

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 16. Выпуск 4.

УДК 511.9.

МАРК ЯКОВЛЕВИЧ ВЫГОДСКИЙ — МАТЕМАТИК, ИСТОРИК МАТЕМАТИКИ И ПЕДАГОГ (К 50-ЛЕТИЮ СО ДНЯ СМЕРТИ)

С. С. Демидов, С. С. Петрова, Т. А. Токарева (г. Москва)

Аннотация

Статья посвящена научной и педагогической деятельности известного советского математика, одного из основателей Советской историко-математической школы М. Я. Выгодского (1898–1965), многие годы работавшего в тульских вузах.

Ключевые слова: основания математического анализа, дифференциальная геометрия, математика Древнего Вавилона, «Начала» Евклида, математика в Москве.

Библиография: 54 названия.

MARK YAKOVLEVICH VYGODSKIY — MATHEMATICIAN, HISTORIAN OF MATHEMATICS AND TEACHER (TO THE 50 ANNIVERSARY FROM THE DATE OF DEATH)

S. S. Demidov, S. S. Petrova, T. A. Tokareva (Moscow)

Abstract

The article is dedicated to the scientific work and to the teaching activities of well-known Soviet mathematician, one of the founders of the Soviet school of the history of mathematics M. Ya. Vygodskii (1898–1965) who worked during many years in the institutes of Tula.

Keywords: foundations of mathematical analysis, differential geometry, Babylonian mathematics, “Elements” of Euclid, mathematics in Moscow.

Bibliography: 54 titles.

1. Начало творческого пути

Выдающийся историк математики и педагог, один из создателей Советской историко-математической школы, превосходный геометр и видный деятель советского математического сообщества Марк Яковлевич Выгодский родился 2 октября (20 сентября) 1898 г. в Минске. Отец его был инженером-химиком, мать учительницей музыки. В 1916 г. он закончил гимназию в городе Баку и поступил в Варшавский университет, который в ту пору оказался в Ростове-на-Дону — шла Первая мировая война и многие высшие учебные заведения, располагавшиеся в западных губерниях Российской Империи, были эвакуированы на восток. В университете Марк Яковлевич стал учеником Д. Д. Мордухай-Болтовского (1876–1952) — выдающегося математика, автора первоклассных результатов в различных областях математики, ее истории и философии. Человек левых убеждений Выгодский примкнул к большевикам и оказался активным участником развернувшейся гражданской войны. Действовать ему пришлось на территории Азербайджана [1, с. 350]¹, затем в Ростове-на-Дону, где, находясь в большевистском подполье, он служил стенографистом в штабе Деникина². Поселившись затем в Москве, он учился и в 1923 г. закончил математическое отделение Московского университета. Одновременно преподавал стенографию в Коммунистическом университете им. Я. М. Свердлова и в 1923 г. издал свою первую книгу «Курс парламентской стенографии». Преподавать математику он начал сразу после окончания университета вначале в том же Коммунистическом университете, а впоследствии и в Институте красной профессуры.

История математики — одно из главных направлений его творчества. Интерес к ней мог пробудить у него Мордухай-Болтовской. Но сама его увлеченность марксизмом была достаточным основанием для появления у него желания постигнуть математику как явление историческое. В 1926 г. он поступил в аспирантуру Научно-исследовательского института математики и механики Московского университета с намерением заняться именно историей математики. Его научным руководителем стал О. Ю. Шмидт, который кроме алгебры, которая была его математической специальностью, читал в университете курс лекций по истории естествознания, включавший лекции по истории математики, в котором пытался осмыслить процесс ее развития с марксистских позиций. Сохранился конспект его лекций — что касается истории математики, то это

¹Статья [1] Б. А. Розенфельда — одна из немногих работ об историко-математическом творчестве Марка Яковлевича. При написании настоящего очерка мы отталкивались от нее, хотя во многих случаях наши оценки оказываются диаметрально противоположными. Из других работ, посвященных Выгодскому и его творчеству, назовем [2; 3].

²Сведения, сообщенные 27 октября 1965 года на заседании Московского математического общества и механико-математического факультета МГУ, посвященном памяти Выгодского. Вступительное слово произнес А. П. Юшкевич. О различных сторонах жизни и деятельности М. Я. Выгодского рассказали С. А. Яновская, Б. А. Розенфельд, Э. Г. Позняк, И. Н. Бронштейн, А. И. Маркушевич» [4].

довольно поверхностный обзор некоторых важнейших моментов её истории с претензией на их марксистское истолкование [5, с. 145–147].

Оказавшись в окружении крупнейших математиков своего времени в нужное время и в нужном месте — а именно Московский университет стал тем центром, где в эти годы вызревали предпосылки для зарождения в 1930-е гг. одной из ведущих математических школ XX в., Советской математической школы — этот талантливый и энергичный человек поставил перед собой задачу разработки марксистской истории математики. В Московском университете, где он продолжил свою работу по окончании аспирантуры вплоть до 1948 г.³, он встретил единомышленника — С. А. Яновскую (1896–1966). В 1933 г. они организовали в университете семинар по истории математики, к руководству которым привлекли также А. П. Юшкевича (1906–1993), со временем выросшего в одного из крупнейших историков математики века. Эти три человека и создали Советскую историко-математическую школу — одну из наиболее значительных в истории математики XX столетия. Ядром этой школы стал упомянутый семинар.

Первой историко-математической работой Выгодского стала статья «Платон как математик» [6], опубликованная в «Вестнике Коммунистической академии» в 1926 г. (а затем переизданная в 1931 [7]). В этой работе он попытался доказать, что распространенное в литературе мнение о Платоне, как об одном из величайших математиков в истории человечества или по крайней мере как о вдохновителе крупнейших открытий древнегреческих математиков, является «изобретением» его философских последователей и не имеет под собой никаких оснований. Для этого Марк Яковлевич использовал изощренную аргументацию, подвергая беспощадной критике неприемлемые для его позиции факты, которые ему удавалось поставить под сомнение (а в каких исторических фактах, удаленных от нас по времени более чем на две тысячи лет и донесенных нам в пересказах пересказов, нельзя, если будет большое желание, усомниться?). При этом он вовсе не пытался использовать подобное же оружие против утверждений подтверждающих его тезис. В этом «доказательстве» его вела абсолютная уверенность в порочности «враждебных идеологических установок» и непоколебимая вера в истинность марксистского подхода⁴.

В 1929 г. во втором номере журнала «Естествознание и марксизм» Выгодский опубликовал работу «Понятие числа в его развитии» [8], в которой предложил диалектико-материалистический анализ процесса развития понятия чис-

³С перерывом на период эвакуации во время Великой Отечественной войны, когда он трудился в Алма-Ате в Казахском государственном университете.

⁴А мастерством «диалектика», способного в ходе диспута «убедительно доказать» любое утверждение, Выгодский владел в совершенстве. На упоминавшемся в сноске 2 заседании Московского математического общества, посвященном памяти Выгодского [4], А. И. Маркушевич вспоминал как они вместе ездили на поезде на работу в какой-то расположенный сравнительно недалеко от Москвы педагогический институт и Выгодский в таких переездах любил коротать время, играя в такую игру: Маркушевич должен был выбрать любой нравящийся ему тезис, тогда Выгодский брался в ходе диспута доказать противоположное.

ла. В обеих этих статьях он выступил прежде всего как идеолог. Но, будучи по природе своей и по воспитанию (еще раз напомним, что учителем его был Мордухай-Болтовской!) прежде всего исследователем, Марк Яковлевич видел своей целью построение строго научной истории развития математического знания, связывающего в единую причинно-следственную цепочку научно выверенные факты. А там, где эти факты оказывались утерянными, связь должна была реконструироваться опять же научно обоснованной интерполяцией.

Свою программу построения марксистской истории математики он изложил в докладе «Проблемы истории математики с точки зрения методологии марксизма» [9], который произнес 27 июня 1930 г. на собрании всех секций Первого Всесоюзного съезда математиков в Харькове⁵, проходившем под председательством О. Ю. Шмидта. Подвергнув сокрушительной критике методологические подходы буржуазных историков математики, стоявших на фактологических позициях и не пытавшихся осмыслить сущность историко-математических процессов или даже (что в глазах Выгодского еще хуже) предлагавших объяснять эти процессы, исходя из идеалистической теории «развития духа», Выгодский выдвинул программу исследований, в основу которых должен был быть положен единственный научный взгляд на развитие математики как на процесс, определяемый практическими потребностями общества и связанный внутренней причинной связью. Он выделил следующие задачи, стоявшие перед исследователем-марксистом:

1. установление связей между историей математики и историей культуры;
2. проблему «классовой природы математики» [9, с. 218];
3. конструирование «исторической интерполяции» в процессе развития математики в тех случаях, когда наука не располагает достаточным фактическим материалом, что происходит сплошь и рядом, тем более, если речь идет о событиях далеких эпох.

