnetic field by spatial inhomogeneities of a stationary medium is posed and solved. It is shown that, up to small noise, determined by the dispersion of medium inhomogeneities, the evolution operator is represented as a projection operator or an active filter of the angular (spatial) field frequencies. On the basis of the obtained results, the inelastic scattering of a non-stationary electromagnetic field by a nonstationary medium is regarded as its transformation by a nonstationary evolution operator, also having the form of a projection operator or an active filter, but transforming the temporal frequencies of the field. By analogy with scattering problems, the evolution operator, in the form of a projection operator reconstructed from observable network information flows of multidimensional telemetric data, is applied to the description of anomaly generation processes in the transmission of information in network communication channels. The evolution operator is used to form special statistics of a multidimensional process that can be used for its sequential statistical analysis and classification. Examples are given of the practical use of these statistics for the detection and classification of network traffic anomalies. In particular, a computational experiment was conducted to generate statistical distributions of the values of informative characteristics of real network traffic and to classify various types of network attacks. As a result

of the experiments, the efficiency of the reconstruction method based on evolution operator application has been confirmed.

*Keywords:* direct and inverse problems, reconstruction, evolution operator, projection operator, scattering process, anomaly generation process, information transfer, network traffic, classification of anomalies, network attack.

*Bibliography:* 31 titles.

**For citation:**

A. E. Krasnov, E. N. Nadezhdin, D. N. Nikol'skii, V. S. Galyaev, 2018, "Direct and reverse problems of reconstruction of evolution operators in the analysis of the dynamics of multidimensional processes", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 19, no. 2, pp. 217–233.

## 1. Введение

Цель данной работы заключается в обосновании подхода к анализу состояний многомерных процессов на основе использования оператора эволюции динамических систем.

В качестве многомерных процессов в работе рассмотрены процессы рассеяния электромагнитных волн на пространственных и временных неоднородностях стационарной и нестационарной среды, а также процессы возникновения аномалий при передаче информации в каналах связи. В задачах рассеяния решается прямая задача реконструкции оператора эволюции на основе известных эволюционных уравнений, описывающих взаимодействие поля с веществом. При описании аномалий в процессе передачи данных в информационных компьютерных сетях решается обратная задача реконструкции — по наблюдаемому многомерному процессу находится оператор эволюции.

В работе обобщены результаты решения двух групп проблемных задач:

1. задачи рассеяния электромагнитных волн для оптической и радиолокации;
2. задачи выявления аномалий сетевого трафика в системах защиты компьютерных сетей.

Традиционно оператор эволюции используют в уравнении связи значений волновой функции  $\Psi(t)$  квантовой системы в различных временных отсчетах  $t-\tau$  и  $t$  при известном гамильтониане  $\hat{H}(t)$  системы. Оператор  $\hat{S}(t, t-\tau)$  эволюции дает формальное решение нестационарного эволюционного уравнения Шредингера в виде:

$$\Psi(t) = \hat{S}(t, t-\tau)\Psi(t-\tau) = \hat{T}\left\{\exp\left[\frac{2\pi}{i\hbar}\int_{t-\tau}^t \hat{H}(t')dt'\right]\right\}\Psi(t-\tau), \quad (1)$$

где  $\hat{T}$  — оператор упорядочения по времени  $\hat{T}\mathbf{A}(t)\mathbf{B}(t') = \mathbf{A}(t)\mathbf{B}(t')$ , если  $t > t'$ ,  $i$  — мнимая единица, а  $\hbar$  — постоянная Планка [1].

К уравнению, подобному уравнению Шредингера, а, следовательно, и к оператору эволюции приводят и эволюционные уравнения классической механики и электродинамики. Так, например, систему уравнений Максвелла для электромагнитных волн ( $E_e$  и  $H_m$  функций электрической и магнитной напряженностей поля) в пустом пространстве можно преобразовать в эволюционное уравнение  $i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = c \times \text{rot}\Psi$ , похожее на уравнение Шредингера ( $c$  — скорость света), путём введения новой комплексной величины  $\Psi = E_e + iH_m$  [2].

Классический аналог оператора эволюции был также использован для решения прямой задачи его оценивания путем решения волнового уравнения, преобразующего пространственные частоты когерентной волны при ее упругом рассеянии на брегговских решетках неоднородной среды, искусственно сформированной в виде объемной голограммы [3].

Метод исследования биологических макромолекул путем анализа их отклика на лазерное воздействие в виде неупругого комбинационного рассеяния [4] описан в [5]. Здесь сами биологические макромолекулы рассматриваются как оператор эволюции, преобразующий частоту воздействия в спектр частот их отклика.

Дискретный аналог оператора эволюции был использован также и при анализе моделей сложных природных систем, например, таких как мозг [6, 7].

В настоящей работе на основе обобщения результатов упругого и неупругого рассеяния электромагнитного поля на произвольных средах, имеющих пространственные и временные неоднородности, показана связь оператора эволюции поля с проекционными операторами гильбертова пространства, преобразующими его пространственные и временные частоты. Здесь решается прямая задача реконструкции оператора эволюции по известным физическим законам рассеяния. По аналогии с задачами рассеяния вводится оператор эволюции и соответствующий ему проекционный оператор, преобразующий многомерный процесс конечномерного пространства. Здесь решается обратная задача реконструкции оператора эволюции по

наблюдаемым значениям многомерного процесса. Оператор эволюции используется для формирования специальных статистик многомерного процесса, которые возможно использовать для последовательного статистического анализа и классификации сетевого трафика.

## 2. Прямые задачи реконструкции оператора эволюции в анализе преобразований электромагнитных волн

### 2.1. Упругое рассеяние волн с преобразованием пространственных частот

Пусть на неоднородную среду  $\mathbf{V}$ , заключенную между плоскостями  $P_{in}(z = 0)$  и  $P_{out}(z = D_Z)$  падает когерентная поляризованная волна с длиной  $\lambda$ , распространяющаяся в направлении  $Z$  и имеющая в плоскости  $P_{in}$  комплексную пространственную огибающую  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp)$  электрической напряженности, где  $\mathbf{r}_\perp \in P_{in}$ . В электродинамике для расчетов используют комплексную электрическую напряженность поля  $\Psi(\mathbf{r}, t)$ , реальная и мнимая части которой связаны преобразованием Гильберта [8]. Для когерентной волны  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)$ , где  $\omega = 2\pi c / \lambda$ . Поперечный  $D_\perp$  и продольный  $D_Z$  размеры области  $\mathbf{V}$  удовлетворяют соотношениям  $D_\perp \gg \lambda, D_Z; D_Z \geq \lambda$ , а пространственные неоднородности  $d \sim \lambda$ .

