ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 18 Выпуск 3

УДК 519:63; 532:5; 533:6 DOI 10.22405/2226-8383-2017-18-3-28-43

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ЖИДКОСТИ И КОНСТРУКЦИИ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНЫХ
КОМПЛЕКСОВ FLOWVISION И CAE
FIDESYS¹**А. А. Аксёнов², С. В. Жлуктов³, Э. Е. Сон⁴, А. А. Токарь⁵, В. С.
Карпенко⁶**Аннотация**

В работе обсуждается численный метод решения задач сильного взаимодействия между жидкостью (газом) и деформируемым твердым телом: жидкость осуществляет силовое воздействие на тело, тело меняет форму, изменённая форма тела меняет течение. Разработанный метод демонстрируется на тестовой задаче обтекания клапана воздухом. Задача решается в трёхмерной постановке. Деформируемое тело обтекается неограниченным потоком воздуха под прямым углом. Рассматривается зависимость деформации тела при наличии в нём дефекта (отверстия), расположенном в различных положениях. Течение воздуха рассчитывается в программном комплексе FlowVision. FlowVision основан на конечно-объемном подходе к аппроксимации основных уравнений движения жидкости. В нём реализованы явный и неявный методы интегрирования этих уравнений. FlowVision позволяет решать междисциплинарные задачи: моделировать многофазные течения с помощью метода VOF, задавать движение тел (перемещение непроницаемых границ) по неподвижной расчетной сетке, моделировать течения во вращающихся машинах с использованием метода скользящей сетки, решать задачи взаимодействия жидкости и конструкции методом двухстороннего сопряжения FlowVision с конечно-элементными ПК. Деформация тела рассчитывается в программном комплексе CAE Fidesys.

¹Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 14-50-00124.

²Аксёнов Андрей Александрович, заведующий лабораторией Объединенного института высоких температур РАН, andrey@tesis.com.ru

³Жлуктов Сергей Васильевич, старший научный сотрудник Объединенный институт высоких температур РАН

⁴Сон Эдуард Евгеньевич, академик Российской академии наук, заместитель директора по научной работе Объединенного института высоких температур РАН, son@ihed.ras.ru

⁵Токарь Антон Александрович, аспирант МГУ имени М.В. Ломоносова, kronoscentury@gmail.com

⁶Карпенко Виталий Сергеевич, ведущий-программист ООО “Фидесис”, vitkarpenko@gmail.com

CAE Fidesys позволяет проводить различные виды прочностного инженерного анализа полного цикла от построения расчетной сетки до визуализации результатов расчета. Для численного решения задач механики деформируемого твердого тела CAE Fidesys использует в своей основе метод конечных элементов и метод спектральных элементов. CAE Fidesys позволяет производить расчёт как линейных, так и нелинейных задач, статических и динамических задач прочности. Для обеспечения проведения совместного расчёта была разработана технология двухстороннего сопряжения, осуществляющая двустороннее взаимодействие между комплексами CAE Fidesys и FlowVision. С использованием данной технологии проведено численное исследование в задаче об обтекании клапана. Приводится сравнение поведения клапана при различных вариациях расположения эллиптического отверстия в нем. Результаты проведенного исследования демонстрируют, что сопряжённый программный комплекс FlowVision-CAE Fidesys позволяет рассчитывать характеристики клапана на относительно небольших расчетных сетках.

Ключевые слова: сильное взаимодействие жидкости и конструкции (FSI), метод конечных объёмов, метод конечных элементов, уравнения Навье-Стокса, клапан в канале, прочностной анализ, напряженно-деформированное состояние.

Библиография: 17 названий.

