ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 19. Выпуск 4

УДК 51-7, 004.8 DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-4-194-214

Методы геоинформатики и нечеткой математики в анализе геофизических данных[1]

Соловьев Анатолий Александрович — доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, заместитель директора по науке, заведующий лабораторией, главный научный сотрудник, Геофизический центр РАН; ведущий научный сотрудник, Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН.
e-mail: a.soloviev@gcras.ru

Аннотация

В настоящей работе приведен обзор базовых математических понятий и конструкций, которые легли в основу методов геоинформатики, развиваемых научной школой академика А.Д. Гвишиани. Важно отметить, что в рамках указанной школы геоинформатика понимается более широко, чем изучение и применение географических информационных систем. Геоинформатика включает в себя исследования по созданию методов и алгоритмов, позволяющих автоматизировать решение задач в области наук о Земле на базе данных исходных наблюдений. Под решением понимается адекватное моделирование логики эксперта, осуществляющего анализ данных и принятие решений вручную. Именно системы наблюдений и регистрируемые данные о процессах, происходящих в недрах Земли и в околоземном пространстве, являются основой фундаментальных исследований как в области геоинформатики, так и других науках о Земле. Так, под руководством академика А.Д. Гвишиани была существенна развита система наблюдений магнитного поля Земли. Настоящая статья в большей мере посвящена математическому аппарату, используемому для анализа данных наблюдений с целью последующего выявления новых закономерностей в процессах Земли и околоземного пространства.

Ключевые слова: Геоинформатика, нечеткие множества, распознавание образов, геофизические данные, временные ряды, метрические пространства.

Библиография: 44 названий.

Для цитирования:
А. А. Соловьев. Методы геоинформатики и нечеткой математики в анализе геофизических данных // Чебышевский сборник, 2018, т. 19, вып. 4, с. 194–214.

[1]Статья написана в рамках Государственного задания ГЦ РАН на 2018 г.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK
Vol. 19. No. 4

UDC 51-7, 004.8 DOI 10.22405/2226-8383-2018-19-4-194-214

Methods of geoinformatics and fuzzy mathematics in geophysical data analysis

Soloviev Anatoly Aleksandrovich — D.Sc., Corresponding member of the Russian Academy of Sciences, Deputy Director for Research, Chief of laboratory, Principal research scientist, Geophysical Center RAS; Leading research scientist, Schmidt Institute of Physics of the Earth RAS.
e-mail: a.soloviev@gcras.ru

Abstract

Herein we give an overview of the basic mathematical concepts and constructions that underlie the methods of geoinformatics developed by the scientific school under the leadership of RAS academician A. Gvishiani. It is important to note that we understand geoinformatics more widely than the study and application of geographic information systems. Geoinformatics includes research on the creation of methods and algorithms that make it possible to automate the problem solution in the field of geosciences using observational data. The solution is understood as an adequate modelling of expert's logic, who performs data analysis and decision making manually. It is the observation systems and recorded data on the processes in the Earth's interior and near-Earth space that form the basis for fundamental studies in the field of geoinformatics and other geosciences. Particularly, under the leadership of RAS academician A. Gvishiani the system of geomagnetic field observations has been significantly developed. This article is mostly devoted to the mathematical apparatus, used to analyze observational data in order to subsequently identify new regularities in the processes of the Earth and near-Earth space.

Keywords:

Bibliography: 44 titles.

For citation:
A. A. Soloviev, 2018, "Methods of geoinformatics and fuzzy mathematics in geophysical data analysis", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 19, no. 4, pp. 194–214.

1. Введение

Последние десятилетия в геофизике и смежных науках наблюдается стремительный рост объема получаемой информации о внутренних и внешних процессах Земли. Например, только в нашей стране под руководством академика А.Д. Гвишиани за последние 15 лет система наблюдений магнитного поля Земли была расширена почти вдвое; достижения в этой области подробно изложены в [1-7]. Вследствие этого возросла роль автоматизации сбора и анализа данных и математических методов их обработки. Действительно, при небольших объемах данных опытному эксперту не составляет труда извлечь из них полезную информацию. Но для эффективного использования объемных массивов данных и получения на этой основе качественно новых результатов необходимо создание адекватных автоматизированных методов комплексного анализа и обработки данных. Извлечение полезной информации должно быть формализовано, происходить единообразно и объективно. Несмотря на огромное многообразие и разнородность типов геофизических наблюдений эта проблема может рассматриваться в общей постановке, достаточно инвариантной к выбору того или иного типа информации. Возникает необходимость создания общей теории и методов распознавания аномалий различной природы. Этот общий метод должен адаптироваться к конкретному выбору типа геофизических данных в виде нетривиальной самостоятельной реализации. Во многих случаях априорная информация об искомых возмущениях весьма ограничена и касается только общих представлений об их форме. Форма аномалии является достаточно нечетким понятием, а корреляционные свойства ее неизвестны. Поскольку природа явлений, отраженных в регистрируемых данных, априори не известна и изменчива во времени, то и методы должны быть в большой степени адаптивными.

2. Предпосылки использования аппарата нечеткой математики

Одно из направлений развития дискретной математики связано с моделированием умения человека анализировать данные. Действительно, опытный исследователь прекрасно выделяет аномалии в двух- и трёхмерных физических полях, умеет перейти от их локального уровня к глобальному для целостной интерпретации, находит сигналы нужной формы на записях небольшой длины и делает многое другое. Приведём три примера.

1. Гладкая в математическом смысле функция f на отрезке [a, b] после даже достаточно тщательной дискретизации [a, b] либо под воздействием небольшого стохастического возмущения потеряет это свойство, но по-прежнему останется гладкой для человека.

2. Математическую монотонность f на [a, b] может нарушить любое сингулярное возмущение, в то время как человеческое восприятие тренда более устойчиво к нему. Лишь достаточно «большое» возмущение заставит человека изменить своё решение о монотонности f на [a, b].

3. В многомерном конечном массиве X любой, в частности, геолого-геофизической природы особую роль реперных точек играют наиболее «плотные» из них, сильнее всего концентрирующие X вокруг себя. Они важны для анализа X, например, при кластеризации или трассировании в нём. Нетривиальное формальное выражение плотности в X не может быть построено в рамках классической математики, потому что для неё X – дискретное пространство, все точки которого одинаково изолированы.

В 1965 году американский математик Лотфи Заде создал теорию нечётких множеств [8]. Основная идея Заде заключалась в том, что человеческий способ рассуждений, опирающийся на естественный язык, не может быть описан в рамках традиционных математических формализмов. Этим формализмам присуща строгая однозначность интерпретации, а всё, что связано с использованием естественного языка, имеет многозначную интерпретацию. Программа Заде состояла в построении новой математической дисциплины, в основе которой лежала бы не классическая теория множеств, а теория нечётких множеств. Последовательно проводя идею нечёткости, по мнению Заде, можно было построить нечёткие аналоги всех основных математических понятий и создать необходимый формальный аппарат для моделирования человеческих рассуждений и человеческого способа решения задач. Это обстоятельство делает нечёткую математику привлекательной для геологии и геофизики. Нечёткая математика способна адекватно учесть не только мнение экспертов, но и нечёткость исходных данных. Действительно, в геофизике мы часто имеем дело с приближенными величинами, да и модели сложных природных процессов не всегда точны из-за излишней их идеализации. Это свидетельствует о естественности нечёткого подхода к геологии и геофизике, которым изначально присущ нечёткий характер в силу неполноты и расплывчатости наших знаний о Земле.

С 1999 г. школой академика А.Д. Гвишиани активно продолжается программа Заде в части проникновения нечётких множеств в непрерывную математику и ведется разработка мягких, нечётких методов анализа данных с их применением в изучении физических полей Земли.

3. Базовые элементы теории нечетких множеств

3.1. Основные определения

Основной особенностью классического множества является наличие четкой границы между элементами, которые принадлежат и не принадлежат этому множеству. Другими словами, если все рассматриваемые элементы принадлежат универсальному множеству U, тогда классическое подмножество $A \subset U$ может определяться функцией принадлежности, принимающей только два значения: «элементы, принадлежащие A» и «элементы, не принадлежащие A».

Теория нечетких множеств расширяет это понятие путем введения более сложных функций принадлежности. Для начала дадим некоторые формальные определения. Рассмотрим основное множество U, которое назовем универсальным [9].

Определение 1. A – нечеткое подмножество U (или A – нечеткое множество на U), если существует отображение

$$\mu_A : U \to L,$$

где L – некоторое упорядоченное множество.

Простым примером L является отрезок $[0, 1]$.