Проблему «классовой природы математики», которая «существует как таковая только для марксистов» [10, с. 42], он рассматривал тогда как центральную, ибо ее решение, по его мнению, позволяло выявить скрытые причины, управлявшие ходом процесса развития математики, и направить в научное русло производимую исследователем интерполяцию. «Именно признание решающей роли материальных факторов для направления научной деятельности людей дает нам в руки критерий для установления и проверки гипотезы, а учет влияния классовой идеологии позволяет нам отделить в свидетельских показаниях современников объективно историческое от идеологических искажений, обуславливаемых иногда и просто идеологическими мотивами. Такова в общих

⁵В «Трудах» съезда опубликовано лишь резюме доклада [9], полный текст приведен в журнале «Естествознание и марксизм» [10] и сборнике [11].

чертах постановка идеи интерполяции» [10, с. 44]. Следует заметить, что проблема «классовой природы математики», казавшаяся в то время столь актуальной и так отчетливо прозвучавшая в ранних работах Выгодского, мало помалу отошла на второй план, хотя, как нам кажется, оставалась в подтексте исследований не только Выгодского, но и многих советских историков математики, получивших воспитание в 1930–1940-х гг.⁶

Реализация подобной амбициозной программы предполагала целенаправленную широкомасштабную деятельность целого коллектива ученых, которого на тот момент еще не существовало и который еще нужно было создать. Такую задачу перед математическим сообществом мог выдвигать лишь человек, занимавший в сообществе достаточно серьезные позиции. И таким положением в начале 1930-х гг. Выгодский обладал. И прежде, чем продолжать дальнейший рассказ о Выгодском как об историке математики имеет смысл остановиться на карьерном его росте в начале 1930-х гг.

2. Начало 1930-х годов

Московская биография Марка Яковлевича началась в период, когда советское руководство лишь начинало наводить свои порядки в научной и образовательной среде. Одним из первых объектом, на который было обращено внимание партийных идеологов, стало студенчество. Из его среды изгонялись выходцы из эксплуататорских классов: был запрещен их прием в высшие учебные заведения, постоянно проводились «чистки», целью которых было исключение из числа студентов лиц, сумевших при поступлении скрыть свое «гнилое» происхождение (об этом см., например: [12]). Сложнее обстояло дело с преподавательским контингентом — подавляющее большинство преподавателей по своему духу было старорежимным. Сменить же в одночасье таких преподавателей на новых, преданных делу революции, было невозможно. Отстраняя от преподавания самых одиозных (таких как Д. Ф. Егоров [13]) и до поры до времени мирясь с теми, кто был лоялен к новой власти, необходимо было воспитывать новое поколение сотрудников Советов, что было делом времени и не такого уж малого. Тем более ценными для новой власти оказывались лица, подобные Выгодскому или, скажем, Шмидту — ученые и педагоги высшей квалификации, имевшие большевистские убеждения. Важно при этом, что эти люди, будучи превосходными специалистами, получили признание в математической среде. Так, например, Выгодского уважал и ценил сам Н. Н. Лузин (см. письма Лузина к Выгодскому: [14–16]). Число таких людей в те годы было очень невелико,

⁶Хотя говорить об этом в 1960–1970-е гг. считалось уже дурным тоном. Даже Розенфельд, исповедовавший марксизм, в статье [1], излагая содержание рассматриваемого нами доклада Выгодского и движимый стремлением подправить несколько «устаревшие» установки Выгодского, подменяет вторую из поставленных им задач (проблему классовой природы математики) задачей «установления внутренней причинной связи в истории математики» [1, с. 352].

что и объясняет их исключительную востребованность.

В сентябре 1930 г. был арестован Егоров [13] — недавний директор Научно-исследовательского института математики и механики Московского университета, действующий президент Московского математического общества и глава редакции основного математического журнала того времени — «Математического сборника». Московское математическое сообщество вступило в эпоху кризиса, все названные московские математические институты оказались под ударом. Выгодский оказался одним из наиболее видных и активных деятелей тогдашнего математического сообщества: он входил в состав президиума Всесоюзной математической ассоциации (1934–1956), руководил Институтом (1931–1932), являлся вице-президентом Общества (1932–1933), ответственным редактором (вместе с С. А. Чаплыгиным) 1 и 2 выпусков 38 тома «Математического Сборника» (1931). В 1933–1935 гг. он работал (по совместительству) в Институте истории науки и техники АН СССР в Ленинграде, наконец, занимал важные позиции в Государственном технико-теоретическом издательстве — в 1932–1933 гг. даже был главным его редактором. Обладая таким административным ресурсом, он был вправе выдвигать амбициозные программы по организации в стране историко-математических исследований и обладал возможностями способствовать их реализации.

3. Издательская деятельность в 1930-е годы

Так по линии Государственного технико-теоретического издательства он способствовал изданию переводов наиболее важных историко-математических трудов того времени. В 1932 г. в переводе П. С. Юшкевича была опубликована «История математики в древности и в средние века» выдающегося датского математика и историка математики Г. Г. Цейтена. В предисловии к ней Выгодский писал: «Читатель вправе требовать марксистской книги по истории математики. Выполнению этого требования, однако, препятствуют многие обстоятельства, и прежде всего совершенно недостаточное внимание, которое уделяется у нас истории математики... Если мы эту отсталость ликвидируем, если мы обеспечим соответствующую подготовку наших кадров, если мы обратим внимание на создание материальных предпосылок для возможности научной работы в области истории математики, то мы в ближайшее время сможем ожидать появления марксистских работ в этой области» [17, с. 9]. Высоко оценивая труд Цейтена (книги, ставшей одним из наиболее крупных достижений историко-математической мысли того времени), Выгодский посчитал необходимым сделать несколько критических замечаний. Кроме совершенно естественных для него и той эпохи замечаний идеологического характера, он указал на некоторые чисто историко-научные просчеты. Особенно он подчеркнул излишнюю модернизацию идей античных авторов: «Гораздо более серьезным недостатком книги является то обстоятельство, что очень часто автор заходит слишком далеко в

модернизации изложения» [17, с. 8].

В следующем 1933 г. в переводе П. С. Новикова появилась служившая продолжением предыдущего труда книга Цейтена «История математики в XVI и XVII веках» [18]. Как значится на титуле: обработка, примечания и предисловие принадлежали Выгодскому.

В итоге советский читатель получил в свое распоряжение наилучшее к тому времени руководство по истории математики с древности вплоть до начала XVIII в. А так как изложение Цейтена, как уже отмечалось выше, страдало излишней модернизацией, то для читателя, начинающего изучать историю математики, было необходимо знакомство с подлинными текстами. Этой цели служила выпущенная по инициативе Выгодского⁷ в 1932–1934 гг. «Хрестоматия по истории математики» Г. Вилейтнера в четырех отдельных выпусках (второе издание уже в одной книжке увидело свет уже в 1935 г.). Перевод был выполнен П. С. и А. П. Юшкевичами. В предисловии Выгодского читаем: «Только изучение подлинников дает знание действительных связей, имевших место между математическим творчеством и обуславливающими его внешними факторами, только ознакомление с произведениями классиков математики может дать глубокое понимание метода и стиля эпохи, только изучение документов дает гарантию объективности и предохраняет против субъективных построений и обобщений историка» [20, с. 7].

В 1937 г. в свет вышла первая часть «Лекций о развитии математики в XIX столетии» Ф. Клейна (перевод Б. Лившица, А. Лопшица, Ю. Рабиновича и Л. Тумермана) с предисловием Выгодского [21]. Эта замечательная книга была тогда возможно единственным серьезным историческим сочинением о математике конца XVIII–XIX вв. Написанная не просто историком математики (а Клейн демонстрирует удивительный дар в этой области), но и свидетелем и участником многих из важнейших событий в математике последней трети XIX — начала XX столетия, книга эта, по мысли Выгодского, должна инициировать коллективную работу советских историков над проблемами истории математики новейшего времени. Такая работа развернулась уже в послевоенное время и под руководством А. П. Юшкевича приобрела систематический характер в 1960–1970-е гг.