Обозначим комплексную рефракцию неоднородной среды как  $\Delta\hat{n}(\mathbf{r}) = \Delta n(\mathbf{r}) + i\Delta\xi(\mathbf{r})$ , где  $\Delta n(\mathbf{r})$  — распределение неоднородностей коэффициента преломления среды, а  $\Delta\xi(\mathbf{r})$  — распределение неоднородностей коэффициента поглощения среды,  $\mathbf{r} \in \mathbf{V}$ . Среда имеет средние по объему  $\mathbf{V}$  коэффициенты преломления  $\langle n \rangle$  и поглощения  $\langle \xi \rangle$ . В соответствии с [9] введем для статистического описания характерных размеров  $d$  неоднородностей области  $\mathbf{V}$  их автокорреляционную функцию:

$$C(\Delta\mathbf{r}) = \langle \Delta\hat{n}^*(\mathbf{r})\Delta\hat{n}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) \rangle_V = \sum_{\mathbf{k}} |N(\mathbf{k})|^2 \exp(i\Delta\mathbf{r}\mathbf{k}), \quad (2)$$

где  $N(\mathbf{k})$  — угловой спектр пространственных частот неоднородностей среды;  $|\mathbf{k}| = 2\pi/d$  — обратный вектор решетки пространственных неоднородностей;  $a^*$  — операция комплексного сопряжения. Тогда можно считать, что распределение неоднородностей  $\Delta\hat{n}$  среды описывается разложением по плоским волнам, формирующим решетки  $\Delta\hat{n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} N(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{r}\mathbf{k})$ .

Задача заключается в описании огибающей  $\Psi_{out}(\mathbf{r}'_\perp) = \Psi(\mathbf{r}'_\perp, z = D_Z)$  напряженности когерентной волны в плоскости  $P_{out}(\mathbf{r}'_\perp \in P_{out})$ , т.е. волны, выходящей из неоднородной области  $\mathbf{V}$ , путем решения прямой задачи реконструкции оператора эволюции, описывающего упругое рассеяние.

**Прямая задача реконструкции оператора эволюции.** Для решения прямой задачи реконструкции оператора эволюции, описывающего упругое рассеяние, рассмотрим волновое уравнение в области  $\mathbf{V}$  и соответствующие граничные условия [10]:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \langle n \rangle^2 (1 + i2\langle \xi \rangle) \left[1 + \frac{2\Delta\hat{n}(\mathbf{r})}{\langle n \rangle}\right] \Psi(\mathbf{r}) &= 0, \\ \Psi(\mathbf{r}_\perp, z = 0) &= \Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp), \\ \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}_\perp, z = 0)}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение данного уравнения будем строить с помощью техники связанных волн путем разложения  $\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} C(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$  пространственной огибающей  $\Psi(\mathbf{r})$  распространяющейся

волны по плоским волнам  $\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$  и введения угловых спектров или пространственных частот  $C_{in}(\mathbf{m}) = \iint_{P_{in}} \Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp) \exp(i\mathbf{m}\mathbf{r}_\perp) d^{(2)}\mathbf{r}_\perp$  и  $C_{out}(\mathbf{l}) = \iint_{P_{out}} \Psi_{out}(\mathbf{r}_\perp) \exp(i\mathbf{l}\mathbf{r}_\perp) d^{(2)}\mathbf{r}_\perp$  пространственных огибающих входных и выходных волн, где  $|\mathbf{k}| = |\mathbf{m}| = |\mathbf{l}| = 2\pi/\lambda$  [11]. При этом пространственную огибающую, распространяющейся в среде волны, представим суммой огибающих  $\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_{dif}(\mathbf{r}) + \Psi_{res}(\mathbf{r})$ , одна из которых описывает диффузионное рассеяние входной волны в многократные дифракционные порядки [12], а другая — резонансное рассеяние в первый порядок дифракции [13]. Здесь  $\Psi_{res}(\mathbf{r})$  соответствует полезному сигналу, а  $\Psi_{dif}(\mathbf{r})$  соответствует помехе. Отражения на границах области  $\mathbf{V}$  не учитываются. Ввиду того, что  $D_\perp \gg \lambda$ , количество разрешимых пространственных отсчетов, как и угловых отсчетов поля, практически бесконечно, пространственные огибающие и угловые спектры поля можно рассматривать как вектора бесконечномерного гильбертова пространства [14]. Задачу будем решать в предположении малости возмущения, вносимого средой, т.е. при малом параметре  $\langle |\Delta\hat{n}|^2 \rangle^{1/2} / \langle n \rangle \ll 1$ . Формально также считается, что углы дифракции малы. Как показывают эксперименты, приближение связанных волн во многих случаях справедливо и для больших углов береговой дифракции [15].

**Дополнительный метод решения: проекционные операторы.** Важным приемом решения волнового уравнения (3) является представление угловых векторов решеток неоднородностей среды разностями угловых векторов рассеянных и падающих волн, т.е.  $\mathbf{k} = \mathbf{l} - \mathbf{m}$ . В частности, в задачах статической голографии спектр пространственных частот неоднородности среды, образованной интерферирующими плоскими волнами с комплексными амплитудами  $S(\mathbf{l})$ ,  $R(\mathbf{m})$  и соответствующим им угловым векторам  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{m}$ , представляют в факторизованном виде как  $N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) \sim S(\mathbf{l})R^*(\mathbf{m})$  [3, 15]. В задачах динамической голографии спектр пространственных частот неоднородности среды, образованной интерферирующими плоскими волнами с комплексными амплитудами  $S(\mathbf{l}, t)$ ,  $R(\mathbf{m}, t)$  и соответствующим им угловым векторам  $\mathbf{l}$  и  $\mathbf{m}$  представляют в виде  $N(\mathbf{l}, \mathbf{m}, t) \sim S(\mathbf{l}, t)R^*(\mathbf{m}, t)$  [16, 17].

Как будет показано, резонансный отклик рассеивающей среды на входную волну с угловым спектром  $C_{in}(\mathbf{m})$  соответствует выражению  $C_{res}(\mathbf{l}) = a(\mathbf{l}) \sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) C_{in}(\mathbf{m})$ . Это преобразование отвечает действию проекционного оператора  $|a(\mathbf{l})\rangle\langle N(\mathbf{l}, \mathbf{m})|$  (в обозначениях Дирака) или  $a(\mathbf{l})N^+(\mathbf{l}, \mathbf{m})$  (в матричном обозначении, где  $+$  — операция транспонирования и комплексного сопряжения) на соответствующий кет-вектор  $|C_{in}(\mathbf{m})\rangle$  гильбертова пространства [14]. Эффективность преобразований определяется коэффициентом перекрытия  $\langle N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) C_{in}(\mathbf{m}) \rangle$ , т.е. величиной, соответствующей проекции векторов в гильбертовом пространстве. Физический смысл действия проекционного оператора объясняется механизмом берегового резонансного рассеяния всех волн с волновыми векторами  $\{\mathbf{m}\}$  в волны с волновыми векторами  $\{\mathbf{l}\}$ .