SOLVING FLUID-STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS USING THE FLOWVISION AND CAE FIDESYS SOFTWARE PACKAGES

A. A. Aksenov, S. V. Zhluktoy, E. E. Son, A. A. Tokar', V. S. Karpenko

Abstract

The paper considers the numerical method of solving problems of strong interaction between a liquid (gas) and a deformed body: the fluid exerts a force on the body, the body changes its shape, the altered shape of the body changes the flow. The developed method is demonstrated on the test problem of air flow around the valve. The problem is solved in a three-dimensional formulation. The deformable body flows around an unlimited airflow at right angles. The authors consider the body deformation dependence in the presence of a defect (hole) in it located in different positions. The air flow is calculated in the FlowVision software package. FlowVision uses the finite volume method for approximation of the fluid motion equations. It implements an explicit and implicit methods of integrating these equations. FlowVision can solve interdisciplinary problems: simulate multiphase flows using the VOF

method, set the motion of bodies (movement of impermeable boundaries) along a fixed computational grid, simulate flows in rotating machines using the sliding grid method, solve fluid-body interaction problems using two-way coupling between FlowVision and FEM software. The body deformation is calculated in the CAE Fidesys software package. CAE Fidesys allows to conduct various types of full-cycle strength engineering analysis from the construction of a mesh to the visualization of calculation results. For the numerical solution of solid mechanics problems CAE Fidesys uses the finite element method and the spectral elements method. CAE Fidesys allows to solve both linear and non-linear, static and dynamic strength problems. For joint calculation, a two-way coupling technology was developed that performs two-way communication between the CAE Fidesys and FlowVision systems. With the use of this technology, a numerical investigation of the problem of flow past a valve carried out. The behavior of the valve is compared with various variations in the location of the elliptical hole in it. The results lead to the conclusion that the associated FlowVision-CAE Fidesys software package calculates valve characteristics on meshes of moderate dimension with reasonable accuracy.

Keywords: strong fluid-structure interaction (FSI), finite volume method, finite element method, Navier-Stokes equations, valve in the channel, strength analysis, stress-strain state.

Bibliography: 17 titles.

1. Введение

Задачи, в которых форма тела меняется в результате силового воздействия жидкости (газа), возникают в различных областях человеческой деятельности и в природе. Примеры таких задач: движение шины по дороге, покрытой слоем воды, течение масла в зазоре между штоком и уплотнителем, движение крови в сердце, флаттер крыла самолёта или крылатой ракеты. В данной статье рассматривается задача обтекания воздухом деформируемого клапана. Задача решается в трёхмерной постановке. Для численного решения задачи был разработан алгоритм решения связанных задач взаимодействия жидкости и конструкции (FSI). Алгоритм предполагает двухстороннее сопряжение гидродинамического программного комплекса (ПК) FlowVision [1-3] и прочностного ПК CAE Fidesys [4-9]. Течение воздуха рассчитывается в ПК FlowVision. Деформация клапана рассчитывается в ПК Fidesys. ПК FlowVision основан на методе конечных объёмов. ПК CAE Fidesys основан на методе конечных элементов. В статье описывается процедура сопряжения двух ПК. Приводятся результаты расчетов. Рассматривается деформации клапана при наличии в нём дефекта (отверстия). Исследуется зависимость деформации клапана от положения дефекта.

2. Программный комплекс FlowVision

Программный комплекс (ПК) FlowVision [1] используется для решения различных прикладных задач в различных областях промышленности. Его популярность основана на том, что он позволяет решать сложные нетрадиционные задачи, находящиеся на стыке различных дисциплин, а также на парадигме полной автоматизации таких трудоемких для инженера процессов, как построение расчетной сетки. FlowVision – это программный комплекс, полностью отчуждаемый от разработчиков. Он имеет развитый графический интерфейс, систему задания расчетного проекта и систему визуализации течений различными методами. Кроме этого, ПК FlowVision предоставляет пользователю возможность вычислять интегральные характеристики течения на различных поверхностях и в объемах различных объектов.

ПК FlowVision основан на конечно-объемном подходе к аппроксимации основных уравнений движения жидкости. В нём реализованы явный и неявный методы интегрирования этих уравнений. ПК имеет автоматический построитель неструктурированной сетки с возможностью её локальной динамической адаптации. В ПК реализован двухуровневый параллелизм, позволяющий эффективно проводить расчёты на компьютерах, имеющих распределенную и общую память одновременно. FlowVision обладает широким спектром физико-математических моделей – турбулентности (URANS, LES, ILES), горения, массопереноса с учётом химических превращений и радиоактивного распада, электрогидродинамики. FlowVision моделирует несжимаемые (плотность не зависит от давления) и сжимаемые течения. FlowVision позволяет рассчитывать течения, в которых присутствуют гиперзвуковые зоны, застойные области и зоны рециркуляции. Это достигается использованием все-скоростного метода расщепления по физическим переменным для решения уравнений Навье-Стокса [2].