Наконец, в 1937 г. появился сделанный С. Я. Лурье перевод первого тома «Лекций по истории античных математических наук» Отто Нейгебауэра, подытожившего полученные к тому времени результаты по расшифровке древнеегипетских (В. В. Струве и др.) и вавилонских клинописных (прежде всего самого Нейгебауэра) текстов. Эти результаты, совершенно изменившие представления о математике Древности, стали достоянием советского читателя и положили начало систематическим исследованиям соответствующих вопросов отечественными учеными. Хотя в самой книге имя Выгодского не присутствует, вряд ли можно сомневаться в том, что он приложил руку и к ее изданию.

⁷См. предисловие А. П. Юшкевича к книге [19].

На появление этой книги он отреагировал обстоятельной рецензией в «Успехах математических наук» [22]. Для него самого математика Древнего Вавилона стала одним из центральных направлений исследований.

Хорошо подобранная библиотека современных книг по истории математики стала одним из оснований для воспитания первого поколения советских историков математики.

Другим важным предприятием, способствовавшим успешному становлению Советской школы истории математики, стала развернутая Марком Яковлевичем работа по изданию сочинений классиков математической мысли. К этой деятельности он привлек лучшие научные силы того времени: среди них С. Я. Лурье, Д. Д. Мордухай-Болтовской, П. С. и А. П. Юшкевичи. И, конечно, что было для него естественным, многое в этих трудах он взял на себя. В 1935 г. в переводе Г.Н. Свешникова была издана «Новая стереометрия винных бочек» И. Кеплера, к которой он написал вступительную статью «Иоганн Кеплер и его научная деятельность» [23]. Труд Кеплера для Выгодского — важнейшее звено в цепочке открытий, приведших к созданию дифференциального и интегрального исчисления. Основной линией в истории создания анализа, как считал Выгодский, было развитие атомистических методов, восходящих к Демокриту. Именно этими методами, полагал он, руководствовался Архимед (основанием для такого утверждения служило ему архимедово послание о методе к Эратосфену), именно эту архимедову традицию развивал Кеплер. Метод же исчерпывания по Выгодскому лишь метод обоснования, не имевший сравнимой с атомизмом созидательной силы (в этом пункте он нашел серьезных оппонентов, самым авторитетным из которых был Юшкевич).

В 1936 г. свет увидел труд Г. Монжа «Приложение анализа к геометрии». Перевод был выполнен под его редакцией В.А. Гуковской. Выгодский выступил автором вступительной статьи «Возникновение дифференциальной геометрии» [24] — превосходного очерка начального этапа развития дисциплины, а также обширного более чем 100-страничного комментария к тексту Монжа. Анализируя процесс возникновения и первые этапы истории новой дисциплины, к слову сказать — основной математической специальности самого Выгодского, он выделял прикладную проблематику, которая, по его мысли, определяла основную направленность процесса развития теории. В этом отношении деятельность Монжа, великого математика и прикладника, служила ему идеальным поводом. Как это свойственно Выгодскому, сам процесс рассматривался в широком социокультурном контексте. В то же время его трактовка давалась в связи с развитием анализа бесконечно малых — с проблемой, ставшей одной из главных в его творчестве. Он писал: «само появление анализа бесконечно малых было вызвано, если не исключительно, то в очень большой степени, предшествующим развитием дифференциальной геометрии, точнее, дифференциальной геометрии плоских кривых, и очень характерно, что первый учебник дифференциального исчисления был назван автором его Лопиталем: „Анализ бесконечно малых для понимания (теории) кривых линий“» [24, с. 9].

4. Л. Эйлер и основания математического анализа

Следующим шагом в изучении Выгодским истории оснований математического анализа должен был стать XVIII век, где ключевой фигурой выступал Л. Эйлер. Его творчество стало объектом напряженного внимания Марка Яковлевича и оставалось таковым на протяжении всей его жизни. В 1949 г. он опубликовал свой перевод эйлеровского «Дифференциального исчисления». Этому переводу он предпослал «Вступительное слово» [25], в котором дал очерк развития исчисления до Эйлера, охарактеризовал историческую обстановку, в которой писалась книга, и отношение ее автора к предшественникам, наконец, достаточно подробно описал ее содержание, отмечая в тех случаях, когда это оказывалось необходимым, отличительные черты эйлеровского стиля. В этом очерке Выгодский предложил свой ответ на вопрос о том, почему математики XVIII века, в том числе Эйлер, не вступили на тот путь, который проложили в следующем столетии Гаусс, Больцано, Абель и Коши. Он пишет, что никому из математиков XVIII столетия «не удалось создать действующего аппарата, который мог бы выдержать логическую критику» [25, с. 7] оппонентов, хотя попыток такого рода было предпринято немало. «Чтобы понять, почему упомянутые попытки не достигали цели, мы должны, обратить внимание на то, что математика XVIII в. имела своеобразный идеал строгости.

Этот идеал отнюдь не совпадал с античным, с позиций которого исходила философская критика (Беркли и пр. — С. Д., С. П., Т. Т.) и на почве которого еще пытались удержаться некоторые математики XVII в. . . Практическая устремленность математики XVIII в. не могла мириться с этой прокрустовой манерой древних. На создание нового формального аппарата, который мог бы охватить новый круг вопросов науки о природе, было в то время делом непосильным: слишком мало было исследовано идейное содержание обширного и каждодневно увеличивающегося материала математических фактов. К тому же на математике не могла не отразиться основная тенденция философии XVIII в. Ведь материализм XVIII в. исходил из предпосылки, что содержание всякого мышления и знания происходит из чувственного опыта.

Вот почему формальной критике анализа бесконечно малых математики XVIII в. противопоставляли апелляции к природе и ее законам, разумеется, в том метафизическом понимании последних, которое было присуще этой эпохе.

Таким образом, если античный идеал строгости состоял в согласованности рассуждений с установившимися формальными нормами, то идеал строгости в XVIII в. состоял в согласованности с законами природы» [25, с. 15–16].

Мнение Выгодского подтверждается и современным анализом материалов знаменитой дискуссии XVIII в. о колебании струны. Этот анализ показывает (см., например: [26]), что математики того времени (и Эйлер в том числе) не отделяли своего восприятия физической реальности (чувственного опыта) от того, что мы называем ее математической моделью. В их представлении они существуют слитно. То что для одного и того же физического объекта (например,

колеблющейся струны) можно предложить различные математические модели (дифференциальное уравнение Даламбера или соответствующее интегральное уравнение) никому вроде даже не приходило в голову. Поэтому и оказывалось возможным в споре прибегать как к аргументам математическим, так и чисто физическим.⁸

Очерк Выгодского стал событием в русском эйлероведении, и вместе с самим переводом может быть рассмотрен как важное достижение в изучении наследия великого мастера. Некоторые высказанные Выгодским оценки его творчества вызвали возражения. Так взгляд на Эйлера-математика как на эмпирика, сформулированный во «Вступительном слове» [25, с. 23], стал объектом критики А. П. Юшкевича.⁹ В 1956 г. вышел осуществленный Выгодским в сотрудничестве с Лурье перевод первого тома эйлеровского «Интегрального исчисления», к которому он также написал предисловие [28].¹⁰

Результаты, полученные Марком Яковлевичем в изучении достижений Эйлера в области дифференциального и интегрального исчисления — его переводы, а также анализ трудов великого ученого — стали одной из вершин его творчества. Главное, что интересовало Выгодского — основания анализа в понимании Эйлера, формировавшиеся в ходе конкретных его исследований, их связь с идеями предшественников и современников, характер их зависимости от внешних (прежде всего мировоззренческих) факторов. Эти результаты стали подлинными образцами для отечественных исследователей, только приступавших к изучению истории математического анализа. Его полемика по целому ряду вопросов, связанных с творчеством Эйлера, с крупнейшим знатоком вопроса Юшкевичем составила одну из наиболее ярких страниц в отечественной историко-математической мысли.

5. Математика в Древности

Выступив страстным пропагандистом истории математики как предмета ис-

⁸Решающим аргументом в споре оставалась для Эйлера его интуиция, которой он безраздельно доверял. Поэтому, несмотря на совершенно, казалось бы, очевидные возражения оппонентов (Ж. Даламбера и пр.) о некорректности утверждения Эйлера о том, что формула Даламбера дает решение задачи и в случае, когда у функции, задающей начальную форму струны, терпит разрыв не только вторая, но даже первая производная, совершенно его не трогали. Позволяя себе несколько уточнить слова Выгодского, мы бы сказали — для Эйлера строгое математическое рассуждение в принципе не может оказаться в противоречии с законами природы; поэтому, когда наличный математический аппарат не позволяет еще осуществить построение строго, мы вправе опереться на чувственный опыт.