Назовем значения отображения $\mu_A(x),\ x \in U$ степенью принадлежности элемента x нечеткому множеству A. Назовем μ_A функцией принадлежности нечеткого множества A. Если $L=[0, 1]$, тогда используется следующая терминология:

1. «$x \in U$ полностью принадлежит A» тогда и только тогда, когда $\mu_A(x) = 1$;
2. «$x \in U$ не принадлежит A» тогда и только тогда, когда $\mu_A(x) = 0$;
3. «$x \in U$ частично принадлежит A» тогда и только тогда, когда $0 < \mu_A(x) < 1$.

Введем два особых нечетких множества:

1. пустое множество $\emptyset$ такое, что $\mu_\emptyset(x) = 0\ \forall x \in U$;
2. универсальное множество U такое, что $\mu_U(x) = 1\ \forall x \in U$.

Любое классическое подмножество $A \subset U$ может рассматриваться как нечеткое множество на U с функцией принадлежности

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, \text{ если } x \in A \\ 0, \text{ если } x \notin A \end{cases} .$$

Если множество U конечно или $U = \mathrm{R}$ является множеством натуральных чисел, тогда его нечеткие подмножества A обозначаются следующим образом:

$$\begin{array}{l} A = \{\mu_A(x_1)/x_1,\ \mu_A(x_2)/x_2,\ ...,\ \mu_A(x_n)/x_n,\ ...\}, \\ A = \sum_{x_i \in A} \mu_A(x_i)/x_i, \text{ или} \\ A = \mu_A(x_1)/x_1 + \mu_A(x_2)/x_2 + ... + \mu_A(x_n)/x_n + ... \end{array},$$

где $U = \{x_1, x_2, ..., x_n, ...\}$, а под знаком суммы понимается операция объединения классических множеств.

Определение 2. Если A – нечеткое множество на U, тогда элемент $x_0 \in U$ такой, что $\mu_A(x_0) = 0.5$ называется точкой перехода множества A.

Если универсальное множество U является множеством вещественных чисел R, тогда используется следующая запись:

$$A = \int_U (\mu_A(x)/x)\, dx.$$

Определение 3. Нечеткие множества с функцией принадлежности $\mu_A : U \to [0,\ 1]$ называются нечеткими множествами первого типа. Если $\mu_A : U \to L$, где L – нечеткое множество первого типа на отрезке $[0,\ 1]$, тогда A называется нечетким множеством второго типа, или супер нечетким множеством. Следующий пример иллюстрирует это определение.

Положим $U = \{0,\ 0.1,\ 0.2,\ 0.3,\ \ldots,\ 0.9,\ 1\}$.

Пусть A – нечеткое множество на U, в котором только для трех элементов $x_1,\ x_2,\ x_3$ $\mu_A(x) \neq 0$. Остальные элементы $U \backslash \{x_1,\ x_2,\ x_3\}$ не принадлежат A. Допустим, что элементы $x_1,\ x_2,\ x_3$ имеют разную степень принадлежности множеству A: x_1 – «слабо», x_2 – «умеренно», x_3 – «сильно» принадлежат A.

Тогда нечеткое множество A может быть записано следующим образом:

$$A = \{\text{«слабо»}/x_1,\ \ \text{«умеренно»}/x_2,\ \ \text{«сильно»}/x_3\}. \tag{1}$$

Теперь определим каждое из множеств «слабо», «умеренно» и «сильно», как нечеткое множество первого типа на отрезке $[0,\ 1]$.

$$W = \text{«слабо»} = \{0.1/0, 0.1/0.1, 0.2/0.2, 0.8/0.3\}, \tag{2}$$

$$W = \text{«умеренно»} = \{0.5/0.3, 0.7/0.4, 1/0.5, 0.8/0.6\}, \tag{3}$$

$$W = \text{«сильно»} = \{0.6/0.6, 0.8/0.7, 0.9/0.9, 1/1\}. \tag{4}$$

Другими словами, когда мы говорим «сильно», мы имеем ввиду, что в формуле (1) элементу x_3 соответствует нечеткое множество первого типа на отрезке $[0,\ 1]$, которое определяется формулой (4). Аналогично для (2) и (3). Таким образом, A (1) является нечетким множеством второго типа, или супер нечетким множеством.

На базе этого примера можно определить нечеткое множество A второго типа следующим образом.

Положим, U – конечное, либо целочисленное множество. Тогда

$$A = \{A_1/x_1,\ A_2/x_2,\ ...,\ A_n/x_n,\ ...\},$$

где $A_i = 0$, либо A_i является нечетким множеством первого типа и определяется формулой:

$$A_i = \{\mu_{A_i}(y_1)/y_1,\ \ldots,\ \mu_{A_i}(y_k)/y_k,\ \ldots\}. \tag{5}$$

В (5) $y_j \in [0,\ 1]$ и $\mu_{A_i}(y_j) \in [0,\ 1]$.

Не следует путать понятия «степень принадлежности» и «вероятность». Несмотря на то, что в обоих случаях мы имеем дело с вещественной характеристикой на отрезке $[0, 1]$, сущность этих характеристик принципиально разная. Понятие степени принадлежности предполагает наличие универсума U и показывает, насколько сильно элементы $x\in U$ обладают изначально заданными свойствами, что определяется функцией μ_A. Напротив, понятие вероятности связано с событием, другими словами, изменением универсума. Разница может быть продемонстрирована на следующем примере. Допустим, автобус вмещает 50 пассажиров. Для того, чтобы определить нечеткое множество «молодых» с помощью множества пассажиров, необходимо рассмотреть 50 конкретных людей и определить, в какой степени μ_A каждый пассажир является молодым. В случае «вероятности», задача формулируется иначе: каковы шансы того, что среди произвольной группы из 50 человек найдется молодой человек на конкретном месте. Опять же, понятие «молодой» может быть сформулировано в терминах нечетких множеств. Им будет являться человек, для которого степень «молодости» не равна нулю [9].

Пусть A – нечеткое множество на универсальном множестве U с функцией принадлежности

$$\mu_A : U \to [0,\ 1].$$

Определение 4. Определим носитель A классическим подмножеством:

$$\mathrm{supp}(A) = \{x \in U : \mu_A(x) \neq 0\}.$$

Если $\mathrm{supp}(A) = \{x_1,\ \ldots,\ x_n\}$ – конечное множество, тогда A может быть записано как

$$A = \{\mu_A(x_1)/x_1,\ \ldots,\ \mu_A(x_n)/x_n\} = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i)/x_i.$$

3.2. Операции над нечеткими множествами

Для создания алгоритмов с использованием классификаций нечетких множеств необходимо ввести основные операции над нечеткими множествами аналогичные тем, которые используются в теории классических множеств. Ниже приводятся формальные определения таких операций.

Определение 1. Пусть A и B – нечеткие множества, μ_A и μ_B – их функции принадлежности, X – универсальное множество.

Тогда,
$A = B,$ если $\forall x \in X \Rightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x)$ (равенство),
$A \subseteq B,$ если $\forall x \in X \Rightarrow \mu_A(x) \leqslant \mu_B(x)$ (включение).

Определение 2. Дополнение $\bar{A}$ нечеткого множества A определяется функцией принадлежности

$$\mu_{\bar{A}}(x) = n\left(\mu_A(x)\right),$$

где

$$n : [0, 1] \to [0, 1] - \text{операция отрицания} \tag{6}$$

Другими словами, n – невозрастающая инволютивная функция, такая что $n(0) = 1$, а $n(1) = 0$. Функция $n(u)$ может иметь разный вид. Классическая функция отрицания выглядит так:

$n(u) = 1 - u$.

Тем самым, (6) может быть представлено следующим образом: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

Аналогичные принципы могут быть построены с использованием других функций отрицания. Некоторые известные функции отрицания приведены ниже:
квадратичное отрицание: $n_r(u) = \sqrt{1 - u^2}$,
отрицание Сучено: $n_\lambda(u) = \frac{1-u}{1+\lambda u}$.

Определение 3. Определим т-норму как функцию
T: $[0, 1] \times [0, 1] \to [0, 1]$,

удовлетворяющую следующим условиям:

1. $T(0, 0) = 0$;
2. $T(u_1, v_1) \leqslant T(u_2, v_2)$, если $u_1 \leqslant u_2, v_1 \leqslant v_2$;
3. $T(u, v) = T(v, u)$;
4. $T(u, 1) = T(1, u) = u$;
5. $T(u, T(v, w)) = T(T(u, v), w)$.