FlowVision позволяет решать междисциплинарные задачи: моделировать многофазные течения с помощью метода VOF, задавать движение тел (перемещение непроницаемых границ) по неподвижной расчетной сетке, моделировать течения во вращающихся машинах с использованием метода скользящей сетки, решать задачи взаимодействия жидкости и конструкции методом двухстороннего сопряжения FlowVision с конечно-элементными ПК.

3. Программный комплекс CAE Fidesys

Программный комплекс CAE Fidesys позволяет проводить различные виды прочностного инженерного анализа полного цикла от построения расчетной сетки до визуализации результатов расчета. Для численного решения задач механики деформируемого твердого тела CAE Fidesys использует в своей основе метод конечных элементов и метод спектральных элементов.

CAE Fidesys позволяет производить расчёт как линейных, так и нелинейных задач [6], статических [8] и динамических [7] задач прочности:

1. Задачи при плоских напряжениях и плоских деформациях
2. Расчет напряженно-деформированного состояния при статическом и динамическом нагружении
3. Расчет собственных частот и форм колебаний трехмерных тел
4. Расчет критических нагрузок и форм потери устойчивости
5. Задачи для моделей, содержащих элементы различных типов: балочные, оболочечные, твердотельные
6. Упругопластическое деформирование по моделям Мизеса и Друкера-Прагера
7. Геометрически нелинейные задачи
8. Физически нелинейные задачи
9. Контактные задачи
10. Решение задач теплопроводности и термоупругости

4. Взаимодействие CAE Fidesys и Flow Vision

Для обеспечения проведения совместного расчёта, двум программным комплексам необходимо осуществлять обмен актуальной информацией. Для этого был разработан программный модуль, осуществляющий двустороннее взаимодействие между комплексом CAE Fidesys и Flow Vision. Для обмена информацией с FlowVision используется Direct Coupling Co-Simulation протокол, совместимый с КЭ кодом Abaqus. Принципиальную схему можно изобразить следующим образом:

Для определения напряжённо-деформированного состояния и соответствующего ему распределения потока используется итерационный процесс. Предварительно происходит расчёт обтекания недеформированного тела. Рассчитанное воздействие в виде поверхностных сил передаётся в CAE Fidesys для расчёта деформированного состояния твёрдого тела. Затем, опять проводится расчёт течения, но уже с учётом деформированного состояния. Подобные шаги повторяются пока дополнительные перемещения не станут нулевыми, что является индикатором того, что итерационный процесс сошёлся. Этот алгоритм можно записать в виде блок-схемы:

При наличии решения для конкретного момента времени, выполняется шаг по времени с использованием неявной схемы. Внутри этой схема также выполняется серия итераций пока не будет достигнута сходимость. После этого решение на следующем шаге по времени полагается найденным.

5. Математическая модель

При моделировании течения воздуха в ПК FlowVision решаются следующие уравнения.

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho V) = 0. \quad (1)$$

Здесь t - время, ρ - плотность, V - скорость потока.

Уравнение импульсов:

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} + \nabla (\rho V \otimes V) = -\nabla p + \nabla \cdot \hat{\tau}_{eff} + \rho g, \quad (2)$$

$$\hat{\tau}_{eff} = (\mu + \mu_t) \left(2\hat{S} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot V)\hat{I} \right).$$

Здесь p - статическое давление, g - ускорение свободного падения, $\hat{\tau}_{eff}$ - эффективный тензор вязких напряжений, μ - динамический коэффициент вязкости, μ_t - динамический коэффициент турбулентной вязкости, $\hat{S}$ - тензор скоростей деформации.