**Операторы эволюции и проекционные операторы.** Поставим в соответствие угловым спектрам пространственных огибающих  $\Psi_{dif}(\mathbf{r})$  и  $\Psi_{res}(\mathbf{r})$  диффузно и резонансно рассеянных волн, распространяющихся в неоднородной среде, плоские волны с волновыми векторами  $\{\mathbf{m}'\}$ ,  $\{\mathbf{l}'\}$  и амплитудами  $C_{dif}(\mathbf{m}', z)$ ,  $C_{dif}(\mathbf{l}', z)$ , явно зависящими от продольной координаты  $z$ . Одновременно представим пространственную неоднородность среды в виде разложения по плоским волнам  $\exp[-i(\mathbf{l} - \mathbf{m})\mathbf{r}]$ :

$$\Delta\hat{n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{l}} \sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) \exp[-i(\mathbf{l} - \mathbf{m})\mathbf{r}]. \quad (4)$$

Переходя к спектральному представлению волнового уравнения (3) и обобщая результаты работы [3], получим систему параметрических эволюционных уравнений, описывающих распространение собственных функций  $\mathbf{f}_\gamma$  и  $\mathbf{g}_\gamma$  волнового уравнения:

$$\begin{aligned}
-i\frac{\partial \mathbf{f}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s)}{\partial s} &= \hat{\mathbf{F}}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s)\mathbf{f}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s), \\
\mathbf{f}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, 0) &= \hat{\mathbf{F}}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, 0)C_{in}(\mathbf{m}),
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
-i\frac{\partial \mathbf{g}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s)}{\partial s} &= \hat{\mathbf{G}}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s)\mathbf{g}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s), \\
\mathbf{g}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, 0) &= C_{in}(\mathbf{m}), \\
s &= 2\pi\langle n \rangle \frac{z}{\lambda},
\end{aligned} \tag{6}$$

где (5) описывает диффузное рассеяние, а (6) — резонансное (брегговское) рассеяние волн. Формально уравнения (5) и (6) подобны нестационарным уравнениям Шредингера, при этом матричные элементы операторов  $\hat{\mathbf{F}}_\gamma$  и  $\hat{\mathbf{G}}_\gamma$  с точностью до малого параметра  $\gamma$  расстройки от брегговского резонанса пропорциональны амплитудам  $N(\mathbf{l}, \mathbf{m})$  углового спектра неоднородностей среды из (4). Поэтому будем решать систему уравнений (5) и (6), используя операторы эволюции в виде хронологического оператора Дайсона [18, 19]:

$$\mathbf{g}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, s) = \hat{\mathbf{T}}[1 + \int_0^s \hat{\mathbf{G}}_\gamma(s_1, t)ds_1 + \frac{1}{2!} \int_0^s \hat{\mathbf{G}}_\gamma(s_1, t)ds_1 \times \int_0^s \hat{\mathbf{G}}_\gamma(s_2, t)ds_2 + \dots] \times \mathbf{g}_\gamma(\mathbf{l}, \mathbf{m}, 0) \tag{7}$$

В (7) каждый парциальный член ряда описывает процесс многократного рассеяния. Суммирование ряда возможно выполнить, привлекая формализм диаграммной техники Фейнмана [20]. Проведя затем интегрирование по малому параметру  $\gamma$ , получим описание углового спектра рассеянного поля в выходной плоскости  $z = D_Z$  рассеивающей области  $\mathbf{V}$ .

При  $D_Z \geq 10\langle d \rangle$ , где  $\langle d \rangle$  — средний размер неоднородностей среды, получим:

$$\begin{aligned}
C_{out}(\mathbf{l}, D_Z) &= a(\mathbf{l}, D_Z) \sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{l}, \mathbf{m})C_{in}(\mathbf{m}) + \\
&+ i \frac{\langle |\Delta \hat{n}|^2 \rangle^{1/2}}{\langle n \rangle} \sum_{\mathbf{k}} a(\mathbf{k}, D_Z) \sin(D_Z k_Z) \times \\
&\times \exp(iD_Z k_Z) \exp[i\varphi(\mathbf{l}, \mathbf{k}, D_Z)] \sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{k}, \mathbf{m})C_{in}(\mathbf{m} + \mathbf{l} - \mathbf{k}),
\end{aligned} \tag{8}$$

где  $a(\mathbf{k}, D_Z) = a(\mathbf{k})(D_Z/\lambda)(\langle |\Delta \hat{n}|^2 \rangle^{1/2}/\langle n \rangle)[\langle \xi \rangle + 1]$  — угловая диаграмма рассеяния области  $\mathbf{V}$ ;  $k_Z$  — проекция волнового вектора  $\mathbf{k}$  на ось  $Z$ ; зависимость коэффициента  $a(\mathbf{k})$  от экспериментально измеряемых параметров среды, в частности, от поляризации волны, может быть получена из закономерностей упругого рассеяния, открытых Релеем, Смолуховским, Эйнштейном [21, 22, 23], а фаза  $\varphi(\mathbf{l}, \mathbf{k}, D_Z) = D_Z k_Z + (\mathbf{l} - \mathbf{m})\langle \mathbf{k} - \mathbf{m} \rangle D_Z / 2\langle k_Z \rangle \cong \pi D_Z / d(\mathbf{l} - \mathbf{k})$  является практически случайной величиной. Именно в силу этого второе слагаемое описывает процесс «диффузного блуждания» фотона при его рассеянии: фотоны с волновыми векторами  $\mathbf{m}$  рассеиваются сначала во всевозможные направления  $\{\mathbf{k}\}$  и лишь после этого рассеиваются в направлении  $\mathbf{l}$  наблюдения. Так как амплитуда диффузной помехи в (8) пропорциональна дисперсии неоднородностей среды  $a(\mathbf{k}, D_Z)\langle |\Delta \hat{n}|^2 \rangle^{1/2}/\langle n \rangle$  [3], то ею можно пренебречь. Диффузную помеху также возможно подавить путем пространственного сглаживания (8), которое на практике осуществляется режекторной фильтрацией высоких пространственных частот поля с помощью ограничения апертуры оптики, формирующей пространственную огибающую  $\Psi_{res}(\mathbf{r})$ .