⁹Полемизуя с утверждением Выгодского, что для Эйлера «неполная индукция вполне убедительна», Юшкевич писал [27, с. 112], что «неполная индукция, вопреки мнению М. Я. Выгодского, была для Эйлера не приемом точного математического доказательства, но только средством математического поиска».

¹⁰Издание «Интегрального исчисления» было завершено И. Б. Погребыским (2 том, 1957) и Ф. И. Франклем (3 том, 1958).

-следований и как важной составной части математического образования, предложив соответствующую эпохе программу исследований по истории математики, начав осуществление перевода на русский лучших современных книг по истории математики, а также перевода и издания сочинений классиков математической мысли, наконец, организовав вместе с Яновской семинар по истории математики в Московском университете, Выгодский, как мы уже говорили выше, выступил одним из создателей ставшей впоследствии всемирно известной Советской историко-математической школы. К ее наивысшим достижениям, кроме уже затронутых нами его работ по истории оснований дифференциального и интегрального исчисления и дифференциальной геометрии, следует отнести также его исследования о математике в Древности.

К изучению математики Древнего Вавилона он обратился во второй половине 1930-х гг. Именно эта тематика стала предметом его докторской диссертации, защищенной в 1940 г. и опубликованной в «Успехах математических наук» в 1940–1941 гг. [29]. Тщательный анализ клинописных текстов стал основанием для создания оригинальной картины развития вавилонской математики, питаемой задачами, возникавшими в хозяйственной жизни древних государств. Согласно Выгодскому, именно многообразие практических задач вычислительного характера стало той питательной почвой, на которой и выросла древне-вавилонская математическая традиция. Критикуя Нейгебауэра в целом ряде принципиальных моментов, Выгодский предлагал собственные, как правило, чрезвычайно остроумные, решения. Так он выдвинул собственную очень интересную гипотезу истории построения вавилонянами таблиц умножения. В противоположность Нейгебауэру, объяснение которого он подверг основательной критике, Выгодский предположил, что первоначальные таблицы состояли из произведений только на единицы и круглые десятки. Считая некоторые реконструкции Нейгебауэра излишней модернизацией (например, решения ряда линейных задач), он предложил свои чисто арифметические их истолкования. Этот цикл исследований он подытожил в монографии «Арифметика и алгебра в древнем мире» [30], увидевшей свет в 1941 г.

К сожалению, вышло так, что большая часть тиража этой книги, погибла в блокадном Ленинграде, где она печаталась, и книга сразу стала библиографической редкостью. В конце жизни Выгодский работал над подготовкой второго издания, которое вышло, однако, лишь после его смерти — в 1967 г. В 1959 г. в XII выпуске «Историко-математических исследований» была опубликована статья о знаке нуля в вавилонской нумерации [31].

В центре внимания Выгодского всегда оставались евклидовы «Начала», переводом которых занялся его учитель — Мордухай-Болтовской. Перевод [32] вышел при его редакционном участии в 1948–1950 гг. Одновременно в первом выпуске «Историко-математических исследований» появилась его статья «„Начала“ Евклида» [33], в которой само содержание евклидова труда ставилось в связь с философской ориентацией великого автора. Отсутствие в энциклопедическом компендиуме ряда важных античных теорий (и, конечно, восходящих к

Демокриту атомистических теорий, столь высоко ценимых Марком Яковлеви-чем) объяснялось платонизмом Евклида.

Установка Выгодского, исследователя античной математики, на первоисточник выглядела бы ущербной без знания им древних языков. Древнегреческий и латынь были знакомы ему с гимназических времен. Оказавшись в эвакуации в Алма-Ате, он начал заниматься математикой средневекового Востока и приступил к изучению арабского. Под его руководством его среднеазиатские ученики начали разработку средневековой тематики: преподавание математики в среднеазиатских медресе (Х. Мухамедиев), коммерческая арифметика в арабских школах (М. И. Медовой). В диссертации последнего содержалось важное историко-математическое открытие — появление отрицательных чисел на арабском Востоке: у математика IX в. Абу-л-Вафы. В последние годы своей жизни Выгодский руководил диссертацией о математических методах в «Оп-тике» Ибн-ал-Хайсама (Альхазена, X–XI вв.). Широкий диапазон интересов и исследований делал возможным написание им таких работ как «Происхождение „правила двух ложных положений“» [34], опубликованной в 1960 году.

6. Математика в России

Идея организации издания, в котором могли бы публиковаться оригиналь-ные работы советских историков математики, начала активно обсуждаться на семинаре по истории математики Московского университета еще в довоенные годы. Но к ее реализации удалось приступить лишь в конце 1940-х: в 1948 г. увидел свет опубликованный Гостехиздатом под редакцией Г. Ф. Рыбкина и А. П. Юшкевича первый выпуск «Историко-математических исследований» [35]. На его титульной странице значилось — «Труды семинара МГУ по ис-тории математики». И совершенно естественным было открыть новое издание разделом, посвященным развитию математики в Московском университете: это были статьи П. С. Александрова, Б. В. Гнеденко, В. В. Степанова «Математика в Московском университете в XX веке (до 1940 г.)» [35, с. 9–42], А. П. Юшкевича «Математика в Московском университете за первые сто лет его существования» [35, с. 43–140] и М. Я. Выгодского «Математика и ее деятели в Московском уни-верситете во второй половине XIX в.» [35, с. 141–183]. По существу, эти статьи положили начала комплексному исследованию проблемы развития математики в стране в XIX–XX вв. На долю Марка Яковлевича выпала задача раскрыть со-держание одного из наиболее сложных периодов, в который Москва из матема-тической провинции трансформировалась в серьезный по европейским меркам математический центр: с конца 1830-х гг. до времени, предшествовавшего за-рождению Московской школы теории функций. Вступив на целину, Выгодский написал труд [35, с. 141–183], в котором дал первый в историко-математической литературе анализ становления этого центра от исследований Н. Д. Брашмана и А. Ю. Давидова до исследований по прикладной математике Н. Е. Жуковского

и его учеников, по дифференциальной геометрии последователей К. М. Петерсона. Конечно, не все в очерке Выгодского (явившемся первой попыткой исследовать этот вопрос) рассмотрено с должной полнотой — так незаслуженно малое место уделено в нем Н. Е. Зернову. Многие в этом труде продиктовано идеологическими пристрастиями автора — дается полностью негативная оценка деятельности Московской философско-математической школы (в частности, философским идеям Н. В. Бугаева и его аритмологии¹¹), абсолютно черным цветом окрашивается фигура П. А. Некрасова¹². Однако это, повторяем, был первый опыт исторического изучения этого периода. И все последующие исследователи, начиная с С. А. Яновской и И. И. Лихолетова вплоть до «Истории математики в России до 1917 г.» [27] А. П. Юшкевича, на него опирались и от него отталкивались. Этот труд с живым интересом читается и широко используется и сегодня.

7. Выгодский-геометр

Основной математической специальностью Выгодского была дифференциальная геометрия. Емкую характеристику его геометрических исследований дал Э. Г. Позняк в докладе на уже упоминавшемся заседании памяти Марка Яковлевича Московского математического общества, содержание которого было воспроизведено в статье [2]¹³: «Марк Яковлевич Выгодский был также творчески активным геометром. То стремление к ясности, которое характерно для исторических работ Марка Яковлевича, с особой силой проявилось в его геометрических работах. Они относятся в основном к дифференциальной геометрии — разделу геометрии, который развивается главным образом с помощью аналитических методов. Дифференциально-геометрические работы М. Я. Выгодского, наоборот, основаны на применении наглядных синтетических методов. О значении этих методов Марк Яковлевич сделал специальный доклад на Втором Всесоюзном математическом съезде «О синтетических доказательствах в дифференциальной геометрии» [36]. Особенно важной является работа Марка Яковлевича «О замкнутых линиях с заданной индикатрисой касательных» [37]. Здесь он находит очень простое условие того, чтобы данная сферическая кривая являлась индикатрисой касательных замкнутой пространственной кривой.

¹¹В результате Выгодский проходит мимо его идеи о необходимости средоточения исследований на изучении разрывных (прерывных у Бугаева) функции, сыгравшей важную роль в избрании его учениками новой тематики своих исследований — теории функций действительного переменного.