Т-норма T называется «архимедовой», если T непрерывна как функция от двух аргументов и $T(u,\ u) < u\ \forall u \in [0,\ 1]$. Т-норма T называется «строгой т-нормой», если T строго возрастающая функция от обоих аргументов. Ниже приведены некоторые примеры т-норм:

минимум (т-норма Задэ): $T(u, v) = \min(u, v)$;

вероятностная т-норма: $T_p(u, v) = u \cdot v$;

т-норма Лукашевича: $T_m(u, v) = \max(0, u + v - 1)$;

т-норма Домби: $T_w(u, v) = \begin{cases} \min(u, v), \text{ если } u = 1 \text{ или } v = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$.

Определение 4. Определим т-конорму как функцию

$$\perp : [0, 1] \times [0, 1] \to [0, 1],$$

удовлетворяющую следующим условиям:

1. $\perp(1,\ 1) = 1$;
2. $\perp(u_1, v_1) \geqslant \perp(u_2, v_2)$, если $u_1 \geqslant u_2, v_1 \geqslant v_2$;
3. $\perp(u,\ v) = \perp(v,\ u)$;
4. $\perp(0,\ v) = \perp(v,\ 0) = v$;
5. $\perp(u, \perp(v, w)) = \perp(\perp(u, v), w)$.

Т-конорма $\perp$ называется «архимедовой», если $\perp$ непрерывна как функция от двух аргументов и $\perp(u,\ u) > u\ \forall u \in [0,\ 1]$. Т-конорма $\perp$ называется «строгой т-конормой», если $\perp$ строго возрастающая функция от обоих аргументов.

Класс т-конорм дуален классу т-норм. Это означает, что любая т-конорма $\perp$ может быть получена из т-нормы T, используя следующее преобразование:
$\perp(u,\ v) = 1 - T(1 - u,\ 1 - v)$.

Примеры т-конорм включают в себя:

$$\perp(u, v) = \max(u, v); \perp_p(u, v) = u + v - u \cdot v; \perp_m(u, v) = \min(1, u + v);$$

$$\perp_w(u,v) = \begin{cases} \max(u,v), \text{ если } u=0 \text{ или } v=0 \\ 1, \text{ в остальных случаях} \end{cases}.$$

Дуальными являются следующие пары т-норм и т-конорм:
$T(u,v)=\min(u,v)$ и $\perp(u,v)=\max(u,v)$; $T_p(u,v)=u\cdot v$ и $\perp_p(u,v)=u+v-u\cdot v$;
$T_m(u,v)=\max(0,u+v-1)$ и $\perp_m(u,v)=\min(1,u+v)$; $T_w(u,v)$ и $\perp_w(u,v)$.

Понятия т-норм и т-конорм используются для определения операций пересечения и объединения нечетких множеств.

Определение 5. Пусть A и B – нечеткие множества, μ_A и μ_B – их функции принадлежности, T – т-норма и $\perp$ – т-конорма, дуальная по отношению к T. Тогда пересечение и объединение нечетких множеств A и B определяются следующими функциями принадлежности:

$$\mu_{A\cap B}=T(\mu_A,\mu_B),$$
$$\mu_{A\cup B}=\perp(\mu_A,\mu_B).$$

Действительно, $\forall x\in X, \mu_{A\cap B}(x)=T(\mu_A(x),\mu_B(x))$ и $0\leqslant \mu_{A\cap B}(x)\leqslant 1$ по определению т-нормы (см. определение 3). Аналогично, $\forall x\in X, \mu_{A\cup B}(x)=\perp(\mu_A(x),\mu_B(x))$ [9].

3.3. Нечеткие бинарные отношения

Архимедовы т-нормы и, соответственно, операции пересечения и объединения нечетких множеств, могут быть представлены аддитивными генераторами архимедовых функций. Такие генераторы являются непрерывными, монотонно убывающими функциями $f:[0,1]\to \mathrm{R}^+$ (R^+ – множество неотрицательных вещественных чисел), такими как:

$$T(u,v)=f^{-1}(f(u)+f(v)),$$

где

$$f^{(-1)}(y)=\begin{cases} f^{-1}(y), \text{ если } y\in[0,f(0)] \\ 0, \text{ если } y>f(0) \end{cases}.$$

Аддитивные генераторы и дуальность т-норм и т-конорм являются основой в изучении обобщенных операций пересечения и объединения нечетких множеств.

Следующий оператор усреднения также играет важную роль в приводимых конструкциях. Понятие «обобщенное среднее значение» было введено А.Н. Колмогоровым [10]. Среднее значений $C_1, C_2, ...C_n$ определяется по формуле:

$$M^F(C_1,C_2,...,C_N)=F^{-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}F(C_i)\right), \quad (7)$$

где $F(u)$ – функция, а F^{-1} – ее обратное преобразование.

Ниже приведен часто используемый особый вариант обобщенного среднего:

$$M_r^F(C_1,C_2,...,C_N)=F^{-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}C_i^r\right)^{1/r}.$$

Несложно показать, что если $C_i>0, i=1,...,N$, тогда

$$\begin{array}{c} M_{-\infty}(C_1,C_2,...,C_N)=\min_{1\leqslant i\leqslant N}(C_i) \\ M_{+\infty}(C_1,C_2,...,C_N)=\max_{1\leqslant i\leqslant N}(C_i) \end{array},$$

$$M_0(C_1,C_2,...,C_N)=\left(\prod_{i=1}^{N}C_i\right)^{1/N}, \quad (8)$$

$$M_1(C_1, C_2, ..., C_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} C_i. \tag{9}$$

Формулы (8) и (9) очевидно определяют геометрическое и арифметическое среднее соответственно. Этот факт также является основанием для использования термина «обобщенное среднее» в отношении функции (7).

Пусть имеется отображение φ: $X \to Y$ и нечеткое множество $A \subset X$. Тогда образ A, отображенный при помощи φ, будет представлять собой нечеткое множество $B \subset Y$ с функцией принадлежности

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in \varphi^{-1}(y)} \mu_A(x), \; y \in Y, \tag{10}$$

где $\varphi^{-1}(y) = \{x \in X \mid \varphi(x) = y\}$.

<u>Определение 1.</u> Бинарное нечеткое отношение R между множествами X и Y является нечетким множеством в прямом произведении $X \times Y$ с функцией принадлежности

$$\mu_R : X \times Y \to [0, 1],$$

определенной по формуле (10).

Пусть φ – бинарное нечеткое отношение между X и Y с функцией принадлежности $\mu_\varphi(x, y)$ и A – нечеткое множество в X с функцией принадлежности $\mu_A(x)$. Тогда образ B нечеткого множества A, порожденный нечетким отношением φ, будет являться нечетким множеством в Y с функцией принадлежности [9]:

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in X} \min(\mu_A(x), \mu_\varphi(x, y)), \; y \in Y.$$

4. Некоторые общие элементы методов геоинформатики

Ниже приведены некоторые математические конструкции, на которые опираются методы геоинформатики, разработанные школой академика А. Д. Гвишиани. Все они базируются на принципах нечеткой математики и предназначены для анализа дискретных данных. Указанные методы успешно применялись к дискретным геофизическим наблюдениям, в результате чего были получены новые результаты в таких областях как изучение аномалий на сейсмических, геоэлектрических, геомагнитных и гравитационных записях, распознавание мест возможного возникновения сильных землетрясений, поиск магнитных аномалий, мониторинг вулканов, геодинамические приложения, геоэкологические исследования мест возможного захоронения радиоактивных отходов, анализ геомагнитной активности, изучение эволюции главного магнитного поля Земли, распознавание предвестников цунами и др.

4.1. Нечеткие сравнения

Во многих случаях обычная мера превосходства одного числа над другим в виде их разности оказывается слишком грубой. В частности, наши алгоритмы требуют более тонких конструкций сравнения чисел.

<u>Определение 1.</u> Нечеткое сравнение $n(a, b)$ действительных чисел a и b измеряет в знакопеременной шкале отрезка [-1,1] степень превосходства “b” над “a”:

$$n(a, b) = \mathrm{mes}(a < b) \in [-1, 1].$$

Таким образом, роль нечеткого сравнения может играть любая функция $f(a, b)$, $f: \mathrm{R}^2 \to [-1, 1]$, возрастающая по b при фиксированном a и убывающая по a при фиксированном b (возрастание и убывание понимаются при этом в обычном смысле) с дополнительными граничными условиями:

$$\forall a \lim_{b\to\pm\infty} f(a,b) = \pm 1, \forall b \lim_{a\to\pm\infty} f(a,b) = \mp 1, \forall a\, f(a,a) = 0.$$

Если $n(a,b)$ - нечеткое сравнение, а ψ - монотонно возрастающее преобразование отрезка $[-1,1]$ в себя, то суперпозиция $(\psi \circ n)(a,b)$ также будет нечетким сравнением, которое называется вариацией n при помощи ψ. Выбор ψ дает возможность усиливать или ослаблять базовое сравнение n.