Первое слагаемое в (8) описывает резонансный процесс рассеяния угловых компонент  $\{\mathbf{m}\}$  входной волны в угловые компоненты  $\{\mathbf{l}\}$  выходной волны в результате брегговской дифракции на решетках  $\{\mathbf{l} - \mathbf{m}\}$ . Соотношение  $\sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) C_{in}(\mathbf{m})$  для резонансных спектральных компонент рассеяния является строгим обоснованием метода проекционного оператора, формально описывающего резонансное рассеяние как проекцию  $\mathbf{m}$ -компоненты углового спектра  $C_{in}(\mathbf{m})$  входной волны на  $\mathbf{m}$ -компоненты диаграммы рассеяния  $N(\mathbf{l}, \mathbf{m})$  самой среды.

Заметим, что для искусственной пространственно неоднородной среды, сформированной в виде объемной голограммы  $N(\mathbf{l}, \mathbf{m}) \sim S(\mathbf{l})R^*(\mathbf{m})$  между плоскостями  $P_{in}$  и  $P_{out}$  когерентными волнами с пространственными огибающими  $S(\mathbf{r})$  и  $R(\mathbf{r})$ , координатное представление резонансной составляющей (8) будет выглядеть как [3]:

$$\Psi_{out}(\mathbf{r}_{\perp}) = a(\mathbf{r}_{\perp}, D_Z) S(\mathbf{r}_{\perp}) \iint_{\mathbf{r}_{\perp} \in P_{in}} R^*(\mathbf{r}_{\perp}) \Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp}) d^{(2)}\mathbf{r}_{\perp}, \quad (9)$$

где  $\Psi_{out}(\mathbf{r}_{\perp})$  — пространственная огибающая когерентной волны в выходной плоскости  $P_{out}$ ;  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp})$  — пространственная огибающая когерентной волны во входной плоскости  $P_{in}$ . Таким образом, (9) описывает действие проекционного оператора  $|S(\mathbf{r}_{\perp})\rangle\langle R(\mathbf{r}_{\perp})|$  на вектор  $|\Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp})\rangle$ . При этом данный проекционный оператор действует, преобразуя пространственные огибающие волн из плоскости  $P_{in}$  в плоскость  $P_{out}$ , сдвигая их фазу на расстояние  $D_Z$  между плоскостями и изменяя их угловой спектр. Поскольку проекционные операторы из (8) и (9) не просто подавляют отдельные пространственные частоты входной волны, а перераспределяют их в другие пространственные частоты, то их действие может рассматриваться как действие активных фильтров. Так как свойства проекционных операторов (8) и (9) были получены на основе свойств реконструированного оператора эволюции (7), то между оператором эволюции и проекционными операторами установлена прямая аналогия. Рассмотрим эту аналогию в применении к неупругому рассеянию волн.

## 2.2. Неупругое рассеяние волн с преобразованием временных частот

Рассмотрим теперь наблюдаемые нестационарные электромагнитные волны  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp}, t)$  и  $\Psi_{out}(\mathbf{r}'_{\perp}, t)$ , входящие и выходящие из нестационарной неоднородной среды  $\mathbf{V}(t)$  с задержкой  $\tau$ . По аналогии с результатами 2.1 будем считать, что действие среды описывается оператором эволюции  $\hat{\mathbf{S}}(t, t - \tau)$ , но функционирующим во временной области:

$$\Psi_{out}(\mathbf{r}'_{\perp}, t) = \hat{\mathbf{S}}(t, t - \tau) \Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp}, t - \tau). \quad (10)$$

Очевидно, что оператор  $\hat{\mathbf{S}}(t, t - \tau)$  осуществляет преобразование, но уже не пространственных, а временных частот  $\{\omega\}$  входящей волны  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_{\perp}, t)$  во временные частоты  $\{\omega'\}$  выходящей волны  $\Psi_{out}(\mathbf{r}'_{\perp}, t)$ . Тем самым оператор эволюции  $\hat{\mathbf{S}}(t, t - \tau)$  является активным фильтром временных частот нестационарного поля.

Для частот изменений неоднородностей среды и частот огибающих электромагнитных волн, много меньших их несущих частот (задачи локации [24]), для преобразований спектров угловых и временных частот возможно использовать выражение (8) в виде:

$$C_{res}(\mathbf{l}, D_Z, t) = a(\mathbf{l}, D_Z, t) \sum_{\mathbf{m}} N(\mathbf{l}, \mathbf{m}, t) C_{in}(\mathbf{m}, t). \quad (11)$$

Для частот изменений неоднородностей среды, сравнимых с несущими частотами электромагнитных волн (рассеяние Мандельштама-Бриллюэна [25], рамановское комбинационное рассеяние [4]), реконструкция соответствующего оператора эволюции является прямой задачей электродинамики сплошных сред и осуществляется на основе квазиклассической и квантовой теорий. Заметим также, что активная фильтрация или преобразование временных

частот, но уже не электромагнитных волн, а волн нервной активности, широко обсуждается в литературе, посвященной нейробиологическим и нейроподобным системам [26].

### 3. Обратные задача реконструкции оператора эволюции в задачах рассеяния и анализа информации в каналах связи

#### 3.1. Упругое рассеяние волн с преобразованием пространственных частот

Рассмотрим сначала задачу из раздела 2, но в другой постановке. Пусть на неоднородную среду  $\mathbf{V}$  падает когерентная волна с известной пространственной огибающей  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp)$ , а пространственная огибающая  $\Psi_{out}(\mathbf{r}'_\perp)$  выходной волны также известна. Исходя из результатов раздела 2 ясно, что распространение спектральных компонентов угловых частот пространственных огибающих данных волн между плоскостями  $P_{in}$  и  $P_{out}$  описывается дифференциальными уравнениями (5) и (6) и соответствующими операторами эволюции. Если в первой задаче дифференциальный оператор  $\hat{\mathbf{G}}$  из (6), а следовательно, оператор эволюции из (7) были известны, то сейчас они не определены. Поэтому требуется восстановить соответствующий оператор эволюции по наблюдениям пространственных огибающих  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z)$  и  $\Psi_{out}(\mathbf{r}'_\perp, z)$ . Таким образом, новая задача является обратной к первой.