¹²Это контрастирует с его положительной оценкой деятельности идеологически близкого к Некрасову Л. К. Лахтина.

¹³Говоря о том, что автором этого фрагмента статьи [2] являлся Позняк, мы основываемся на том факте, что его содержание повторяет сказанное им осенью 1965 г. на уже упоминавшемся заседании Московского математического общества, посвященном памяти Выгодского [4].

С помощью изящных синтетических рассуждений М. Я. Выгодский показывает необходимое и достаточное условие этого: данная сферическая кривая не уместается ни на одной полусфере» [2, с. 205].

На применении синтетических рассуждений основана и его книга «Дифференциальная геометрия» (1949) [38], которую он посвятил памяти сына Льва Марковича, погибшего 20 января 1944 г. в боях под Витебском. Вот что написал о ней в своей рецензии П. К. Рашевский: «Но если, по нашему мнению, нельзя требовать от каждого изучающего дифференциальную геометрию столь глубокого и детального знания ее синтетической стороны, то для любителя геометрии книга М. Я. Выгодского, написанная с тонким пониманием геометрической сущности дела, с большим педагогическим мастерством и в то же время достаточно строго, послужит полезным и увлекательным руководством. Эта книга будет развивать и воспитывать геометрическую мысль молодого читателя и содействовать дальнейшему подъему геометрической культуры в нашей стране» [39, с. 234]. Читая эту оценку, данную книге выдающимся геометром, мы не должны упускать из вида его необычайную требовательность и свойственную ему скупость на похвалу. Особенно подчеркнем отмеченное им педагогическое мастерство Выгодского, ибо мы переходим именно к этой стороне его творчества.

8. Выгодский-педагог

В многообразной педагогической деятельности Выгодского оригинальным образом преломилась историко-математическая составляющая его творчества. Характерной чертой его курсов, учебников и справочников стала их насыщенность историческими материалами. Как считал Выгодский, правильное использование этих материалов в педагогической практике служит, во-первых, формированию у учащегося представления о связи изучаемой абстрактной теории с жизненной практикой — история понятия или метода приводит, как правило, к конкретной практической задаче, решение которой и вызвала их к жизни. Во-вторых, подчас, с чисто педагогической точки зрения, более оправдано начинать изложение теории не с той законченной формы, к какой ее привел длительный ход исторического развития, но приступать к рассказу о ней, следуя логике этого развития — начиная с первоначальной ее формы — пусть с современной точки зрения нестройной, но более понятной учащемуся.

Так был построен его курс дифференциального и интегрального исчисления, который он начал читать в технических вузах Москвы в начале тридцатых годов и который нашел отражение в его оригинальном учебнике «Основы исчисления бесконечно малых» [40], опубликованном в 1931–1933 гг. тремя изданиями. В предисловии к нему Выгодский писал: «Точка зрения, положенная в основу настоящего руководства, состоит в том, что учащийся должен быть введен в изучение анализа через ознакомление с его основными понятиями в той

их стадии, в которой они непосредственно возникают из потребностей практики. Логическое уточнение и очищение этих понятий должно быть последующим моментом, на первых порах моментом второстепенным.

Иными словами, я делаю здесь попытку заменить схему формально-логическую схемой исторической или, если угодно, историко-логической. . .

Основные понятия анализа выступают в их развитии. Это означает отказ от традиции предпосылать анализу бесконечно-малых его логическую базу — теорию пределов. . .

Уничтожается резкое разграничение дифференциального исчисления от интегрального. При этом отправной точкой является не задача дифференцирования, а задача интегрирования. Этим не только восстанавливается историческая последовательность, но — что особенно важно — раскрывается сразу гораздо более широкое поле применения бесконечно-малых» [40, с. 5]. И хотя, как писал сам Выгодский, его эксперимент оказался удачным — студенты лучше усваивали курс, он так и остался экспериментом. Курс понравился Лузину и сам учебник и возникшая между ними по этому поводу переписка вписались в предысторию нестандартного анализа (см.: [14]).

История математики несет смысловую нагрузку и в его знаменитых справочниках: «Справочнике по элементарной математике» (1-е изд. 1941 г.) [41] и «Справочнике по высшей математике» (1-е изд. 1956 г.) [42]. Эти справочники, выдержавшие бесчисленное количество изданий и переведенные на многие языки, являются, как писал Розенфельд, «не простыми справочниками, а учебными пособиями нового типа, очень полезными при самостоятельном изучении математики» [1, с. 360]. Исторический материал позволял не только получить информацию об интересующем пользователя понятии, но и представление о том, как оно возникло из практики¹⁴. Размеры контингента пользователей этих справочников не поддаются оценке — их можно найти в открытом доступе и в лучших специализированных математических библиотеках мира (например, в библиотеке Института Анри Пуанкаре в Париже) и в скромной школьной библиотеке, затерявшейся на просторах бывшего Советского Союза.

Как мы уже говорили, построение курса математического анализа, предложенное Выгодским в его учебнике «Основы исчисления бесконечно малых» [40], не прижилось. Основной причиной этого, на наш взгляд, было то, что подобный курс для своей полной реализации требовал большого числа часов, которое выбивалось за рамки утверждаемых Наркоматом просвещения программ. К тому же чтение такого курса предполагало достаточно высокую историко-математическую культуру лектора, что было тогда (да остается и по сию пору) большой редкостью.

В итоге Выгодскому пришлось приспособлять свои курсы под общий стандарт. А читать их ему пришлось, по причинам, к которым мы еще вернемся, в провинциальных (прежде всего тульских) педагогических и технических учеб-

¹⁴В большей степени это относится к «Справочнику по элементарной математике» [41].

ных заведениях. Контингент его студентов в основной своей массе имел достаточно слабую математическую подготовку. И именно на такого студента были с самого начала (с его книги [40]) ориентированы его курсы. Как мы уже говорили, авторским знаком для его лекций всегда оставалась историческая компонента изложения: «... сознательное усвоение математических идей чрезвычайно облегчается при ознакомлении с обстоятельствами их зарождения и развития» [42, с. 16].

Курсы Выгодского предназначались для широкой аудитории учащейся молодежи — от студентов ремесленных, железнодорожных и горнопромышленных училищ и техникумов до студентов технических вузов [43–50]. Важной особенностью учебников (равно как и справочников) Выгодского, как не уставал подчеркивать он сам, было то, что они могли служить и целям самообразования. Каждое из появлявшихся его руководств и справочников оказывалось чрезвычайно востребованным. Он получал массу писем от своих читателей из разных уголков страны и из-за рубежа. Полученные замечания читателей он пытался учитывать при переизданиях своих книг. Но с изданием достаточно полного курса высшей математики, отвечающего его собственным требованиям и вобравшего его многообразный опыт, Выгодский, стремившийся отработать каждую его деталь, не спешил.

Первый том «Основ высшей математики», посвященный аналитической геометрии, он издал только в 1963 году [51]. Предлагаемый курс был составлен «применительно к действующей программе по основному курсу высшей математики механико-машиностроительных высших технических учебных заведений и специально предназначен для студентов, обучающихся заочно. Поэтому здесь уделено особое внимание примерам, поясняющим теоретические выводы, а зачастую и предваряющим последние» [51, с. 9]. За предисловием следуют «Советы учащимся», в которых Выгодский поясняет — каким образом следует изучать курс: «при изучении каждого параграфа надо, прежде всего, с полной отчетливостью уяснить смысл каждого определения... каждой формулы, каждого правила. Доказывать что-либо можно лишь тогда, когда знаешь, что именно доказывается... Чтобы уяснить смысл предложения, непременно надо рассмотреть ряд примеров; достаточное их число подробно излагается в каждом параграфе... После каждых двух-трех параграфов в книге помещены задачи для самостоятельного решения. Обычно половина их (первые по счету) служат для самопроверки... Но разобраться в материале еще мало, надо овладеть им, то есть научиться его применять. Этой цели служат дальнейшие задачи» [51, с. 11].

Кроме обычного для каждого курса высшей математики материала по аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, в книгу включены разделы по векторной алгебре, теории определителей и систем линейных уравнений, а также теории матриц.

Следующий том «Основ высшей математики», посвященный дифференциальному исчислению, увидел свет в 1965 году [52]. «Как и первый выпуск...