Уравнение энергии, записанное через полную энтальпию H :

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \nabla(\rho V H) = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho V \cdot g - \nabla \cdot J_q + \nabla \cdot (\hat{\tau}_{eff} \cdot V), \quad (3)$$

$$H = h + V^2/2.$$

или через термодинамическую энтальпию h :

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla(\rho V h) = \frac{\partial p}{\partial t} + V \cdot \nabla P - \nabla \cdot J_q + \sum_{i,j=1}^3 \tau_{ij} S_{ij} + \rho \varepsilon, \quad (4)$$

$$h = h_0(298.15) + \int_{298.15}^T C_p(T) dT.$$

Здесь $h_0(298.15)$ - энтальпия образования газа при 298.15 К, $C_p(T)$ - его удельная теплоёмкость при постоянном давлении, T - абсолютная статическая температура. Уравнение (3) решается при моделировании транс- и сверхзвуковых течений газа. Уравнение (4) решается при моделировании течений без ударных волн. В уравнениях (3) и (4) J_q - эффективный тепловой поток:

$$J_q = - \left(\lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \nabla T.$$

Здесь λ - коэффициент теплопроводности газа, Pr_t - турбулентное число Прандтля.

Система (1), (2), (3) или (1), (2), (4) дополняется уравнением состояния газа и уравнениями используемой модели турбулентности.

В ПК FlowVision реализовано 7 моделей турбулентности: алгебраическая модель Смагоринского (см. [10]), модель Спаларта-Аллмареса (см. [10] и [11]), модель Shear Stress Transport k-? (см. [12]) и четыре k-? модели - 'Стандартная' (см. [11]), AKN [13], квадратичная [14] и k-? модель турбулентности FlowVision (KEFV) [15, 16]. Константы моделей турбулентности и пристеночных функций выведены в интерфейс FlowVision. Значения констант по умолчанию обеспечивают высокую точность вычисления характеристик различных турбулентных течений. В общем случае, варьируя константы, пользователь может настроить ту или иную модель на конкретный класс задач.

В обсуждаемых расчётах использовалась модель турбулентности KEFV [15, 16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho V k) = & \nabla \cdot \left(\left(\mu + f_t \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + P_k + P_{k,gen} + G_k - \\ & - \rho \varepsilon (1 + \xi (\max(M_t^2, M_{t0}^2) - M_{t0}^2)) - D_{pp}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho V\varepsilon) = \nabla\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\nabla\varepsilon\right) + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{Re_t}}}\frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon 1}f_1(P_k + G_k) - C_{\varepsilon 2}f_2\rho\varepsilon), \quad (6)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon, \quad (7)$$

$$P_k = \mu_t \left(S - \frac{2}{3} (\nabla \cdot V)^2 \right) - \frac{2}{3} \rho (\nabla \cdot V) k,$$

$$P_{k,gen} = \mu \mu_{gen}^+ S \exp \left\{ - \left(\frac{Re_t}{C_6} \right)^2 \right\}, \quad (8)$$

$$G_k = \mu_t \frac{\beta}{Pr_t} g \cdot \nabla T,$$

$$D_{pp} = \begin{cases} 0 & y > L \cdot y_{pp}^* \\ C_{pp} \rho \{ n \cdot \nabla (k |V|) \} & y \leq L \cdot y_{pp}^* \end{cases}, \quad (9)$$

$$f_t = 1 + C_1 \exp \left\{ - \left(\frac{Re_t}{C_2} \right)^2 \right\},$$

$$f_1 = 1 - C_{\varepsilon 3} + C_{\varepsilon 3} \frac{P_k}{\rho \varepsilon},$$

$$f_2 = \frac{1}{1 + C_{Rich} \sqrt{\frac{W}{S}} \left(\sqrt{\frac{W}{S}} - 1 \right)} \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{y_{Kolm}^+}{C_4} \right) \right\}^2 \left[1 - C_3 \exp \left\{ - \left(\frac{Re_t}{C_5} \right)^2 \right\} \right], \quad (10)$$

$$y_{Kolm}^+ = \frac{(\varepsilon \cdot \mu / \rho)^{1/4} y}{\mu / \rho}, Re_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}, M_t^2 = \frac{2k}{a^2},$$

$$S = 2 \sum_{i,j} S_{ij} S_{ij}, S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right),$$

$$W = 2 \sum_{i,j} W_{ij} W_{ij}, W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right).$$

