

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 26. Выпуск 4.

DOI 10.22405/2226-8383-2025-26-4-33-36

Вспоминая Сергея Владимировича Востокова

М. В. Бондарко, И. Б. Фесенко

Бондарко Михаил Владимирович — доктор физико-математических наук, профессор РАН, Санкт-Петербургский государственный университет (г. Санкт-Петербург).

e-mail: m.bondarko@spbu.ru

Фесенко Иван Борисович — профессор, Уэстлейкский университет (г. Ханчжоу, Китай).

e-mail: ivan-fesenko@outlook.com

Для цитирования:

Бондарко М. В., Фесенко И. Б. Вспоминая Сергея Владимировича Востокова // Чебышевский сборник, 2025, т. 26, вып. 4, с. 33–36.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 26. No. 4.

DOI 10.22405/2226-8383-2025-26-4-33-36

To the memory of Sergei Vladimirovich Vostokov

M. V. Bondarko, I. B. Fesenko

Bondarko Mikhail Vladimirovich — doctor of physical and mathematical sciences, professor of RAS, Saint Petersburg State University (Saint-Petersburg).

e-mail: m.bondarko@spbu.ru

Fesenko Ivan Borisovich — professor, Westlake university (Hangzhou, China).

e-mail: ivan-fesenko@outlook.com

For citation:

Bondarko, M. V., Fesenko, I. B. 2025, “To the memory of Sergei Vladimirovich Vostokov”, *Chebyshevskii sbornik*, vol. 26, no. 4, pp. 33–36.

Почти вся жизнь Сергея Владимировича связана с городом на Неве. Здесь он родился, здесь окончил 222-ю школу («Петришуле»). В 1963 году С. В. Востоков поступил на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета (ЛГУ), затем там же в аспирантуру на кафедре высшей алгебры и теории чисел. В 1973 г. он защитил кандидатскую диссертацию на тему «Аддитивные модули Галуа числовых полей» под руководством З. И. Бореви́ча, в 1980 г. — докторскую диссертацию на тему «Явный закон взаимности в поле алгебраических чисел». В 1982 г. Сергей Владимирович Востоков стал профессором кафедры алгебры и теории чисел ЛГУ, а с 2015 по 2022 гг. возглавлял эту кафедру. В 2014 году С.В. Востоков был награжден высшей премией Санкт-Петербурга для математиков, премией им. П. Л. Чебышёва.

Главные научные работы С. В. Востокова посвящены теории локальных полей, одному из центральных разделов алгебраической теории чисел. Интерес к этой области сложился у него благодаря общению с З. И. Боровичем, Д. К. Фаддеевым, и И. Р. Шафаревичем. Именно под влиянием работ Шафаревича по локальным полям С. В. Востоков заинтересовался темами, ставшими центральными в его научной деятельности. В 1978 опубликована работа С. В. Востокова «Явная форма закона взаимности». В ней получена ставшая знаменитой явная формула для символа Гильберта степени p^n , в случае нечетной характеристики p поля вычетов. Его формула упростила полученную в 1950 г. явную формулу И. Р. Шафаревича. Независимо, и другим методом, эта формула была получена Х. Брюкнером. Эта работа С. В. Востокова тесно связана с решением знаменитой девятой проблемы Гильберта о явном законе взаимности, поскольку решение проблемы упирается в явные формулы для локального символа Гильберта. В случае четной характеристики поля вычетов, как обычно в теории чисел, формулы усложняются; они были получены в совместных работах с И. Б. Фесенко.

В современной литературе явную формулу Востокова часто называют символом Востокова. Этот символ содержит ключевую арифметическую информацию и задается независимо от теории полей классов, фундамента теории чисел. Явные формулы можно использовать для вывода ряда теорем теории полей классов. Простейший аналог символа Востокова, так называемый ручной символ, играет важную роль в алгебре и физике. Формула Востокова дает ответ для любой пары ненулевых элементов поля. Многие другие формулы для символа Гильберта достаточно легко выводимы из формулы Востокова.

Последующие работы С. В. Востокова распространили явные на формальные группы Любина-Тейта, и затем на группы Хонды. Полученные результаты нашли множество применений в теоретико-числовых работах, в том числе в известных работах японского математика К. Като и его учеников.¹

Наиболее впечатляющим стал факт возможности обобщения явной формулы для символа Гильберта на случай высших локальных полей. Соответствующий символ называется высшим символом Востокова. По сравнению с классической ситуацией локального поля, высший символ играет даже более важную роль для изучения структуры K -групп Милнора высших локальных полей в случае смешанной характеристики, и в высшей локальной теории полей классов. Последняя была впервые получена К. Като посредством сложных вычислений, с использованием многих результатов из алгебраической K -теории. Не используя работу Като, а применяя высший символ Востокова, С. В. Востоков и А. Н. Кириллов построили высшую теорию полей классов для куммеровских расширений высших локальных полей. Затем в общем случае И. Б. Фесенко, используя высший символ Востокова и обобщение алгоритмического метода Ю. Нойкирха в абстрактной теории полей классов, построил существенно более простым способом высшую локальную теорию полей классов.