Введем следующее семейство базовых нечетких сравнений $n_\nu(a,b)$, $\nu > 0$, а также их вариации специального вида $n_{\gamma,\nu}(a,b)$.

Определение 2. Если $a,b \in \mathrm{R}^+$, то

1. для любого $\nu > 0$

$$n_\nu(a,b) = \frac{b-a}{(a^\nu + b^\nu)^{1/\nu}}$$

2. для любого $\gamma \in (-1,1)$ положим $n_{\gamma,\nu}(a,b) = \psi_\gamma(n_\nu(a,b))$, где

$$\psi_\gamma(t) = \begin{cases} \frac{t-\gamma}{1-\gamma}, & t \in [\gamma,1] \\ \frac{t-\gamma}{1+\gamma}, & t \in [-1,\gamma] \end{cases}.$$

Такая вариация корректна: $n_{0,\nu}(a,b) = \psi_0(n_\nu(a,b)) = n_\nu(a,b)$. При $\gamma > 0$ получается усиление n_ν, при $\gamma < 0$ - наоборот, его ослабление.

Нам понадобится расширение $n(a,b)$ до понятия нечетких сравнений $n(a,A)$ и $n(A,a)$ произвольного числа $a \geqslant 0$ с произвольной взвешенной совокупностью чисел

$$A = \left\{(a_i, w_i)|_1^N, a_i \in \mathrm{R}^+, 0 < w_i \ - \ \text{вес} \ \ a_i, i = 1,\dots,N\right\}.$$

Такое расширение неоднозначно. Каждый вариант такого расширения по-своему дает формализацию понятия «большой (маленький) относительно A (по модулю A)». Мы понимаем $n(a,A) = mes(a < A)$ как функцию принадлежности на R^+ к нечеткому понятию «быть маленьким по модулю A» и $n(A,a) = mes(A < a)$, как функцию принадлежности на R^+ к нечеткому понятию «быть большим по модулю A». В дальнейшем развитии алгоритмических конструкций алгоритмов использовались три расширения:

Бинарное расширение.

$$n_b(a,A) = \frac{\sum_{i=1}^N n(a,a_i)w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \in [-1,1]$$
$$n_b(A,a) = \frac{\sum_{i=1}^N n(a_i,a)w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \in [-1,1]$$

Гравитационное расширение.

Пусть grA центр тяжести совокупности A, т.е. $grA = \frac{\sum_{i=1}^N a_i w_i}{\sum_{i=1}^N w_i}$, тогда

$$n_g(a,A) = n(a, grA) \in [-1,1]$$
$$n_g(A,a) = n(grA, a) \in [-1,1]$$

σ-расширение.

Левый момент $\sigma^l(a,A) = (\sum (a - a_i)w_i : a_i < a)$ есть довод за максимальность "a" по модулю A. Соответственно, правый момент $\sigma^r(a,A) = (\sum (a_i - a)w_i : a_i > a)$ есть довод за минимальность "a" по модулю A. Тогда

$$n_\sigma(a,A) = n\left(\sigma^l(a,A), \sigma^r(a,A)\right) \in [-1,1]$$
$$n_\sigma(a,A) = n\left(\sigma^r(a,A), \sigma^l(a,A)\right) \in [-1,1] \ .$$

Представляется естественным считать, что если выполнение некоторого свойства выражается в шкале $[-1,1]$, то попадание в отрезок $\left[{}^1\!/_2, 1\right]$ $\left(\left[0, {}^1\!/_2\right]\right)$ означает сильно- (слабо-) экстремальное проявление этого свойства.

Пример. Параметр локального обзора Δ в алгоритмах DRAS и FLARS [11, 12] означает близость на отрезке регистрации T записи y. С помощью нечетких сравнений его выбор также может быть автоматизирован: обозначим через $dT = \left\{|k - \bar{k}| : k \neq \bar{k} \in T\right\}$ совокупность всех нетривиальных расстояний на T. Тогда Δ - сильноминимальный элемент по $moddT$ и является решением уравнения $n(\Delta, dT) = {}^1\!/_2$.

4.2. Мера близости и плотность подмножества

Пусть X – конечное метрическое пространство с расстоянием $d(x,y)$. Введем функцию меры близости δ_x(y)∈[0,1], моделирующую близость в X точки y к точке x. Она может считаться нечеткой мерой принадлежности y к x. Таким образом, в общем случае δ_x(y) не только убывает с ростом расстояния d(x,y), но и зависит от топологии X вокруг x. Приведем примеры:

$$\delta_x(y) = \frac{1}{1+d(x,y)}; \delta_x^r(y) = \begin{cases} 1 - \frac{d(x,y)}{r}, & d(x,y) \leqslant r \\ 0, & d(x,y) > r \end{cases}; \delta_x^{er}(y) = e^{-\frac{d(x,y)}{r}};$$

$$\delta_{\mathrm{x}}(\mathrm{y}) = \frac{|\bar{\mathrm{y}} \in \mathrm{X} :\ \mathrm{d}(\mathrm{x},\bar{\mathrm{y}})\ >\ \mathrm{d}(\mathrm{x},\mathrm{y})| + 1}{|\mathrm{X}|}.$$

Для точки $x \in X$ и произвольного подмножества $A \subset X$ положим

$$A_x \stackrel{def}{=} \begin{cases} A, & \text{если}\, x \notin A \\ A - x, & \text{если}\, x \in A \end{cases}; |A|_x \stackrel{def}{=} |A_x| = \begin{cases} |A|, & \text{если}\, x \notin A \\ |A| - 1, & \text{если}\, x \in A \end{cases}; O_A(x) = \sum_{y \in A_x} \delta_y(x).$$

$O_A(x)$ является монотонной функцией: если $A \subset B$, то $O_A(x) \leqslant O_B(x)$.

Определение 1. Назовем плотностью $P_A(x)$ подмножества $A \subset X$ в точке $x \in X$ усреднение $O_A(x)$:

$$P_A(x) = \frac{O_A(x)}{|A|_x}.$$

Результаты исследований подтверждают способность плотности численно отражать интегральную сконцентрированность пространства A вокруг точки x: чем выше плотность $P_A(x)$, тем больше оснований считать x центром (возможно искусственным, если $x \notin A$) для A.

Для каждой меры $\delta_x(y)$ существует своя константа $\alpha_\delta \in [0,1]$, устойчиво моделирующая близость в пространстве X. Таким образом, в качестве правильного шара $D(x)$ нужно взять все близкие к x точки в X на основании той или иной меры $\delta_x(y)$:

$$D(x) = D(x, \alpha_\delta, \delta) = \{y \in X : \delta_x(y) \geqslant \alpha_\delta\} = D_x(x, r(x,\delta)),$$

где

$r(x,\delta) = \max\{d(x,y) : \delta_x(y) \geqslant \alpha_\delta\}$ - радиус близости.

Положим

$$r(\delta) = \min_X r(x,\delta), D(x) = \{y \in X : d(x,y) \leqslant r(\delta)\}.$$

4.3. Монолитность в метрическом пространстве

Перейдем к определению монолитности $mon_{D(x)}(x)$ точки x в шаре D(x).

Определение 1. Пусть h-квант и $\mathrm{R}_h^+ = \{kh, k = 0, 1, \ldots\}$. Назовем квантованием соответствие $t \to h(t) : \mathrm{R}^+ \to \mathrm{R}_h^+$

$$h(t) = \begin{cases} nh, \text{ если } t = nh \\ (n+1)h, \text{ если } t \in (nh, (n+1)h) \end{cases}.$$

Применяя $h(t)$ к группе нормирования $\Gamma_{D(x)}(x) = \{0 < r_1 = r_1(x, D(x)) < \ldots < r(\delta)\}$, получим простое квантованное нормирование $\Gamma_{h,D(x)}(x) = \{nh, \text{ если } \exists z \in D(x) : nh = h(d(x,z))\}$. На отрезке $[0, h(r(\delta))] \in \mathrm{R}_h^+$ точки из $\Gamma_{h,D(x)}(x)$ отметим «*», остальные – «0». За монолитность A в x примем монолитность нуля в $\Gamma_{h,D(x)}(x)$ в контексте этого отрезка. Особое положение нуля требует монотонного отношения к квантам nh в $[0, h(r(\delta))]$: чем они больше, тем меньше они имеют значения. Это достигается весом ψ:

$$\psi(nh) = 1 - \frac{nh}{h(r(\delta)) + h}$$

и

$\mathrm{mon}_{D(x)}(x) = \mathrm{mon}_{\Gamma_{h,D(x)}}(0) = \frac{\sum \psi(*)}{\sum \psi(*) + \psi(0)}$ или $\mathrm{mon}_{D(x)}(x) = \frac{\sum \psi(nh) : nh \in \Gamma_h(x)}{\sum \psi(nh) : nh \in [0, h(r(\delta))]}$.