Значения констант по умолчанию:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_{pp} = 0.003, \quad y_{pp}^* = 10^{20}, \\ C_{\varepsilon 1} &= 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_{\varepsilon 3} = 0.05, \\ C_1 &= 5, \quad C_2 = 50, \quad C_3 = 0.335, \quad C_4 = 3.4, \quad C_5 = 5.8, \\ C_6 &= 10000, \quad \mu_{gen}^+ = 0, \quad C_{Rich} = 0, \quad \xi = 1.5, \quad M_{t0} = 0.25. \end{aligned}$$

Здесь x_i - декартова координата, k - турбулентная энергия, ε - скорость диссипации турбулентной энергии, μ - динамический коэффициент вязкости, y - расстояние до стенки, β - коэффициент теплового расширения, a - скорость звука, $C_\mu = 0.09$ - фиксированная модельная константа, y_{pp}^* - расстояние от стенки, определяющее зону действия члена D_{pp} , L - линейный масштаб задачи (характерный размер обтекаемого объекта), n - нормаль к стенке. Точное значение константы $y_{pp}^* \sim 1$ определяется решаемой задачей. Значение

по умолчанию $y_{pp}^* = 10^{20}$ означает, что член D_{pp} действует во всей расчётной области. Константа C_{Rich} в выражении (10) позволяет “включать” учёт кривизны линий тока. Константы ξ и M_{t0} определяют модель учёта сжимаемости. Задание ненулевого значения константы μ_{gen}^+ в некоторой области инициирует генерацию турбулентности.

Поскольку расчёты проводятся при высоких числах Рейнольдса, используется модель пристеночных функций FlowVision [17].

6. Расчёты

Рассматривается трёхмерное течение воздуха около клапана. Деформируемое тело обтекается неограниченным потоком воздуха под прямым углом. Проводится два расчёта для тела с различно расположенными отверстиями (дефектами).

Геометрические свойства лопатки:

Длина (ось Y)	0.05
Ширина (ось X)	0.005
Толщина (ось Z)	0.02

Первое отверстие расположено по центру и имеет следующую эллиптическую форму:

Главная полуось	0.003
Малая полуось	0.0025

Второе отверстие расположено ассиметрично и близко к краю. Имеет круглую форму с диаметром 0.004.

Первая модель показана на Рисунке 1.

Вторая модель показана на рисунке 2.

Рис. 1: Клапан с дефектом, расположенным в центре.

Рис. 2: Клапан с дефектом, смещённым к краю.

Параметры твёрдого материала лопатки:

Модуль Юнга	$5e+9$
Коэффициент Пуассона	0.3
Плотность	3500

На Рисунке 3 приведены значения напряжения по Мизесу в точке, располо-

женной по центру вблизи места закрепления.

Рис. 3: Напряжение по Мизесу.

Напряжённно-деформированное состояние каждой из моделей в одном и том же потоке воздуха показано на Рисунке 4.

Рис. 4: Напряжённно-деформированные состояния двух моделей.

Деталь примыкает к одной из боковых сторон расчетной области. На этой стороне установлено граничное условие “симметрия”, на клапане – условие “стенка”, на остальных границах установлено “неотражающие” граничное условие со скоростью набегающего потока V_{in} , статическим давлением p_{in} и статической температурой T_{in} . Тело обтекается воздухом.

Расчетная сетка получена путем автоматической адаптации начальной сетки. Количество ячеек по каждому направлению начальной сетки равно $N_x=90$, $N_y=36$, $N_z=46$. По направлению x (по направлению потока) начальная сетка сгущается около тела. Адаптация проводится в объеме большого окружающего тело цилиндра до 1-го уровня, в объеме малого окружающего клапан цилиндра до 2-го уровня и по поверхности - до 3-го уровня (8 слоев). Общее количество ячеек в сетке $N=700\,000$ ячеек. Данная расчетная сетка была выбрана в результате предварительного исследования сеточной сходимости результатов в ПК FlowVision.