С. В. Востоков также изучал ряд других вопросов, связанных с теорией Галуа полных дискретно нормированных полей (в том числе — локальных и многомерных). Напомним, что любая одномерная формальная группа задает структуру модуля Галуа на максимальном идеале расширения. В нескольких работах Сергей Владимирович и его соавторы рассмотрели такие модули, соответствующие различным формальным группам. Кроме того, рассматривались модульные свойства группы главных единиц, которая соответствует мультипликативной формальной группе. Но следует особо выделить аддитивные модули Галуа. Они, конечно же, соответствуют случаю аддитивной формальной группы — но такие модули определены в произвольных полях (снабженных кольцами целых — в частности, в числовых); кроме того, на них задана структура модуля над кольцом целых нижнего поля. Кольцо целых расширения Галуа числового поля изучалось как модуль Галуа еще в работах Гильберта и Нетер. Сергей Владимирович посвятил изучению аддитивных модулей Галуа свою кандидатскую диссертацию — и

¹Более подробно об этом написано в статье "Explicit reciprocity laws in the theory of local fields" в этом томе.

потом вернулся к этой тематике в 90е годы. Основой целью этого цикла работ было изучений разложений дробных идеалов расширений дедекиндовых колец (обычно — колец целых локальных полей) как модулей Галуа. Был получен ряд важных общих результатов на эту тему; в частности, доказано, что все идеалы неразложимы, если степень каждого промежуточного расширения не делит его дифференту. Отметим, что в полных дискретно нормированных полях неразложимость особенно важна, так как она влечет локальность соответствующих колец эндоморфизмов (т.н. ассоциированных порядков Галуа).

С. В. Востоков опубликовал более ста научных работ. Его монография по локальным полям (написанная в соавторстве с И. Б. Фесенко) была выпущена Американским математическим обществом в 1993г. Она получила широкое признание, и, по просьбе АМО, была переиздана (в расширенном виде) в 2002 г. Особенность книги — очень явное и конкретное описание ключевых объектов и утверждений локальной теории чисел. Книга не только стала настольной для целого поколения специалистов по теории чисел, но также приобрела популярность среди математических физиков, алгебраических топологов и многих других математиков. Три главы этой книги, о базисе Шафаревича и явных формулах, были написаны С.В. Востоковым.

Высокий научный уровень и педагогическое мастерство сочетались в Сергее Владимировиче Востокове с личным обаянием, человеческим вниманием и уважением к коллегам, ученикам и бывшим ученикам. Сергею Владимировичу как научному руководителю был свойствен глубокий личностный контакт с учениками. С. В. Востоков основал и возглавлял научную школу локальной теории чисел в Петербурге. Среди выпускников этой школы — В. Едемский, Г. Пак, И. Фесенко, Д. Бенуа, И. Жуков, А. Мадунц, П. Винник, А. Гуревич, М. Бондарко, О. Демченко, А. Зиновьев, Т. Беляева, Н. Дуров, М. Иванов, С. Афанасьева. Несколько его учеников были награждены премиями Петербургского Математического Общества. С 1998 по 2015 С. В. Востоков организовал ряд международных научных конференций по теории чисел в Эйлеровском институте Петербурга, участниками которых были более 80 ведущих математиков современности.

Сергей Владимирович Востоков уделял много сил и времени делам, связанным с математическим образованием. Ещё в 1960-ые годы С. В. был организатором первых ЛМШ (летних математических школ) при ЛГУ, принимал участие в работе кружков Юношеской математической школы, в дальнейшем — в работе ФМШ-45 (Академической гимназии СПбГУ). В 2006 г., в преддверии юбилея Эйлера, создаётся Международный благотворительный фонд поддержки математики имени Леонарда Эйлера, и С. В. Востоков становится его президентом. Запускается целый ряд программ по поддержке учёных, студентов, школьников, учителей математики. В частности, под руководством Сергея Владимировича ежегодно с 2007 г. проходила Олимпиада учителей математики Санкт-Петербурга и Ленинградской области. Сергей Владимирович активно участвовал в работе Санкт-Петербургского математического общества, и многие годы был вице-президентом Общества.

Сергей Владимирович умер 6 марта 2025, лишь немного не дожив до своего восьмидесятилетия. Вечная ему память!

Статьи этого тома, посвященные С. В. Востокову

1. D. G. Benois. Explicit reciprocity laws in the theory of local fields.
2. M. V. Bondarko, K. S. Ladny, K. I. Pimenov. Bases of associated Galois modules in general wildly ramified extensions and in elementary abelian extensions of degree p^2 .
3. А. И. Генералов, Н. С. Жамков. BV-структура на алгебре когомологий Хохшильда локальных алгебр полудиэдрального типа.
4. О. В. Демченко. Гомоморфизмы обобщённых формальных групп Хонды.

5. И. Б. Жуков, О. Ю. Иванова. О явных конструкциях расширений полных полей.
6. М. А. Кандинский, В. В. Нестеров. Неприводимые подгруппы, порожденные корневыми подгруппами, в группе $SL(n, K)$.
7. А. И. Мадунц, К. И. Пименов. Топологические свойства множеств и колец сходимости многомерного полного поля.
8. V. V. Nesterov, M. Zhang. Subgroups generated by a pair of 2-tori in $GL(4, K)$, III.
9. И. Б. Жуков, К. И. Пименов, И. Н. Фаизов. О сравнениях Гаусса и Якобшталя.
10. I. Fesenko, W. Czerniawska. Selective integration on higher adeles and the Euler characteristic of surfaces.
11. Д. А. Цибульский. Некоторые специальные случаи интерполяционной теоремы для интуиционистского исчисления предикатов

Получено: 13.06.2025

Принято в печать: 17.10.2025