4.4. Выпрямления

Пусть дана дискретная положительная полуось $\mathrm{R}_h^+ = \{kh,\ h > 0,\ k = 1, 2, \ldots\}$ и конечный временной ряд $y = \{y_k = y(kh)\}$, определенный на отрезке (периоде регистрации) $T \in \mathrm{R}_h^+$. Введем параметр локального обзора $\Delta > 0$, кратный h: $\Delta \in \mathrm{R}_h^+$. Назовем фрагменты локального обзора записи y с центром в $kh \in T$ ее отрезок:

$$\Delta^k y = \left\{ y_{k - \Delta/h}, \ldots, y_k, \ldots, y_{k + \Delta/h} \right\} \in \mathrm{R}^{2\Delta/h + 1}.$$

Определение 1. Если $J = \left\{\Delta^k y\right\}$ совокупность фрагментов локального обзора записи y и $\Phi : J \to \mathrm{R}^+$, где R^+ - множество положительных действительных чисел, то суперпозицию $k \to \Delta^k y \to \Phi\left(\Delta^k y\right) \stackrel{def}{=} \Phi_y(k)$ назовем выпрямлением y на основе Φ. Собственно отображение Φ будем называть выпрямляющим функционалом.

Выпрямление можно считать определенным удачно, если то, что эксперт объявляет аномалиями на записи, переходит к возвышенности на выпрямлении. Соответственно для построения выпрямления крайне полезным оказывается наличие материала обучения, т.е. обработки достаточно длительной части записи экспертом. Ниже приведем примеры выпрямлений [11].

1. Длина фрагмента обзора:

$$L\left(\Delta^k y\right) = \sum_{j = k - \Delta/h}^{k + \Delta/h - 1} |y_{j+1} - y_j|;$$

2. Энергия фрагмента обзора:

$E\left(\Delta^k y\right) = \sum_{j = k - \Delta/h}^{k + \Delta/h} (y_j - \bar{y}_k)^2$, где $\bar{y}_k = \frac{h}{2\Delta + h} \sum_{j = k - \Delta/h}^{k + \Delta/h} y_j$;

3. Отличие фрагмента обзора от его регрессии n-го порядка:

$$R_n(\Delta^k y) = \sum_{j = k - \frac{\Delta}{h}}^{k + \frac{\Delta}{h}} [y_j - Regr^n_{\Delta^k y}(jk)]^2,$$

где $Regr^n_{\Delta^k y}$ - оптимальное среднеквадратичное приближение n-го порядка фрагмента $\Delta^k y$. Заметим, что при n=0 получается предыдущий функционал "энергия".

4. Осцилляция фрагмента обзора:

$$O(\Delta^k y) = \max_{j=k-\frac{\Delta}{h}}^{k+\frac{\Delta}{h}} y_j - \min_{j=k-\frac{\Delta}{h}}^{k+\frac{\Delta}{h}} y_j.$$

Единый локальный уровень семейства алгоритмов для анализа временных рядов состоит в построении выпрямления Φ_y и переходе к нему от записи y. Это преобразование моделирует первый этап анализа, проводимого экспертом «на глаз». Второй этап состоит в поиске возвышенностей на выпрямлении, включая незначительные локальные экстремумы. Для этого используются нечеткие сравнения.

4.5. Нечеткие грани

Пусть $A = \{a_i\}|_1^n$ конечное числовое множество и $B \subseteq A$ - его произвольное подмножество. Тогда $|B|$ - порядок этого подмножества, $\sum B = \sum b$: $b \in B$ - сумма его элементов, $S(B) = \frac{\sum B}{|B|}$ - их среднее значение. Нечеткие итерационные верхние и нижние скалярные грани $S^+(A)$ и $S^-(A)$ определяются для A индуктивно с использованием вспомогательных подмножеств A_k^+, A_k^- [13].

В начале индукции для $k = 0$ полагаем

$$S_0^+(A) = S_0^-(A) = S(A); A_0^+ = \left\{a \in A : a \geqslant S_0^+(A)\right\}; A_0^- = \left\{a \in A : a \leqslant S_0^-(A)\right\}.$$

Считая грани $S_k^+(A)$, $S_k^-(A)$ и множества A_k^+, A_k^- уже определенными, положим

$$S_{k+1}^+(A) = \frac{\sum A_k^+ - |A_k^+| \cdot S_k^+(A)}{|A|} + S_k^+(A); S_{k+1}^-(A) = \frac{\sum A_k^- - |A_k^-| \cdot S_k^-(A)}{|A|} + S_k^-(A);$$

$$A_{k+1}^+ = \left\{a \in A : a \geqslant S_{k+1}^+(A)\right\}; A_{k+1}^- = \left\{a \in A : a \leqslant S_{k+1}^-(A)\right\}.$$

В качестве нечетких верхней и нижней граней $\overline{\sup}A$ и $\overline{\inf}A$ для A выбираются S_k^+ и S_k^- для подходящего порядка k.

Нечеткие грани с разной степенью жесткости разбивают числовую прямую R относительно A на четыре части: маленькие, слабомаленькие, слабобольшие, большие. Чем k больше, тем разбиение жестче, менее учитывает специфику A и поэтому неинтереснее.

$$P \in \mathrm{R} \begin{array}{l} S_k \text{ маленький (значительный)} \\ W_k \text{ маленький (незначительный)} \\ W_k \text{ большой (незначительный)} \\ S_k \text{ большой (значительный)} \end{array} \text{ по } mod\ A \Leftrightarrow p \in \begin{array}{l} (-\infty, S_k^-(A)] \\ (S_k^-(A), S_0(A)] \\ (S_0, S_k^+(A)] \\ (S_k^+(A), +\infty] \end{array}.$$

Предельно жесткое разбиение получается при $k = \infty$, если положить $S_k^- = \min A$, $S_k^+ = \max A$ и совершенно не учитывать A:

$$P \in \mathrm{R} \begin{array}{l} S_\infty \text{ маленький} \\ W_\infty \text{ маленький} \\ W_\infty \text{ большой} \\ S_\infty \text{ большой} \end{array} \text{ по } mod\ A \Leftrightarrow p \in \begin{array}{l} (-\infty, \min A] \\ (\min A, S_0] \\ (S_0, \max A] \\ (\max A, +\infty] \end{array}.$$

Разницу $W_k(A) = S_k^+(A) - S_k^-(A)$ естественно назвать стохастической шириной A k-го порядка. Ширина $W_k(A)$ гибко отображает обычное статистическое отклонение $\sigma(A) = \sqrt{d(A)}$.

4.6. Дискретные регрессионные производные

Утверждение 1. Пусть функция f интегрируема на отрезке $[a,\ b]$ и дифференцируема в точке $t\in[a,\ b]$. Тогда линейная регрессия $pr_{\Delta}f$ для f в окрестности $U(t,\Delta)=(t-\Delta,t+\Delta)$, где $\Delta\to0$, стремится к ее касательной в точке t (доказательство приведено в [14]).

Пусть T – период наблюдения, представляющий собой конечное, в общем случае, нерегулярное множество узлов t: $T = \{t\}$, $|T| < \infty$. Функция y – временной ряд, заданный на T:

$$y : T \to \mathrm{R},\ y = \{y_t = y(t), t \in T\}.$$

Предельный переход $\Delta \to 0$ в дискретном случае заменяется мерой близости $\delta_t(\bar{t})$ – нечетким бинарным отношением на T, показывающим в какой степени узел $\bar{t}$ близок к узлу t в T (см. раздел 4.2).