7. Заключение

Разработана технология двухстороннего сопряжения программного комплекса вычислительной гидродинамики FlowVision, основанного на методе конечных объёмов, с конечно-элементным программным комплексом Fidesys. С использованием этой технологии проведено численное исследование обтекание клапана. Исследование показало, что сопряжённый программный комплекс FlowVision+Fidesys с удовлетворительной точностью рассчитывает характеристики сопряжённой задачи на сетках умеренной размерности.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксёнов А. А. FlowVision: индустриальная вычислительная гидродинамика // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, №1. — С. 5-20.
2. Aksenov A.A., Zhluktov S.V., Savitskiy D.V., Bartenev G.Y., Pokhilko V.I. Simulation of 3D flows past hypersonic vehicles in FlowVision software // Journal of Physics: Conference Series, Volume 653, No. 012072, 2015, <http://iopscience.iop.org/1742-6596/Y2015>.
3. Markova T. V., Aksenov A. A., Zhluktov S. V., Savitsky D. V., Gavrillov A. D., Son E. E., Prokhorov A. N. Simulating flow around scaled model of a hypersonic vehicle in wind tunnel // Journal of Physics: Conference Series. — Vol. 774, No. 1 (012095). — 2016. — 9 p. <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/774/1/012095>
4. В.А. Левин, А.В. Вершинин “Численные методы. Параллельные вычисления на ЭВМ”. 2й том пятитомного цикла монографий “Нелинейная вычислительная механика прочности”. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2015.
5. Е.М. Морозов, В.А. Левин, А.В. Вершинин “Прочностной анализ. Фидесис в руках инженера”. М.: URSS, 2015. — 408 с.
6. Zingerman K. M., Vershinin A. V., Levin V. A. An approach for verification of finite-element analysis in nonlinear elasticity under large strains // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2016. — Vol. 158. — P. 012104.
7. Vladimir A. Levin, Anatoly V. Vershinin, and Konstantin M. Zingerman. Numerical analysis of propagation of nonlinear waves in prestressed solids. Modern Applied Science, 10(4):158–167, 2016
8. Numerical analysis of the stress concentration near holes originating in previously loaded viscoelastic bodies at finite strains. Vladimir A. Levin, Konstantin M. Zingerman, Anatoly V. Vershinin, Eugene I. Freiman, Anastasia V. Yangirova. International Journal of Solids and Structures. 10/2013; 50(20-21):3119-3135. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.05.019

9. Вершинин А.В., Левин В.А., Комолова Е.В., Кукушкин А.В., Улькин Д.А. “Об использовании полнофункциональной САЕ Fidesys при разработке инновационных изделий ОПК”. Научно-методический журнал Межотраслевая Информационная Служба ФГУП “ВИМИ”, 38-41 с. Выпуск 4 (165). Москва 2013
10. Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Моделирование турбулентности в расчётах сложных течений // Учебное пособие, Санкт-Петербург, Издательство Политехнического Университета, 2012, 88 с.
11. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD // DCW Industries, Inc., 1994, 460 p.
12. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, pp. 625 - 632.
13. Abe K., Kondoh T., CityplaceNagano Y. A New Turbulence Model for Predicting Fluid Flow and Heat Transfer in Separating and Reattaching flows-I. Flow Field Calculation // Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 1, 1994, pp. 139-151.
14. Lien F.S., Chen W.L., Leschziner M.A. Low Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modelling Based on Non-Linear Stress-Strain/Vorticity Relations // Engineering Turbulence Modelling and Measurements 3, Elsevier, 1996, pp. 91-100.
15. Жлуктов С. В., Аксёнов А. А., Карасёв П. И. “Моделирование ламинарно-турбулентного перехода в рамках k-epsilon подхода” Компьютерные исследования и моделирование, 2014, Том 6, № 6, с. 879-888.
16. Жлуктов С.В., Аксёнов А.А., Карасёв П.И. Моделирование отрывного течения с использованием двухпараметрической модели турбулентности // Компьютерные исследования и моделирование. — 2016. — Т. 8, №1. — С. 79-88.
17. Жлуктов С.В, Аксёнов А.А. Пристеночные функции для высокорейнольдсовых расчетов в программном комплексе FlowVision // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, №6. — С. 1221-1239.