этот учебник дифференциального исчисления предназначен в первую очередь для студентов-заочников. Как и в первом выпуске, — писал автор в предисловии [52, с. 9], — здесь особое внимание уделено подробным пояснениям и примерам, а достаточное количество задач для самостоятельного решения, снабженных соответствующими указаниями, устраняет необходимость в особых сборниках задач и в дополнительных „методических указаниях“.

К сожалению, третий том, который должен был быть посвящен интегральному исчислению так и не был закончен — автор ушел из жизни в ходе работ по его подготовке.

9. Конец творческого пути

Внимательный читатель безусловно заметил, что если первая половина 1930-х гг. была для Марка Яковлевича периодом расцвета не только научной, но и педагогической, издательской и общественной деятельности, то последующие годы в нашем изложении отмечены лишь изданием книг и научными результатами. Тому есть очень веская причина, кроющаяся в событиях нашей истории 1930-х гг. Менялась политическая обстановка в Европе. В Германии укреплял свои позиции нацизм. Приближалась Вторая мировая война. В нашей стране укреплялась система, выстраиваемая И. В. Сталиным. Нарастал вал политических репрессий. Не миновали они и науку, в том числе и математику.

В 1930–1931 гг. развязалась кампания борьбы с егоровщиной, в 1936 разразилось «дело академика Лузина». Выгодский в начале этого периода — личность в сообществе очень заметная. Такие люди часто становятся мишенью разного рода интриг, в этот период интриг с политическим подтекстом. «Доброжелатели» Выгодского выкопали такой факт его биографии — во время гражданской войны по заданию партии он работал в Ростове-на-Дону в большевистском подполье: как мы уже говорили, работал стенографом в штабе генерала Деникина. Все участники подполья, кроме Выгодского, были схвачены и уничтожены. И вот, уже спустя добрых 15 лет, его вдруг начали обвинять в том, что именно он оказался тем провокатором, который стал виновником провала ростовского подполья. Впрочем, никаких доказательств у обвинителей не было и поначалу все атаки ему удавалось отбить, хотя положение его и пошатнулось.

Но радоваться было рано. В 1934 г. Выгодский по планам ленинградского Института истории науки и техники АН СССР выпустил книгу «Галилей и инквизиция. Часть 1. Запрет пифагорейского учения» [53], в которой доказывал, что укоренившаяся в литературе легенда о борьбе Галилея с католической церковью и героическое заявление суду инквизиции «И все-таки она вертится!» являются не более чем мифом. Что на самом деле он оставался верным сыном церкви и пытался утвердить систему Коперника не в борьбе с ней, но в сотрудничестве.

И хотя книгу приветствовал замечательной рецензией С. И. Вавилов, многим из партийных идеологов такая трактовка известного исторического эпизода пришлась не по вкусу. Начались нападки в прессе. Однако и эти нападки, скорее всего не стали бы для Выгодского фатальными, если бы в дело не «вмешалась» сама католическая церковь. Книга получила положительную оценку папского престола¹⁵, что до конца раскрыло «подлинное лицо» Выгодского.

В 1935 г. он был исключен из партии «как оторвавшийся от партийной жизни и в своих работах протаскивающий чуждые марксизму взгляды». Разумеется, он немедленно был удален со всех руководящих постов. Отныне он был человеком, который в каждой анкете в соответствующей графе должен был указывать: исключен из партии и обозначать причину исключения. В реалиях советской жизни он становился человеком, пораженным в правах¹⁶. И эта «черная метка» преследовала его всю жизнь. Он был вынужден оставить механико-математический факультет Московского университета и в 1952 г. переехать в Тулу, где до самого выхода на пенсию в 1960 г. работал профессором Тульского педагогического института. С 1963 г. и до самой смерти он состоял профессором-консультантом Тульского горного института.

Очень емкую характеристику Марка Яковлевича содержит статья И. Н. Бронштейна, А. И. Маркушевича, Э. Г. Позняка, Б. А. Розенфельда и А. П. Юшкевича — людей хорошо его знавших¹⁷ и высоко ценивших — написанная ко второй годовщине со дня его кончины: «Ко всему, чем занимался Марк Яковлевич Выгодский — общественной деятельностью, научной работой по истории математики и геометрии, преподаванием, работой над учебниками и справочниками, организационной работой — он относился с исключительной принципиальностью и темпераментом. Этот страстный полемист был также остроумнейшим и весьма благожелательным собеседником и прежде всего — веселым и очень добрым человеком» [2, с. 206].

Умер Марк Яковлевич 26 сентября 1965 года в Пятигорске, куда отправился на отдых.

По воспоминаниям друзей, ничто осенью этого года не предвещало смерти (впрочем, врачи не рекомендовали ему ехать на юг). Он был полон энергии и

¹⁵На заседании Московского математического общества, посвященного памяти Выгодского, говорили даже о медали Папской академии, которая была присуждена ему за эту книгу. К сожалению, никаких документальных подтверждений этому пока мы не имеем.

¹⁶После XX съезда КПСС Выгодскому было предложено восстановить членство в партии. Сделать это он отказался: если партийные функционеры считают его исключение ошибочным, пусть сами обеспокоятся его восстановлением. Сам он просить об этом не собирался.

¹⁷К сожалению, авторы статьи, хотя и застали Марка Яковлевича в живых, не были близко с ним знакомы. В их памяти остались только его резкие полемические выступления по некоторым докладам на семинаре по истории математики и механики в МГУ, на которых он появлялся в 1960-е гг. очень редко, и на математической секции одной из Всесоюзных конференций по истории физико-математических наук, которая заседала в аудитории 16–24 Главного здания МГУ. Легкий, рыжеватый и чрезвычайно остроумный человек с лежащей рядом с ним коробкой папирос «Казбек».

творческих планов: работал над третьим томом «Основ высшей математики», готовил к переизданию «Арифметику и алгебру в Древнем мире»...

Похоронен Марк Яковлевич в Москве на Новодевичьем кладбище, где на его надгробии выгравированы слова, заимствованные из одного его письма: «Я не могу не думать о том, о чем думают мои ученики».

10. Заключение

Казалось бы судьба не благоволила к Марку Яковлевичу — отпущенные ему Богом таланты не были реализованы в полной мере. Слишком много сил потребовали от него и борьба с направленными против него идеологическими атаками 1930-х гг., и сложности последующей жизни в тоталитарном обществе с клеймом «исключенного из партии». Однако такой уж был непростой век. А в такие времена все могло оказаться и куда печальнее. Он мог стать и жертвой разгрома ростовского подполья, и (не будь изгнанным в 1933 г. с поста главного редактора Гостехиздата) мог разделить судьбу своего преемника на этом посту С. Е. Аршона, павшего жертвой следующей волны репрессий, оказавшейся куда более сокрушительной [54]. Драматические 1930-е гг. предоставляли старым членам партии немалый выбор вариантов бесславной кончины. Изгнанный же из партии, отставленный с ведущих позиций он перестал быть привлекательной жертвой для атак не дремлющих «псов революции».

Не будем, однако, перебирать возможные трагические повороты, которые могла бы еще сделать жизнь Марка Яковлевича — вернемся к реальной истории. Начиная с 1950-х гг. его творческая деятельность протекала уже вдали от механико-математического факультета Московского университета¹⁸. И так как возможности выбора учеников (а преподавал он по большей части либо будущим учителям, либо инженерам) были у него очень ограничены, главным направлением его педагогической деятельности стало, как мы уже сказали выше, воспитание грамотных инженеров и учителей.

Тем не менее за свою жизнь он вырастил ряд превосходных историков математики, среди которых такие известные ученые как Ф. Д. Крамар или В. И. Антропова¹⁹.

Можно, однако, не впадая в преувеличение, сказать, что все советские историки математики были учениками Марка Яковлевича Выгодского. Они воспитывались на его замечательных работах и идеях Советской школы историков математики, одним из создателей и классиков которой он был.

¹⁸Свою историко-математическую библиотеку Марк Яковлевич завещал Кабинету истории математики и механики механико-математического факультета, где она и хранится: на каждой книге экслибрис — его литографированная подпись.