Касательной $R_{y,t}(\bar{t}) = a_t\bar{t} + b_t$ к функции y в узле $t \in T$ считается линейная регрессия, построенная по взвешенному графику $\Gamma_y(\delta_t) = \{((\bar{t}, y_{\bar{t}}), \delta_t(\bar{t})), \bar{t} \in T\}$. Опуская стандартные вещи, связанные с линейными регрессиями, приведём формулы для a_t и b_t:

$$a_t = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t})y_{\bar{t}} & \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) \\ \sum_{\bar{t}\in T} \delta_t(\bar{t})y_{\bar{t}} & \sum_{\bar{t}\in T} \delta_t(\bar{t}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}^2\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) \\ \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \delta_t(\bar{t}) \end{vmatrix}}, b_t = \frac{\begin{vmatrix} \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}^2\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t})y_{\bar{t}} \\ \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \delta_t(\bar{t})y_{\bar{t}} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}^2\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) \\ \sum_{\bar{t}\in T} \bar{t}\delta_t(\bar{t}) & \sum_{\bar{t}\in T} \delta_t(\bar{t}) \end{vmatrix}}.$$

Определение 1. Угловой коэффициент a_t регрессионной касательной $R_{y,t}$ называется регрессионной производной функции y в узле t и обозначается через $(R^{'}y)(t)$.

Определение 2. Значение$R_{y,t}(t)$ касательной $R_{y,t}$ в узле t называется регрессионным значением y в узле t и обозначается через $(Ry)(t)$.

Итак,

$$(R^{'}y)(t) = a_t, (Ry)(t) = a_t t + b_t.$$

5. Заключение

За последние 20 лет с использованием описанных конструкций школой академика А. Д. Гвишиани было разработано целое семейство алгоритмов для анализа конечных метрических пространств и временных рядов.

Алгоритмы, нацеленные на поиск кластеров, сгущений, трасс в многомерных дискретных пространствах изложены в [15-18]. Все они нашли успешное применение в различных геолого-геофизических задачах. К ним, в частности, относятся:

1. распознавание мест возможного возникновения сильных землетрясений [19-26];
2. изучение источников аномального магнитного поля [27-29];
3. интерпретация гравитационных аномалий [30].

Алгоритмы анализа конечных временных рядов нацелены на поиск связных аномалий, распознавание фоновых участков, поиск нечетких монотонностей, экстремумов и трендов, взвешенное сглаживание нерегулярных рядов и др. [31-34]. Такие алгоритмы хорошо себя зарекомендовали в решении следующих важных задачах геофизики:

1. анализ геомагнитной активности [35-38];
2. изучение эволюции главного магнитного поля Земли [39];
3. мониторинг вулканов [40-42];
4. исследование геодинамической стабильности регионов [43-44].

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gvishiani A., Lukianova R., Soloviev An., Khokhlov A. Survey of Geomagnetic Observations Made in the Northern Sector of Russia and New Methods for Analysing Them // Surveys in Geophysics. 2014. Vol.35. № 5. P.1123-1154.doi: 10.1007/s10712-014-9297-8

2. Гвишиани А.Д., Лукьянова Р. Ю. Геоинформатика и наблюдения магнитного поля Земли: российский сегмент // Физика Земли. 2015. № 2, С. 3–20. DOI: 10.7868/S0002333715020040

3. Гвишиани А.Д., Старостенко В.И. , Сумарук Ю. П., Соловьев Ан. А.., Легостаева О. В. Уменьшение солнечной и геомагнитной активности с 19 го по 24 й цикл // Геомагнетизм и аэрономия,.2015, Т. 55, № 3. С. 314–322 DOI: 10.7868/S0016794015030098

4. Гвишиани А.Д., Лукьянова Р. Ю. Исследование геомагнитного поля и проблемы точности бурения наклонно направленных скважин в Арктическом регионе. // Горный журнал. 2015. .№ 10. С.94-99. doi:http://dx.doi.org/10.17580/gzh.2015.10.17

5. Gvishiani A, Soloviev An., Krasnoperov R., Lukianova R. Automated Hardware and Software System for Monitoring the Earth's Magnetic Environment. // Data Science Journal. 2016.15, p.18. DOI: 10.5334/dsj-2016-018

6. Gvishiani A.. Sidorov, R. Lukianova R, Soloviev An. Geomagnetic activity during St. Patrick's Day storm inferred from global and local indicators // Russ. J. Earth Sci., 16, ES6007, doi:10.2205/2016ES000593

7. Лаверов Н.П.., Леонов Ю.Г., Макоско А.А., Бондур В.Г., Гвишиани А.Д., Глико А.О., Гольдин С.В., Гордеев Е.И., Диденко А.Н., Куликов Е.А., Левин Б.В., Лобковский Л.И., Маловичко А.А., Соболев Г.А. Предложения по развитию и модернизации системы сейсмологических наблюдений и прогноза землетрясений // Проблемы национальной безопасности. Экспертные заключения. Аналитические материалы. Предложения / Под общ. ред. акад. Н.П.Лаверова. М.: Наука. 2008. С.206-232.

8. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. № 8, 338-353.

9. Gvishiani A., Dubois J. Artificial intelligence and dynamic systems for geophysical applications. Springer-Verlag, Paris. 2002. 350 p.

10. А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа, 5-ое изд. М. Наука. 1981. 544 с.

11. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Леденев А.В., Злотники Ж., Боннин Ж. Математические методы геоинформатики II. Алгоритмы нечеткой логики в задачах выделения аномалий на временных рядах // Кибернетика и системный анализ 2003.т.39. №4. С.103-111.

12. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Tikhotsky S.A., Hinderer J., Bonnin J., Diament M. Algorithm FLARS and recognition of time series anomalies // System Research & Information Technologies. 2004. №. 3. P.7-16.

13. Soloviev A., Sh. Bogoutdinov, S. Agayan, R. Redmon, T. M. Loto'aniu, H. J. Singer (2018), Automated recognition of jumps in GOES satellite magnetic data, Russ. J. Earth Sci., 18, ES4003, doi:10.2205/2018ES000626

14. С.М. Агаян, А.А. Соловьев, Ш.Р. Богоутдинов, Ю.И. Николова. Регрессионные производные и их применение в изучении геомагнитных джерков // Геомагнетизм и аэрономия, том 59, №1. 2019

15. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р. Математические методы геоинформатики. I. О новом подходе к кластеризации // Кибернетика и системный анализ. 2002. № 2. С. 104-122.

16. Gvishiani A.D., Mikhailov V.O, Agayan S.M., Bogoutdinov Sh., Tikhotsky S.A., Diament M., Galdeano A. Artificial intelligence technique in potential field and other geophysical studies // Conseil de l'Europe. Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie. Grand-Duchy of Luxemburg. 2003. Vol. 20. P.63-69

17. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Соловьев Ан.А. Дискретный математический анализ и геолого-геофизические приложения // Вестник Краунц. Науки о Земле. 2010. № 2. Вып. 16. С.109-125

18. Агаян С.М., Соловьев А.А. Выделение плотных областей в метрических пространствах на основе кристаллизации // System Research & Information Technologies — 2004. — № 2. — С. 7-23

19. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А., Агаян С.М. Интеллектуальная система распознавания FCAZm в определении мест возможного возникновения сильных землетрясений горного пояса Анд и Кавказа // Физика Земли. 2016, № 4. С. 3–23. DOI: 10.7868/S0002333716040013

20. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Добровольский М.Н., Дзебоев Б.А. Объективная классификация эпицентров и распознавание мест возможного возникновения сильных землетрясений в Калифорнии // Геоинформатика. 2013. № 2. С.44-57.

21. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А., Агаян С.М. О новом подходе к распознаванию мест возможного возникновения сильных землетрясений на Кавказе // Физика Земли. 2013. № 6. С. 3-19. DOI: 10.7868/S0002333713060045

22. Gvishiani A., Dobrovolsky M., Agayan S., Dzeboev B. Fuzzy-based clustering of epicenters and strong earthquake-prone areas // Environmental Engineering and Management Journal. 2013. Vol.12. No. 1. P. 1-10.

23. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А., Сергеева Н.А., Рыбкина А.И. Формализованная кластеризация и зоны возможного возникновения эпицентров значительных землетрясений на Крымском полуострове и Северо-Западе Кавказа // Физика Земли. 2017. № 3. С. 33–42. DOI: 10.7868/S0002333717030036

24. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Дзебоев Б.А., Белов И.О. Распознавание мест возможного возникновения эпицентров сильных землетрясений с одним классом обучения // Доклады академии наук. 2017. Т. 474. № 1. С. 86–92. DOI: 10.7867/S0869565217130175.

25. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А., Белов И.О., Сергеева Н.А., Вавилин Е.В. Последовательное распознавание мест возможного возникновения значительных и сильных землетрясений: Прибайкалье-Забайкалье // Доклады Академии наук. 2017. Т. 477. № 6. С. 704–710. DOI: 10.7868/S0869565217360178.

26. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А., Сергеева Н.А., Белов И.О., Рыбкина А.И. Зоны возможного возникновения эпицентров значительных землетрясений в регионе Алтай-Саяны // Физика Земли. 2018. № 3. С. 18–28. DOI: 10.7868/S000233371803002X.

27. Гвишиани А.Д. Диамант М., Михайлов В.О., Гальдеано А., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Граева Е.М. Алгоритмы искусственного интеллекта для кластеризации магнитных аномалий // Физика Земли. 2002. №7. С.13-28.

28. Mikhailov V., Galdeano A., Diament M., Gvishiani A., Agayan S., Bogoutdinov S., Graeva E., and Sailhac P. Application of artificial intelligence for Euler solutions clustering // Geophysics. 2003. Vol. 68. № 1. P.168-180.

29. Соловьёв Ан.А., Шур Д.Ю., Гвишиани А.Д., Михайлов В.О., Тихоцкий С.А.. Определение вектора магнитного момента при помощи кластерного анализа результатов локальной линейной псевдоинверсии аномалий ΔT // Доклады Академии наук. 2005. Том 404. № 1. С. 109-112.

30. Widiwijayanti C., Mikhailov V., Diament M., Deplus C., Louat R., Tikhotsky S., Gvishiani A. Structure and evolution of the Molucca Sea area: constraints based on interpretation of a combined sea-surface and satellite gravity dataset // Earth and Planetary Science Letters. 2003. Vol. 215. P.135-150.

31. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р. Определение аномалий на временных рядах методами нечеткого распознавания // Доклады АН. 2008. Т. 421. № 1. С. 101-105.

32. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Злотники Ж., Боннин Ж. Математические методы геоинформатики III. Нечеткие сравнения и распознавание аномалий на временных рядах // Кибернетика и системный анализ. 2008. Т.44. №3. С.3-18

33. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Graeva E.M., Zlotnicki J., and J. Bonnin. Recognition of anomalies from time series by fuzzy logic methods // Russian Journal of Earth Sciences. 2008. Vol. 10. № 1.С.1-9. ES1001, doi:10.2205/2007ES000278.

34. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Каган А.И. Гравитационное сглаживание временных рядов // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2011. Т.17. № 2. С.62-70.

35. Богоутдинов Ш.Р., Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Соловьев Ан.А., Кин Э. Распознавание возмущений с заданной морфологией на временных рядах. I. Выбросы на магнитограммах всемирной сети ИНТЕРМАГНЕТ // Физика Земли. 2010. № 11. С.99-112.

36. Гвишиани А.Д., Соловьев Ан.А., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р., Сидоров Р.В. Алгоритмическая система распознавания выбросов на магнитограммах // Динамика физических полей Земли. М.: Светоч Плюс. 2011. С.297-309.

37. Соловьев Ан.А., Агаян С.М., Гвишиани А.Д., Богоутдинов Ш.Р., Шулья А. Распознавание возмущений с заданной морфологией на временных рядах. II. Выбросы на секундных магнитограммах // Физика Земли. 2012. № 5. С. 37-52.

38. Soloviev An., Chulliat A., Bogoutdinov S., Gvishiani A., Agayan S., Peltier A., Heumez B. Automated recognition of spikes in 1 Hz data recorded at the Easter Island magnetic observatory // Earth Planets Space. 2012. Vol.64. № 9. P.743-752. Doi:10.5047/eps.2012.03.004.

39. A.Soloviev, A.Chulliat, S.Bogoutdinov (2017), Detection of secular acceleration pulses from observatory data, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 270 (2017), p. 128-142, doi: 10.1016/j.pepi.2017.07.005

40. Zlotnicki J., Le Mouel J.-L., Gvishiani A., Agayan S., Mikhailov V., Bogoutdinov Sh., Kanwar R., Yvetot P. Automatic fuzzy-logic recognition of anomalous activity on long geophysical records: Application to electric signals associated with the volcanic activity of La Fournaise volcano (Reunion Island) // Earth and Planetary Science Letters. 2005. Vol. 234. P.261-278.

41. Богоутдинов Ш.Р., Агаян С.М., Гвишиани А.Д., Граева Е.М., Родкин М.В., Злотники Ж., Ле Муэль Ж. Алгоритмы нечеткой логики в анализе электротеллурических данных в связи с мониторингом вулканической активности // Физика Земли. 2007.№7. С.72-85.

42. Гвишиани А.Д., Агаян С.М., Богоутдинов Ш.Р. Дискретный математический анализ и мониторинг вулканов // Инженерная экология. 2008. № 5. С.26-31.

43. Гвишиани А.Д., Белов С.В., Агаян С.М., Родкин М.В., Морозов В.Н., Татаринов В.Н., Богоутдинов Ш.Р. Геоинформационные технологии: методы искусственного интеллекта при оценке тектонической стабильности Нижнеканского массива // Инженерная экология. 2008. №2. С.3-14.

44. Гвишиани А.Д., Дзебоев Б.А. Оценка сейсмической опасности при выборе мест захоронения радиоактивных отходов // Горный журнал. 2015.№ 10.С.39-43. doi:http://dx.doi.org/10.17580/gzh.2015.10.07

REFERENCES

1. Gvishiani A., Lukianova R., Soloviev An., Khokhlov A. Survey of Geomagnetic Observations Made in the Northern Sector of Russia and New Methods for Analysing Them // Surveys in Geophysics. 2014. Vol.35. № 5. P.1123-1154.doi: 10.1007/s10712-014-9297-8

2. Gvishiani A. D., Lukianova R. Yu. Geoinformatics and observations of the Earth's magnetic field: The Russian segment // Izvestiya-Physics of the Solid Earth. 2015. Vol. 51, Issue 2. P. 157-175. doi:10.1134/S1069351315020044

3. Gvishiani A.D., Starostenko V.I., Sumaruk Y.P., Soloviev A.A., Legostaeva O.V. A decrease in solar and geomagnetic activity from cycle 19 to cycle 24 // Geomagnetism and Aeronomy. 2015. Vol. 55. No 3. P. 299-306. DOI:10.1134/S0016793215030093

4. Gvishiani A. D., Lukianova R. Yu., Soloviev A.A. Geomagnetic field analysis and directional drilling problem in the Arctic region // Gornyi Zhurnal (Mining Journal), 2015. No 10. P. 94-99. doi:10.17580/gzh.2015.10.17

5. Gvishiani A, Soloviev An., Krasnoperov R., Lukianova R. Automated Hardware and Software System for Monitoring the Earth's Magnetic Environment. // Data Science Journal. 2016. 15, p.18. DOI: 10.5334/dsj-2016-018

6. Gvishiani A.. Sidorov, R. Lukianova R, Soloviev An. Geomagnetic activity during St. Patrick's Day storm inferred from global and local indicators // Russ. J. Earth Sci., 16, ES6007, doi:10.2205/2016ES000593

7. Laverov N.P., Leonov Yu. G., Makosko A.A., Bondur V.G., Gvishiani A.D., Gliko A.O., Goldin S.V., Gordeev E.I., Didenko A.N., Kulikov E.A., Levin B.V., Lobkovsky L.I., Malovichko A.A., Sobolev G.A. Solutions for Modernization and Development of System for Seismological Monitoring and Earthquake Forecast // Problems of National Security. Expert Report. Analysis Findings. Suggestions / Under the general editorship of ac. Laverov N.P. M.: Nauka. 2008. Pp. 206-232

8. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. № 8, 338-353.

9. Gvishiani A., Dubois J. Artificial intelligence and dynamic systems for geophysical applications. Springer-Verlag, Paris. 2002. 350 p.

10. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. 5th edition. M.: Nauka. 1981. Pp. 544

11. Gvishiani A.D. et al. Mathematical Methods of Geoinformatics. II. Fuzzy-Logic Algorithms in the Problems of Abnormality Separation in Time Series // Cybernetics and Systems Analysis. 2003. V. 39. № 4. Pp. 555–563. DOI:10.1023/B:CASA.0000003505.56410.4f

12. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Tikhotsky S.A., Hinderer J., Bonnin J., Diament M. Algorithm FLARS and recognition of time series anomalies // System Research & Information Technologies. 2004. №. 3. P.7-16.