REFERENCES

1. Aksenov A.A. 2017, “FlowVision: Industrial computational fluid dynamics”, *Computer Research and Modeling*, Vol. 9, no. 1, pp. 5-20

2. Aksenov, A.A., Zhlukto, S.V., Savitskiy, D.V., Bartenev, G.Y. & Pokhilko V.I. 2015, "Simulation of 3D flows past hypersonic vehicles in FlowVision software", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 653, no. 012072, Available at: <http://iopscience.iop.org/>
3. Markova, T.V., Aksenov, A.A., Zhlukto, S.V., Savitskiy, D.V., Gavrilov, A.D., Son, E.E. & Prokhorov, A.N. 2016, "Simulating flow around scaled model of a hypersonic vehicle in wind tunnel", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 774, no. 012095, p. 9, Available at <http://iopscience.iop.org/>
4. Levin, V.A. & Vershinin, A.V. 2015, "Nelinejnaja vychislitel'naja mehanika prochnosti. V 5 tomah. Tom 2. Chislennyye metody. Parallel'nye vychisleniya na JeVM" ["Computational structural mechanics. Volume 2. Numerical methods. Parallel computing"], FIZMATLIT Moskva
5. Morozov, E.M., Levin, V.A. & Vershinin, A.V. 2015 "Prochnostnoj analiz. Fidesys v rukah inzhenera" ["Strength analysis. Fidesys in the hands of an engineer"]. URSS, p. 408
6. Zingerman, K.M., Vershinin, A.V. & Levin V.A. 2016 "An approach for verification of finite-element analysis in nonlinear elasticity under large strains", *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 158, no. 012104
7. Levin, V.A., Vershinin, A.V. & Zingerman, K.M. "Numerical analysis of propagation of nonlinear waves in prestressed solids", *Modern Applied Science*, Vol. 10, no. 4, pp. 158–167
8. Levin, V.A., Zingerman, K.M., Vershinin, A.V., Freiman, E.I. & Yangirova A.V. 2013 "Numerical analysis of the stress concentration near holes originating in previously loaded viscoelastic bodies at finite strains", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 10, no. 50(20-21), pp. 3119-3135, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2013.05.019
9. Vershinin A.V., Levin V.A., Komolova E.V., Kukushkin A.V. & Ulkin D.A. 2013 "Use of the CAE Fidesys in the development of innovative industrial products", *Nauchno-metodicheskij zhurnal Mezhotraslevaya Informacionnaya Sluzhba FGUP "VIMI"*, Vol. 4, no. 165, pp. 38-41
10. Garbaruk, A.V., Strelets, M.Kh. & Shur, M.L. 2012, "Modelirovanie turbulentnosti v raschjotah slozhnyh techenij" ["Turbulence modeling in calculations of complex flows"], p. 88
11. Wilcox, D.C. 1994, "Turbulence modeling for CFD", *DCW Industries, Inc.*, p. 460
12. Menter, F.R., Kuntz, M. & Langtry, R. 2003 "Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model", *Turbulence, Heat and Mass*

Transfer 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, *Begell House, Inc.*, pp. 625-632.

13. Abe, K., Kondoh, T. & CityplaceNagano, Y. "A New Turbulence Model for Predicting Fluid Flow and Heat Transfer in Separating and Reattaching flows-I. Flow Field Calculation", *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, no. 1, pp. 139-151
14. Lien, F.S., Chen, W.L. & Leschziner, M.A. 1996 "Low Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modelling Based on Non-Linear Stress-Strain/Vorticity Relations", *Engineering Turbulence Modelling and Measurements 3*, Elsevier, pp. 91-100
15. Zhlukto, S.V., Aksenov, A.A. & Karasev, P.I. 2014 "Modeling of the laminar-turbulent transition in the Modeling of the laminar-turbulent transition in the framework of the k-epsilon approach", *Computer Research and Modeling*, Vol. 6, no. 6, pp. 879-888
16. Zhlukto, S.V., Aksenov & A.A., Karasev, P.I. 2016, "Modeling separated flow with use of two-equation turbulence model", *Computer Research and Modeling*, Vol. 8, no. 1, pp. 79-88
17. Zhlukto, S.V. & Aksenov, A.A. 2015, "Wall functions for high-Reynolds calculations in FlowVision software", *Computer Research and Modeling*, Vol. 7, no. 6, pp. 1221-1239

получено 22.05.2017

принято в печать 14.09.2017