Для решения задачи запишем:

$$\Psi_{out}(\mathbf{r}'_\perp, z) = \hat{\mathbf{S}}(z, D_Z)\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z). \quad (12)$$

Тогда частным решением (12) относительно  $\hat{\mathbf{S}}$  будет проекционный оператор:

$$\hat{\mathbf{S}}(z, D_Z) = \frac{\Psi_{out}(\mathbf{r}'_\perp, z)\Psi_{in}^+(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z)}{\iint_{\mathbf{r}_\perp \in P_{in}} \Psi_{in}^+(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z)\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z)d^{(2)}\mathbf{r}_\perp}. \quad (13)$$

Данное решение легко проверить, воздействуя проекционным оператором (13) на огибающую  $\Psi_{in}(\mathbf{r}_\perp, z - D_Z)$ . Практическое использование проекционных операторов для оптической голографии описано в [27], а для оптической и радиолокации подвижных объектов в [24].

Ниже, основываясь на полученных результатах, применим метод оператора эволюции для анализа динамики произвольных потоков многомерных телеметрических данных.

#### 3.2. Преобразование сетевых информационных потоков многомерных телеметрических данных

Будем рассматривать порождение аномалий в процессе передачи информации в каналах связи как действие оператора эволюции на многомерные временные ряды данных. Эти данные описываются уже не в гильбертовом пространстве, а в конечномерном пространстве действительных функций. Будем считать, что сетевой трафик, описываемый конечномерной вектор-функцией  $\mathbf{E}(t) = [E_1(t), E_2(t), \dots, E_M(t)]^T$  его информативных признаков, генерируется дифференциальным уравнением эволюции [28]:

$$\frac{d\mathbf{E}(t)}{dt} = \frac{1}{\Delta t}\mathbf{H}(t)\mathbf{E}(t), \quad (14)$$

динамический оператор  $\mathbf{H}(t)$  которого не определен, а известны (наблюдаемы) лишь значения функций  $E_m(t)$  в различные моменты времени  $t$ . В (14) интервал времени  $\Delta t$  сравним с максимальной временной «неоднородностью»  $\mathbf{E}(t)$  и введен из соображений размерности. Будем также считать, что для  $\mathbf{H}(t)$  существует оператор  $\mathbf{S}(t, t - \tau)$  эволюции, действующий по правилу:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{S}(t, t - \tau) \mathbf{E}(t - \tau), \quad (15)$$

имеющий представление в виде оператора Дайсона [19, 20]:

$$\mathbf{S}(t, t - \tau) = 1 + \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\tau}^t \mathbf{H}(t_1) dt_1 + \frac{1}{2! \Delta t^2} \hat{T} \left( \int_{t-\tau}^t \mathbf{H}(t_1) dt_1 \int_{t-\tau}^t \mathbf{H}(t_2) dt_2 \right) + \dots \quad (16)$$

По прямой аналогии с (13) запишем решение уравнения (15) относительно  $\mathbf{S}(t, t - \tau)$  в виде [29]:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(t, t - \tau) &= \frac{\mathbf{E}(t) \mathbf{E}^T(t - \tau)}{\mathbf{E}^T(t - \tau) \mathbf{E}(t - \tau)} = \\ &= \frac{1}{\sum_{m=1}^M E_m(t - \tau) E_m(t - \tau)} \begin{bmatrix} E_1(t) E_1(t - \tau) & \cdots & E_1(t) E_M(t - \tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_M(t) E_1(t - \tau) & \cdots & E_M(t) E_M(t - \tau) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

Введем усредненный по скользящему интервалу времени  $\Delta t$  оператор эволюции:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{S}(t, t - \tau) \rangle_{\Delta t} &= \left\langle \frac{\mathbf{E}(t) \mathbf{E}^T(t - \tau)}{\mathbf{E}^T(t - \tau) \mathbf{E}(t - \tau)} \right\rangle_{\Delta t} = \\ &= \begin{bmatrix} \left\langle \frac{E_1(t) E_1(t - \tau)}{\sum_{m=1}^M E_m(t - \tau) E_m(t - \tau)} \right\rangle_{\Delta t} & \cdots & \left\langle \frac{E_1(t) E_M(t - \tau)}{\sum_{m=1}^M E_m(t - \tau) E_m(t - \tau)} \right\rangle_{\Delta t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \left\langle \frac{E_M(t) E_1(t - \tau)}{\sum_{m=1}^M E_m(t - \tau) E_m(t - \tau)} \right\rangle_{\Delta t} & \cdots & \left\langle \frac{E_M(t) E_M(t - \tau)}{\sum_{m=1}^M E_m(t - \tau) E_m(t - \tau)} \right\rangle_{\Delta t} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

Будем использовать матричные элементы усредненного оператора эволюции (18) для построения вторичных информативных признаков  $F = [F_0, F_1, \dots, F_N]^T$  трафика, и применять их в его последовательном статистическом анализе Вальда для Байесовской классификации [30] типов атак. Для этого, вычисляя значения  $F_n$  вторичных информативных признаков ( $n = 0, 1, \dots, N$ ) для различных  $t$  при фиксированном  $\tau$ , сформируем их статистические распределения  $Prob(F_n|r)$  для  $r$  типов различных состояний трафика  $\mathbf{E}(t|r)$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots, R$ . Для определенности будем далее считать, что параметр  $r = 0$  маркирует нормальный трафик.

Последовательный статистический анализ Вальда будем основывать на вычислении для каждого анализируемого трафика (неизвестного типа) последовательных значений вектора  $\mathbf{F}(t)$  ( $t = t_1, t_2, \dots, t_k$ ) его вторичных информативных признаков, где  $k$  — число последовательных наблюдений для достижения заданных уровней значимости (ошибок 1-го и 2-го родов), и их подстановок в  $r$  отношений правдоподобия ( $r = 1, 2, \dots, R$ ) [31]. Из теории статистического анализа Вальда [30] однозначно следует, что для различения различных типов трафика необходимо, чтобы различались их статистические распределения  $Prob(F_n|r)$ .

### 3.3. Эксперименты по формированию статистических распределений трафика на основе матричных элементов реконструируемого оператора эволюции

В эксперименте вектор  $\mathbf{E}(t)$  был сформирован на основе данных, переданных по протоколу NetFlow, содержащих информацию об адресных параметрах и нагрузочных характеристиках пакетов сетевого трафика. Переданные данные включают следующие адресные параметры: адрес источника (SrcAddr); адрес приемника (DstAddr); порт источника (SrcPort); порт приемника (DstPort); протокол (Protocol); флаги TCP-протокола (TCPFlags); тип и код пакета



Рис. 1: Преобразование информационного потока данных, полученных по протоколу NetFlow.

ICMP-протокола (ICMP), и нагрузочные характеристики: октеты (Octets); пакеты (Packets), как показано на рисунке 1.