¹⁹Оба — его алма-атинские студенты. Крамар оказался в Алма-Ате после тяжелого ранения, и сначала Выгодскому приходилось заниматься с ним в военном госпитале.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розенфельд Б. А. Марк Яковлевич Выгодский и его работы по истории математики // М. Я. Выгодский. Арифметика и алгебра в Древнем мире. Изд. 2-е. М., 1967. С. 350–362.
2. Бронштейн И. Н., Маркушевич А. И., Позняк Э. Г., Розенфельд Б. А., Юшкевич А. П. Памяти Марка Яковлевича Выгодского // Успехи математических наук. 1967. Т. 22, вып. 5(137). С. 203–206.
3. Youshkevitch A. P. Mark Yakovlevich Vygodsky // Archives Internationales d'Histoire des Sciences. 1966. Vol. 19. №76. P. 271–272.
4. Заседания Московского математического общества // Успехи математических наук. 1966. Т. XXI, вып. 2(128). С. 219.
5. Дубовицкая М. А. Деятельность О.Ю. Шмидта в Московском университете // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2009. Вып. 13(48). С. 138–153.
6. Выгодский М. Я. Платон как математик // Вестник Коммунистической академии. 1926. №16. С. 193–216.
7. Выгодский М. Я. Платон как математик // На борьбу за материалистическую диалектику в математике. М.: ГНТИ, 1931. С. 161–182.
8. Выгодский М. Я. Понятие числа в его развитии // Естествознание и марксизм. 1929. №2. С. 3–30.
9. Выгодский М. Я. Проблемы истории математики с точки зрения методологии марксизма // Труды Первого Всесоюзного съезда математиков. М.–Л.: ОНТИ, 1936. С. 216–219.
10. Выгодский М. Я. Проблемы истории математики с точки зрения методологии марксизма // Естествознание и марксизм. 1930. №2–3. С. 32–48.
11. Выгодский М. Я. Проблемы истории математики с точки зрения методологии марксизма // На борьбу за материалистическую диалектику в математике. М.: ГНТИ, 1931. С. 143–160.
12. Бескин Н. М. Воспоминания о московском физмате начала 20-х годов // Историко-математические исследования. М.: Наука, 1993. Вып. XXXIV. С. 163–184.
13. Демидов С. С. Профессор Московского университета Дмитрий Федорович Егоров и имеславие в России в первой трети XX столетия // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1999. Вып. 4(39). С. 123–156.

14. Два письма Н. Н. Лузина М. Я. Выгодскому (публикация и примечания В. А. Волкова и С. С. Демидова) // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1997. Вып. 2(37). С. 133–152.
15. Ермолаева Н. С. Третье письмо Н. Н. Лузина Выгодскому и несостоявшееся издание математической энциклопедии // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1999. Вып. 3(38). С. 92–99.
16. Третье письмо Н. Н. Лузина М. Я. Выгодскому и связанные с ним архивные документы (публикация и примечания Н. С. Ермолаевой и Т. А. Токаревой) // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 1999. Вып. 3(38). С. 100–118.
17. Выгодский М. Я. Предисловие к русскому изданию // Г. Г. Цейтен. История математики в древности и в средние века / Пер. П. С. Юшкевича. Л.: ГТТИ, 1932. С. 7–9.
18. Цейтен Г. Г. История математики в XVI и XVII веках / Пер. П. С. Новикова. Обработка, примечания и предисловие М. Я. Выгодского. М.–Л. ГТТИ, 1933. (2-е изд. М.–Л.: ОНТИ, 1938. Предисловие С. 7–11.)
19. Хрестоматия по истории математики. Арифметика и алгебра. Теория чисел. Геометрия / Под ред. А. П. Юшкевича. М.: Просвещение, 1976.
20. Вилейтнер Г. Хрестоматия по истории математики. Вып. 1–4 / Пер. П. С. Юшкевича, предисловие М. Я. Выгодского. М.–Л.: ГТТИ, 1932. (2-е изд. М.–Л.: ОНТИ, 1935. Пер. П. С. Юшкевича и А. П. Юшкевича. Предисловие А. П. Юшкевича.)
21. Выгодский М. Я. Феликс Клейн и его историческая работа // Ф. Клейн. Лекции о развитии математики в XIX столетии. Часть 1 / Пер. Б. Лифшица, А. Лопшица, Ю. Рабиновича, Л. Гумермана. М.–Л.: ОНТИ, 1937. С. 11–25.
22. Выгодский М. Я. «Нейгебауер О. Лекции по истории античных математических наук, т. I. Догреческая математика / Перевод и предисловие С. Я. Лурье. М.–Л.: ОНТИ, 1937» (рецензия) // Успехи математических наук. 1939. №6. С. 294–297.
23. Выгодский М. Я. Иоганн Кеплер и его научная деятельность // И. Кеплер. Новая стереометрия винных бочек / Пер. Г. Н. Свешникова. М.–Л.: ГТТИ, 1935. С. 7–94.
24. Выгодский М. Я. Возникновение дифференциальной геометрии // Г. Монж. Приложение анализа к геометрии. М.–Л.: ОНТИ, 1936. С. 7–70.
25. Выгодский М. Я. Вступительное слово // Л. Эйлер. Дифференциальное исчисление. М., 1949. С. 5–34.

26. Демидов С. С. Леонард Эйлер в развитии математики и математического образования в России // Историко-математические исследования. Вторая серия. М.: Янус-К, 2009. Вып. 13(48). С. 29–37.
27. Юшкевич А. П. История математики в России до 1917 года. М.: Наука, 1968.
28. Выгодский М. Я. Предисловие к русскому переводу // Л. Эйлер. Интегральное исчисление М.: Гостехиздат, 1956. Т. 1. С. 3–5.
29. Выгодский М. Я. Математика древних вавилонян // Успехи математических наук. 1940. Вып. 7. С. 102–153; 1941. Вып. 8. С. 293–335.
30. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М.–Л.: ГИТТЛ, 1941. (2-е изд. М.: Наука, 1967; последнее издание – М.: Книга по требованию, 2012 – воспроизведено 2-е изд.)
31. Выгодский М. Я. Происхождение знака нуля в вавилонской нумерации // Историко-математические исследования. М.: Физматгиз, 1959. Вып. XII. С. 393–420.
32. Евклид. Начала / Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. Книги I–VI. М.–Л.: ГИТТЛ, 1948; Книги VII–X. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949; Книги XI–XV. М.–Л.: ГИТТЛ, 1950.
33. Выгодский М. Я. «Начала» Евклида // Историко-математические исследования. М.: Гостехиздат, 1948. Вып. I. С. 217–295.
34. Выгодский М. Я. Происхождение «правила двух ложных положений» // Историко-математические исследования. М.: Физматгиз, 1960. Вып. XIII. С. 231–252.
35. Историко-математические исследования. М.: Гостехиздат, 1948. Вып. I.
36. Выгодский М. Я. О синтетических доказательствах в дифференциальной геометрии // Труды 2-го Всесоюзного математического съезда. Л.–М.: Изд-во АН СССР, 1936. Т. 2. С. 61–67.
37. Выгодский М. Я. О замкнутых линиях с заданной индикатрисой касательных // Математический сборник. 1945. Т. 16(58). Вып. 1. С. 73–80.
38. Выгодский М. Я. Дифференциальная геометрия. М.–Л.: Гостехиздат, 1949.
39. Рашевский П. К. М. Я. Выгодский. Дифференциальная геометрия. Гостехиздат. М.–Л., 1949 // Успехи математических наук. Т. VII. Вып. 6(52). С. 233–234.

40. Выгодский М. Я. Основы исчисления бесконечно-малых. М.–Л.: ГНТИ, 1931. (3-е изд. М.: ГТТИ, 1933.)
41. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. М.: Гостехиздат, 1941. (2-е изд. 1948; к 1966 г. – 16 переизданий; в XXI веке – 9 издательством АСТ, Астрель, последнее – 2015 г.)
42. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: ГИТТЛ, 1956 (2-е изд. 1959; к 1966 г. – 8 переизданий; в XXI веке – 6 издательством АСТ, Астрель, последнее – 2012 г.)
43. Выгодский М. Я. Краткий учебник высшей математики. Для техникумов и самообразования. М.–Л.: Гостехиздат, 1941.
44. Выгодский М. Я. Краткий учебник высшей математики. Пособие для самообразования. 2-е изд. М.–Л.: Гостехиздат, 1947.
45. Выгодский М. Я. Высшая математика. Для техникумов. Изд. 3-е. М.: Высшая школа, 1969.
46. Выгодский М. Я. Геометрия. Учебник для ремесленных и железнодорожных училищ. М.–Л.: Гостехиздат, 1944 (2-е изд., 1945).
47. Выгодский М. Я. Краткий учебник геометрии. Для ремесленных и железнодорожных училищ. М.–Л.: Гостехиздат, 1947.
48. Выгодский М. Я. Краткий учебник геометрия. Для ремесленных, горно-промышленных и железнодорожных училищ. 2-е изд. М.–Л.: Гостехиздат, 1949.
49. Выгодский М. Я. Геометрия для самообразования. М.–Л.: Гостехиздат, 1950.
50. Выгодский М. Я. Математика. [Учебник для ремесленных, железнодорожных и горно-промышленных училищ]. М.: Трудрезервиздат, 1954.
51. Выгодский М. Я. Аналитическая геометрия. (Основы высшей математики, I). М.: Физматгиз, 1963.
52. Выгодский М. Я. Дифференциальное исчисление. (Основы высшей математики, II). М.: Физматгиз, 1965.
53. Выгодский М. Я. Галилей и инквизиция. Часть 1. Запрет пифагорейского учения. М.–Л.: ГТТИ, 1934. (2-е изд. М.: УРСС, 2010.)
54. Кирсанов В. С. Возвратиться к истокам? (Заметки об Институте истории науки и техники АН СССР, 1932–1938 гг.) // Вопросы истории естествознания и техники. 1994. №1. С. 3–19.