13. Soloviev A., Sh. Bogoutdinov, S. Agayan, R. Redmon, T. M. Loto'aniu, H. J. Singer (2018), Automated recognition of jumps in GOES satellite magnetic data, Russ. J. Earth Sci., 18, ES4003, doi:10.2205/2018ES000626

14. S.M. Agayan, A.A. Soloviev, S.R. Bogoutdinov, Y.I. Nikolova. Regression derivatives and their application to geomagnetic jerk studies // Geomagnetism and Aeronomy, 2019

15. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov S.R. Mathematical Methods of Geoinformatics. I. A New Approach to Clusterization // Cybernetics and Systems Analysis. 2002. V. 38. № 2. Pp. 238–254. DOI: 10.1023/A:1016347513346

16. Gvishiani A.D., Mikhailov V.O, Agayan S.M., Bogoutdinov Sh., Tikhotsky S.A., Diament M., Galdeano A. Artificial intelligence technique in potential field and other geophysical studies // Conseil de l'Europe. Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie. Grand-Duchy of Luxemburg. 2003. Vol. 20. P.63-69

17. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Solovyov A.A.: "Discrete Mathematical Analysis And Applications Geology And Geophysics" // Vestnik KRAUNC. Earth Sciences. 2010. №2. Pp. 104-122

18. Agayan S.M, Soloviev A.A. Recognition of dense areas in metric spaces basing on crystallization, System Research and Information Technologies, No.2, 2004, p. 7-23

19. Gvishiani A.D., Dzeboev B.A., Agayan S.M. FCAZm intelligent recognition system for locating areas prone to strong earthquakes in the Andean and Caucasian mountain belts // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2016. Vol. 52, Issue 4. P. 461-491. DOI: 10.1134/S1069351316040017

20. Gvishiani A., Dobrovolsky M., Agayan S., Dzeboev B. Objective classification of epicenters and recognition of the earthquake-prone areas in California // Geoinformatika. 2013. № 2. P. 44–57

21. Gvishiani A., Dzeboev B., Agayan S. A new approach to recognition of the earthquake-prone areas in the Caucasus // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2013. Vol. 49. Is. 6. P. 747–766. DOI: 10.1134/S1069351313060049

22. Gvishiani A., Dobrovolsky M., Agayan S., Dzeboev B. Fuzzy-based clustering of epicenters and strong earthquake-prone areas // Environmental Engineering and Management Journal. 2013. Vol.12. No. 1. P. 1-10.

23. Gvishiani A.D., Dzeboev B.A., Sergeyeva N.A., Rybkina A.I. Formalized Clustering and the Significant Earthquake-Prone Areas in the Crimean Peninsula and Northwest Caucasus // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2017. Vol. 53. Is. 3. P. 353–365. DOI:10.1134/S106935131703003X

24. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Dzeboev B.A., Belov I.O. Recognition of Strong Earthquake–Prone Areas with a Single Learning Class // Doklady Earth Sciences. 2017. Vol.474. Part 1. P.546–551. DOI: 10.1134/S1028334X17050038

25. Gvishiani A.D., Dzeboev B.A., Belov I.O., Sergeyeva N.A., Vavilin E.V. Successive Recognition of Significant and Strong Earthquake-Prone Areas: The Baikal–Transbaikal Region // Doklady Earth Sciences. 2017. Vol. 477. Part 2. P. 1488–1493.

    DOI: 10.1134/S1028334X1712025X

26. Gvishiani A.D., Dzeboev B.A., Sergeyeva N.A., Belov I.O., Rybkina A.I. Significant Earthquake-Prone Areas in the Altai–Sayan Region // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2018. Vol. 54. Is. 3. P. 406–414. DOI: 10.1134/S1069351318030035

27. Gvishiani A.D., Mikhailov V.O., Agayan S.M., Bogoutdinov SH.R., Graeva E.M., Diament M., Galdeano A. Artificial Intelligence Algorithms for Magnetic Anomaly Clustering // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2002. V. 38. № 7. Pp. 545-559

28. Mikhailov V., Galdeano A., Diament M., Gvishiani A., Agayan S., Bogoutdinov S., Graeva E., and Sailhac P. Application of artificial intelligence for Euler solutions clustering // Geophysics. 2003. Vol. 68. № 1. P.168-180.

29. Solov'ev A.A., Shur D.Yu., Gvishiani A.D., Mikhailov V.O., Tikhotskii S.A. (2005), Determination of the magnetic moment vector using cluster analysis of the local linear pseudoinversion of ΔT anomalies, Doklady Earth Sciences, Vol. 404, N 7, pp. 1068-1071

30. Widiwijayanti C., Mikhailov V., Diament M., Deplus C., Louat R., Tikhotsky S., Gvishiani A. Structure and evolution of the Molucca Sea area: constraints based on interpretation of a combined sea-surface and satellite gravity dataset // Earth and Planetary Science Letters. 2003. Vol. 215. P.135-150.

31. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov S.R. Fuzzy recognition of anomalies in time series // Doklady Earth Sciences. 2008. V. 421. № 1. Pp. 838–842. DOI:10.1134/S1028334X08050292

32. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Zlotnicki J., Bonnin J. Mathematical methods of geoinformatics. III. Fuzzy comparisons and recognition of anomalies in time series // Cybernetics and systems analysis. 2008. T. 44. No 3. C. 309-323

33. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Graeva E.M., Zlotnicki J., and J. Bonnin. Recognition of anomalies from time series by fuzzy logic methods // Russian Journal of Earth Sciences. 2008. Vol. 10. № 1.C.1-9. ES1001, doi:10.2205/2007ES000278.

34. Gvishiani, A.D., Agayan, S.M., Bogoutdinov, S.R., Kagan, A.I., 2011. Gravitational smoothing of time series. Tr. IMM UrO RAN 17 (2), 62–70

35. Sh.R. Bogoutdinov, A.D. Gvishiani, S.M. Agayan, A.A. Solovyev, E. Kihn, Recognition of Disturbances with Specified Morphology in Time Series. Part 1: Spikes on Magnetograms of the Worldwide INTERMAGNET Network, Izvestiya, Physics of the Solid Earth, 2010, Vol. 46, No. 11, pp. 1004–1016

36. Gvishiani A.D., Soloviev A.A., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R., Sidorov R.V. Algorithmic system for magnetic record blow recognition // Dinamika Fizicheskih Polei Zemli. M.: Svetoch Plus. 2011. Pp. 297-309

37. A.A. Soloviev, S.M. Agayan, A.D. Gvishiani, Sh.R. Bogoutdinov, A. Chulliat, Recognition of Disturbances with Specified Morphology in Time Series: Part 2. Spikes on 1-s Magnetograms, Izvestiya, Physics of the Solid Earth, 2012, Vol. 48, No. 5, pp. 395–409

38. Soloviev An., Chulliat A., Bogoutdinov S., Gvishiani A., Agayan S., Peltier A., Heumez B. Automated recognition of spikes in 1 Hz data recorded at the Easter Island magnetic observatory // Earth Planets Space. 2012. Vol.64. № 9. P.743-752. Doi:10.5047/eps.2012.03.004

39. A.Soloviev, A.Chulliat, S.Bogoutdinov (2017), Detection of secular acceleration pulses from observatory data, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 270 (2017), p. 128-142, doi: 10.1016/j.pepi.2017.07.005

40. Zlotnicki J., Le Mouel J.-L., Gvishiani A., Agayan S., Mikhailov V., Bogoutdinov Sh., Kanwar R., Yvetot P. Automatic fuzzy-logic recognition of anomalous activity on long geophysical records: Application to electric signals associated with the volcanic activity of La Fournaise volcano (Reunion Island) // Earth and Planetary Science Letters. 2005. Vol. 234. P.261-278

41. Bogoutdinov S.R. et al. Fuzzy logic algorithms in the analysis of electrotelluric data with reference to monitoring of volcanic activity // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2007. V. 43. № 7. Pp. 597–609. DOI: 10.1134/S1069351307070099

42. Gvishiani A.D., Agayan S.M., Bogoutdinov Sh.R. Discrete mathematical analysis and volcano monitoring // Engineering ecology. 2008. №5. Pp. 26-31

43. Gvishiani A.D., Belov S.V., Agayan S.M., Rodkin M.V., Morozov V.N., Tatarinov V.N., Bogoutdinov Sh.R. Geoinformational technologies: artificial intelligence methods used in Nizhnekans massif tectonical stability assessment // Engineering ecology. 2008. №2. Pp. 3-14

44. Gvishiani A.D., Dzeboev B.A. Assessment of seismic hazard in choosing of a radioactive waste disposal location, Gornyi Zhurnal (Mining Journal), 2015. No 10. P. 39-43, doi:10.17580/gzh.2015.10.07

Получено 27.07.2018
Принято в печать 22.10.2018