В одном из экспериментов рассматривались три типа трафика: нормальный ( $r = 0$ ); атака типа HTTP Flood ( $r = 1$ ); атака типа SlowLoris ( $r = 2$ ). Для каждого типа трафика на основании просмотра 4000 отсчетов временных рядов  $E(t|r)$  были сформированы статистические распределения  $Prob(F_n|r)$  их вторичных информативных признаков для  $n = 0, 1, \dots, N$  и  $r = 0, 1, 2$ . Пример статистических распределений  $Prob(F - Load|r)$ , сформированных по двум нагрузочным характеристикам (Octets и Packets), приведен на рисунке 2.

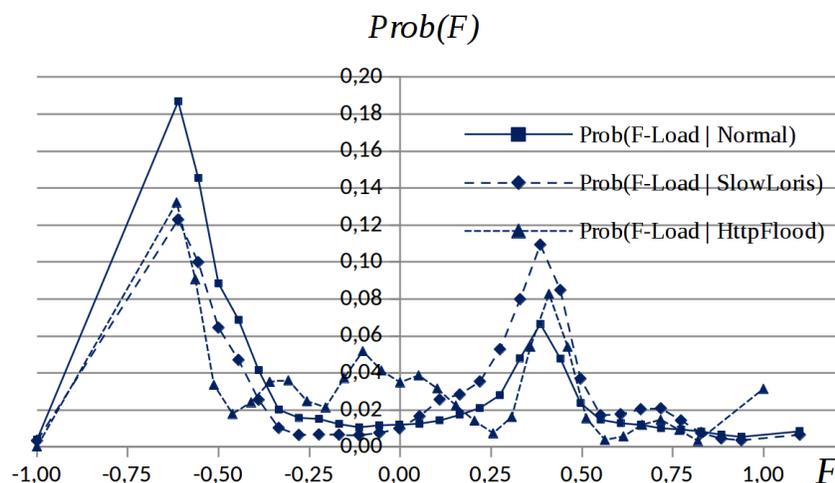


Рис. 2: Статистические распределения значений вторичных информативных признаков для трех типов сетевого трафика.

Из рисунка 2 отчетливо видно, что все три статистические распределения вторичных информативных признаков различаются для различных типов трафика, что позволяет проводить его классификацию на основании отношений правдоподобия.

В другом эксперименте были рассмотрены нормальный трафик и трафик, порождаемый атакой типа SYN flood. На рисунке 3 приведен скриншот рабочего окна с потоком параметров

заголовков пакетов трафика и результат обнаружения и классификации атаки типа SYN flood с наперед заданными вероятностями обнаружения.

```

4 1435460609,2887647239,53,26666,17,16,0,120,15
5 1435460609,2887647239,53,22529,17,16,0,120,15
6 1435460636,3232235643,55777,55777,17,16,0,924,85
7 1435460698,185207832,22785,60496,17,16,0,3264,245
8 1435460860,167980667,45521,55777,17,16,0,906,65
9 1435460860,167981179,60913,55777,17,16,0,906,65
10 3232243746,3232256034,28440,80,6,2,0,252400,63105
11 3232243745,3232256033,10606,80,6,2,0,257320,64335
12 3232243746,3232256033,8227,80,6,2,0,253160,63295
13 3232243745,3232256034,12327,80,6,2,0,260160,65045
14 3232243746,3232256033,3506,80,6,2,0,252000,63005
15 3232243745,3232256034,12881,80,6,2,0,255800,63975
16 3232243745,3232256034,5271,80,6,2,0,252000,63025
17 3232243745,3232256033,5404,80,6,2,0,250600,62655
18 3232243746,3232256033,1617,80,6,2,0,255000,63755
19 3232243745,3232256033,20198,80,6,2,0,249920,62485
20 1435460860,167981435,4180,24063,17,16,0,906,65
21 1435460698,185207832,24054,60499,17,16,0,3944,295
22 1435460860,167981435,28347,55777,17,16,0,1208,85
23 1435460860,167980667,34991,55777,17,16,0,1208,85
24 1435460860,167981179,13911,55777,17,16,0,1208,85
25 1435460636,176554174,55777,55777,17,16,0,1041,95
26 1435460636,3232286974,55777,55777,17,16,0,1041,95
27 1435460860,167980667,22907,55790,17,16,0,906,65
28 1435460860,167981179,49419,55790,17,16,0,906,65
29 1435460860,167982715,21871,55790,17,16,0,906,65
30 1435460860,167980667,62831,55777,17,16,0,1304,85

```

Terminal output showing network traffic analysis results. The terminal displays a list of IP addresses and their corresponding likelihoods. A red box highlights a group of six lines, and a yellow box highlights another group of six lines. The text "TCP Syn Flood" and ">99.9%" is overlaid on the terminal output, along with "95%" in yellow.

Рис. 3: Скриншот рабочего окна с потоком параметров заголовков пакетов трафика и результат обнаружения и классификации атаки типа Syn Flood.

Видно, что при вероятности обнаружения в 95% шесть пакетов ложно относятся к атаке, в то время, как при вероятности, большей 99.9%, атакующие пакеты определяются правильно по отношениям правдоподобий (Likelihood).

#### 4. Заключение

В результате проведенного исследования показано, что операторам эволюции, описывающим как упругое, так и неупругое рассеяние электромагнитного поля на пространственных и временных неоднородностях среды, соответствуют проекционные операторы гильбертова пространства. Данные проекционные операторы действуют как активные фильтры, преобразующие пространственные и временные частоты электромагнитного поля. По аналогии с полученными результатами был введен оператор эволюции сетевых информационных потоков многомерных телеметрических данных и соответствующий ему проекционный оператор трафика, реконструируемый на основе конечного числа его информативных признаков. Предложены алгоритмы формирования средних значений данного оператора эволюции и на его основе вторичных информационных признаков трафика, позволяющих проводить его последовательный статистический анализ. Результативность метода реконструкции оператора эволюции трафика для его последовательного статистического анализа продемонстрирована на примере обнаружения и классификации типов сетевых атак.

#### СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stefanucci G., Van Leeuwen R. Nonequilibrium many-body theory of quantum systems: a modern introduction. — Cambridge University Press, 2013. P. 81–85.
2. Мотт Н., Снеддон И. Волновая механика и ее применения / Перевод с англ. В.Л. Гуревича. — М.: Наука, ГРФ-МЛ, 1966. 427 с.
3. Краснов А. Е. Пространственно-неинвариантные фильтры оптических сигналов на основе объемных голограмм // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. № 4. С. 818–828.

4. Ахманов С.А., Коротеев Н.И. Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света: Активная спектроскопия рассеяния света. — М.: Наука, 1981. 544 с.
5. Kompanets I.N., Krasnov A.E., Malov A.N. Laser radiation action on the biomedium as nonadiabatic excitation of macromolecules // In Proceedings of SPIE (Laser Methods for Biomedical Applications, ed. by Vladimir Pustovoy). 1996. Vol. 2965. P. 2–12.
6. Molkov Ya. I., Mukhin D.N., Loskutov E.M., Timushev R.I., Feigin A.M. Prognosis of qualitative behavior of a system by noisy chaotic time-series // Physical Review E. 2006. Vol. 73. № 3. P. 036311.
7. Яхно Ю.В., Мольков Я.И., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Фейгин А.М. Реконструкция оператора эволюции как способ анализа электрической активности мозга при эпилепсии // Известия вузов «ПНД». 2011. Т. 19, № 6. С. 156–172.
8. Krasnov A.E., Glotov A.K., Starodubtsev V.F. Integral Invariant Description of Grey-Scale Images // Mathematical Research. 1987. Band 40. Akademie-Verlag, Berlin. P. 55–61.
9. Шапиро Д.Г. Формирование изображений и оптическая связь в турбулентной атмосфере // В сборнике «Распространение лазерного пучка в атмосфере» / Под ред. Д. Стробена. — М.: Мир, 1981. С. 214–277.
10. Борн М., Вольф Э. Основы оптики / изд. 2-е: перевод с англ. — М.: Наука, 1973. 719 с.
11. Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings // The Bell system technical journal. 1969. Vol. 48. № 9. P. 2909–2947.
12. Якимович А.П. Распространение и рассеяние волн в сильно неоднородной непоглощающей среде // Известия высших учебных заведений, Радиофизик. 1989. Т. 32. № 3. С. 307–313.
13. Зельдович Б.Я., Шкунов В.В. Спеклон // Известия АН СССР. Сер. физическая. 1984. Т. 48, № 8. С. 1545–1556.
14. Клаудер Дж., Сударшан Э. Основы квантовой оптики. — М.: Мир, 1970. 428 с.
15. Краснов А.Е. Толстослойные фазовые голограммы, записанные с помощью кодированных опорных волн // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. № 9. С. 2011–2013.
16. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одулов С.Г., Соскин М.С. Динамическая самодифракция когерентных световых пучков // Успехи физических наук. 1979. Т. 129. С. 113.
17. Зельдович Б.Я., Пилипенко Н.Ф., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта. — М.: Наука, ГРФМЛ, 1985. 246 с.
18. Dyson F. J. The S matrix in quantum electrodynamics // Physical Review. 1949. Vol. 75. №. 11. P. 1736.
19. Kinoshita T. On the Interaction of Mesons with the Electromagnetic Field. I // Progress of Theoretical Physics. 1950. Vol. 5. С. 473–488.
20. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М.: Наука, ГРФМЛ, 1967. 548 с.
21. Rayleigh L. On the Passage of Electric Waves Through Tubes // Philosophical Magazine. 1897. Vol. 43. P. 125–132.

22. Smoluchowski M. Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen // *Annalen der Physik*. 1908. Vol. 330. №. 2. P. 205–226.
23. Einstein A.A. Theorie der Opaleszenz von homogenen Flüssigkeiten und Flüssigkeitgemischen in der Nähe des kritischen Zustandes // *Annalen der Physik (Leipzig)*. 1910. Vol. 33. № 16. P. 1275–1298.
24. Krasnov A.E., Druzhinin Yu.O, Lunin A.F. Observation of transverse object mobility against the background of nonuniform medium in approximation of direct or back multiple coherent wave scattering // *Proc. SPIE (Optical Monitoring of the Environment)*. 1993. Vol. 2107, P. 449–464.
25. Старунов В. С., Фабелинский И. Л. Вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна // *Успехи физических наук*. 1969. Т. 98. С. 441.
26. Gordleeva S. Y., Stasenko S. V., Semyanov A. V., Dityatev A. E., Kazantsev V. B. Bi-directional astrocytic regulation of neuronal activity within a network // *Frontiers in computational neuroscience*. 2012. Vol. 6. Article. 92.
27. Краснов А.Е. Функциональные свойства объемных голограмм и их применение // *Автоматика и телемеханика*. 1978. № 11. С. 183–187.
28. Galyaev V. S., Krasnov A. E., Nikol'skii D. N., Repin D. S. The space of structural features for increasing the efficiency of the algorithms for detecting network attacks, based on the detection of anomalies in the traffic of extremely large volumes // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2017. Vol. 12. №21. P. 10781–10790.
29. Краснов А.Е., Надеждин Е.Н., Никольский Д.Н., Галяев В.С. Применение метода оператора эволюции к анализу многомерных временных рядов // В сборнике материалов XV Международной конференции, посвященной столетию со дня рождения профессора Н.М. Коробова «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения». — Тула: ТГПУ им. Л.Н. Толстова, 2018. С. 300–303.
30. Wald A. *Sequential analysis*. — J. Wiley & Sons, Incorporated, 1947. 212 p.
31. Krasnov A.E., Nadezhdin E.N., Galayev V.S., Zyкова E.A., Repin D.S. DDoS attack detection based on network traffic phase coordinates analysis // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2018. Vol. 13. №8. P. 5647–5654.

## REFERENCES

1. Stefanucci, G. & Van Leeuwen, R. 2013, “Nonequilibrium many-body theory of quantum systems: a modern introduction”, *Cambridge University Press*, pp. 81–85.
2. Mott, N. & Sneddon, I. 1966, “Wave mechanics and its applications” / *Perevod s angl. V.L. Gurevicha, Nauka, GRF-ML, Moskva, Rossiya*, 427 p.
3. Krasnov, A.E. 1980, “Spatially Noninvariant Optical Signal Filters Based on Volume Holograms”, *Kvantovaya ehlektronika (Quantum Electronics)*, vol. 7, no. 4, pp. 818–828.
4. Akhmanov, S.A. & Koroteev, N.I. 1981, “Metody nelinejnoj optiki v spektroskopii rasseyaniya sveta: Aktivnaya spektroskopiya rasseyaniya sveta” [Methods of nonlinear optics in light scattering spectroscopy: Active spectroscopy of light scattering], *Nauka, Moskva, Rossiya*, 544 p.

5. Kompanets, I.N., Krasnov, A.E. & Malov, A.N. 1996, "Laser radiation action on the biomedium as nonadiabatic excitation of macromolecules", (*Proc. of SPIE «Laser Methods for Biomedical Applications»*, ed. by Vladimir Pustovoy, vol. 2965), *Moscow*, pp. 2–12.
6. Molkov, Ya.I., Mukhin, D.N., Loskutov, E.M., Timushev, R.I. & Feigin, A.M. 2006, "Prognosis of qualitative behavior of a system by noisy chaotic time-series", *Physical Review E*, vol. 73, no. 3. p. 036311.
7. Yahno, Yu.V., Mol'kov, Ya.I., Muhin, D.N., Loskutov, E.M. & Fejgin, A.M. 2011, "Reconstruction of the evolution operator as a way of analyzing the electrical activity of the brain in epilepsy", *Izvestiya vuzov "PND"*, vol. 19, no. 6, pp. 156–172.
8. Krasnov A.E., Glotov A.K., Starodubtsev V.F. Integral Invariant Description of Grey-Scale Images // *Mathematical Research*. 1987. Band 40. Akademie-Verlag, Berlin. P. 55–61.
9. Shapiro, D.G. 1981, "Image formation and optical communication in a turbulent atmosphere", *V sbornike: "Rasprostranenie lazernogo puchka v atmosfere"* / Pod red. D. Strobena, *MIR, Moskva, Rossiya*, pp. 214–277.
10. Born, M. & Vol'f, E.H. 1973, "Osnovy optiki" [Fundamentals of Optics] / izd. 2-e: perevod s angl, *Nauka, Moskva, Rossiya*, 719 p.
11. Kogelnik, H. 1969, "Coupled wave theory for thick hologram gratings", *The Dell system technical journal*, vol. 48, no 9, pp. 2909–2947.
12. Yakimovich, A.P. 1989, "Propagation and scattering of waves in a highly inhomogeneous nonabsorbing medium", *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij, Radiofizika*, vol. 32, no. 3, pp. 307–313.
13. Zel'dovich, B.Ya. & Shkunov, V.V. 1984, "Speckle", *Izvestiya AN SSSR. Ser. Fizicheskaya*, vol. 48, no. 8. pp. 1545–1556.
14. Klauder, Dzh. & Sudarshan, Eh. 1970, "Fundamentals of Quantum Optics" / Per. s angl. B.Ya. Zel'dovicha, V.G. Tunkina, A.S. Chirkina. Pod red. S.A. Ahmanova, *MIR, Moskva, Rossiya*, 428 p.
15. Krasnov, A.E. 1977, "Thick layered phase holograms recorded using coded reference waves", *Kvantovaya ehlektronika (Quantum Electronics)*, vol. 4. no. 9, pp. 2011–2013.
16. Vineckij, V.L., Kuhtarev, N.V., Odulov, S.G. & Soskin, M.S. 1979, "Dynamic self-diffraction of coherent light beams", *Uspekhi fizicheskikh nauk (Advances in Physical Sciences)*, vol. 129, p. 113.
17. Zel'dovich, B.Ya., Pilipenko, N.F. & Shkunov, V.V. 1985, "Obrashchenie volnovogo fronta" [Wave front reversal], *Nauka, GRF-ML, Moskva, Rossiya*, 246 p.
18. Dyson, F.J. 1949, "The S matrix in quantum electrodynamics", *Physical Review*. vol. 75, no. 11, p. 1736.
19. Kinoshita, T. 1950, "On the Interaction of Mesons with the Electromagnetic Field". I, *Progress of Theoretical Physics*, vol. 5, pp. 473–488.
20. Tatarskij, V.I. 1967, "Rasprostranenie voln v turbulentnoj atmosfere" [Propagation of waves in a turbulent atmosphere], *Nauka, GRF-ML, Moskva, Rossiya*, 548 p.

21. Rayleigh, L. 1897, "On the Passage of Electric Waves Through Tubes", *Philosophical Magazine*, vol. 43, pp. 125–132.
22. Smoluchowski, M. 1908, "Molekular-kineticche Theorie der Opaleszenz von Gasen im kritischen Zustande, sowie einiger verwandter Erscheinungen", *Annalen der Physik*, vol. 330, no. 2, pp. 205–206.
23. Einstein, A.A. 1910, "Theorie der Opaleszenz von homogenen Flüssigkeiten und Flüssigkeitgemischen in der Nahe des kritischen Zustandes", *Annalen der Physik, Leipzig*, vol. 33, no. 16, pp. 1275–1298.
24. Krasnov A.E., Druzhinin Yu.O, Lunin A.F. Observation of transverse object mobility against the background of nonuniform medium in approximation of direct or back multiple coherent wave scattering // Proc. SPIE (Optical Monitoring of the Environment). 1993. Vol. 2107, P. 449–464.
25. Starunov, V. S. & Fabelinskij, I. L. 1969, "Forced Mandelstam-Brillouin scattering", *Uspekhi fizicheskikh nauk (Advances in Physical Sciences)*, vol. 98, p. 441.
26. Gordleeva, S.Y., Stasenko, S.V., Semyanov, A.V., Dityatev, A.E. & Kazantsev, V.B. 2012, "Bi-directional astrocytic regulation of neuronal activity within a network", *Frontiers in computational neuroscience*, vol. 6, article 92
27. Krasnov, A.E. 1978, "Functional properties of volumetric holograms and their application", *Avtomatika i telemekhanika (Automation and Remote Control)*, no. 11. pp. 183–187.
28. Galayev, V.S., Krasnov, A.E., Nikol'skii, D.N. & Repin, D.S. 2017, "The space of structural features for increasing the efficiency of the algorithms for detecting network attacks, based on the detection of anomalies in the traffic of extremely large volumes", *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 12, no. 21, pp. 10781–10790.
29. Krasnov, A.E., Nadezhdin, E.N., Nikol'skii, D.N., Galayev, V.S. 2018, "Application of the evolution operator method to the analysis of multidimensional time series" *In proceedings of XV International conference dedicated to the 100th birth anniversary of Prof. N.M. Korobov "Algebra, numbers theory and discrete geometry: modern problems and applications"*. — Tula: TGPU im. L.N. Tolstova, P. 300–303.
30. Wald, A. 1947, "Sequential analysis", *J. Wiley & Sons, Incorporated*, 212 p.
31. Krasnov, A.E., Nadezhdin, E.N., Galayev, V.S., Zykova, E.A. & Repin, D.S. 2018, "DDoS attack detection based on network traffic phase coordinates analysis", *International Journal of Applied Engineering Research*, vol. 13, no. 8, pp. 5647–5654.

Получено 13.06.2018

Принято в печать 17.08.2018