REFERENCES

1. Rozenfeld, B. A. 1967, "Mark Yakovlevich Vygodskii and his works on the history of mathematics", *Vygodskii M. Ya. Arifmetika i algebra v Drevnem mire*. 2 ed. Nauka, Moscow, pp. 350–362.
2. Bronshtein, I. N., Markushevich, A. I., Poznyak E. G., Rozenfeld B. A. & Yushkevich A. P. 1967, "In memory of Mark Yakovlevich Vygodskii", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 22, no. 5 (137), pp. 203–206.
3. Youshkevitch, A. P. 1966. "Mark Yakovlevich Vygodsky", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*. vol. 19, no. 76, pp. 271–272.
4. [anonymous author] 1966, "Meetings of the Moscow Mathematical Society", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 21, no. 2 (128), p. 219.
5. Dubovitskaya, M. A. 2009. "Activity of O.Yu. Shmidt in the Moskow State University", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 13 (48), Yanus-K, Moscow, pp. 138–153.
6. Vygodskii, M. Ya. 1926, "Platon as mathematician", *Vestnik Kommunisticheskoi Akademii*, no. 16, pp. 193–216.
7. Vygodskii, M. Ya. 1931, "Platon as mathematician", *Na bor'bu za materialisticheskuyu dialektiku v matematike*, GNTI, Moscow, pp. 161–182.
8. Vygodskii, M. Ya. 1929, "The notion of number in its development", *Estestvoznaniye I marksizm*, no. 2, pp. 3–30.
9. Vygodskii, M. Ya. 1936, "Problems of the history of mathematics from a point of view of the Marxist methodology", *Trudy 1 Vsesoyuznogo s'ezda matematikov*. ONTI. Moscow–Leningrad, pp. 216–219.
10. Vygodskii, M. Ya. 1930, "Problems of the history of mathematics from a point of view of the Marxist methodology", *Estestvoznaniye i marksizm*, no. 2–3, pp.32–48.
11. Vygodskii, M. Ya. 1931, "Problems of the history of mathematics from a point of view of the Marxist methodology", *Na bor'bu za materialisticheskuyu dialektiku v matematike*, GNTI, Moscow, pp. 143–160.
12. Beskin, N. M., 1993. "Memory on the Faculty of physics and mathematics in the beginning of the years 20th ", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, vol. 34, Nauka, Moscow, pp. 163–184.

13. Demidov, S. S. 1999, "Professor of the Moscow University D. F. Egorov and the doctrine of the Name Worshipping in the Russia in the first third of the 20th century", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 4 (39), Yanus-K, Moscow, pp. 123–156.
14. [Luzin, N. N.] 1997, "Two letters of N.N. Luzin to M.Ya. Vygodskii (publication and notes by V.A. Volkov and S.S. Demidov)", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 2 (37), Yanus-K, Moscow, pp. 133–152.
15. Ermolaeva, N. S. 1999, "The third of N. N. Luzin's letters to M. Ya. Vygodskii and an edition of the mathematical encyclopaedia which was never published", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 3 (38), Yanus-K, Moscow, pp. 92–99.
16. [Luzin, N. N.] 1999, "The third of N. N. Luzin's letters to M. Ya. Vygodskii and archival documents related to it (publication and notes by N. S. Ermolaeva and T. A. Tokareva)", *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 3 (38), Yanus-K, Moscow, pp. 100–118.
17. Vygodskii, M. Ya. 1932, "Preface to the Russian edition", *Zeuthen I. J. Istoriya matematiki v drevnosti I v srednie veka. Translation of P. S. Yushkevich*. GTTI, Leningrad, pp. 7–9.
18. Zeuthen, I. J. 1933, "History of mathematics in XVI–XVII centuries". Translation of P.S. Novikov. Editing, notes and preface of M. Ya. Vygodskii. GTTI, Moscow-Leningrad (2th ed. ONTI, Moscow–Leningrad, 1938) Editing, notes and preface of M. Ya. Vygodskii.
19. Yushkevich, A. P.(Ed.) 1976, "Sourcebook on the history of mathematics. Arithmetic and algebra. Number theory. Geometry. Prosveshchenie", Moscow.
20. Wieleitner, H. 1932. "Sourcebook on the history of mathematics", Vol. 1–4. Translation of P. S. Yushkevich. Preface of M. Ya. Vygodskii. GTTI, Moscow-Leningrad. (2th edition , translation of P. S. and A. P. Yushkevich, preface of A. P. Yushkevich, ONTI, Moscow–Leningrad, 1935)
21. Vygodskii, M. Ya. 1937, "Felix Klein and his historical work" F. Klein Lectures on the development of mathematics in 19th century. XIX, vol. 1. Translation of B. Lifshits, A. Lopshits, Yu. Rabinovich & L. Tumerman. ONTI, Moscow–Leningrad, pp. 11–25.
22. Vygodskii, M. Ya. 1939, "Neugebauer O. Lectures on the history of ancient mathematical sciences. Vol. 1. Translation and preface of S.Ya. Luria. Moscow–Leningrad. ONTI. 1937" (Review), *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 6, pp. 294–297.

23. Vygodskii, M. Ya. 1935, “Johann Kepler and his scientific work” *Kepler J. Novaya stereometriya vinnykh bochek*. Translation of G. N. Sveshnikov. GTTI, Moscow–Leningrad, pp. 7–94.
24. Vygodskii, M. Ya. 1936, “The origin of the differential geometry”, *Monge G. Prilozhenie analiza k geometrii*. ONTI, Moscow–Leningrad, pp. 7–70.
25. Vygodskii, M. Ya. 1949. Introduction. L. Euler. “Differentsial’noe ischislenie”, GITTL, Moscow, pp. 5–34.
26. Demidov, S. S. 2009, “Leonhard Euler and his influence on the development of the mathematics and mathematical education in Russia”, *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, 2th series, vol. 13 (48), Yanus-K, Moscow, pp. 29–37.
27. Yushkevich, A. P. 1968. “Istoriya matematiki v Rossii do 1917 goda”, Nauka, Moscow.
28. Vygodskii, M. Ya. 1956, “Introduction to the Russian translation”, Euler L. *Integral’noe ischislenie*, vol. 1, GTTI, Moscow, pp. 3–5.
29. Vygodskii, M. Ya. 1940 - 1941, “Mathematics of the ancient Babylonians”, *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 7, pp. 102–153; vol. 8, pp. 293–335.
30. Vygodskii, M. Ya. 1941. “Arifmetika i algebra v drevnem mire”, *GITTL*, Moscow–Leningrad. (1967, 2th ed., Nauka, Moscow; 2012, 3th ed., Kniga po trebovaniyu).
31. Vygodskii, M. Ya. 1959, “Origin of sign of zero in the Babylonian numbering”, *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, vol. 12, GITTL, Moscow, pp. 393–420.
32. Euclid. 1948–1950. “Nachala. Translation and commentaries of D. D. Mordukhai-Boltovskoi with participation of M. Ya. Vygodskii and I. N. Veselovskii”, *GITTL*, Moscow. Books I–VI, 1948; Books VII–X, 1949; Books XI–XV, 1950.
33. Vygodskii, M. Ya. 1948, “«Elements» of Euclid”, *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, vol. 1, GITTL, Moscow, pp. 217–295.
34. Vygodskii, M. Ya. 1960, “Origin of «the rule of two false positions»”, *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, vol. 13, GITTL, Moscow, pp. 231–252.
35. Rybkin, G. F., Yushkevich, A.P. (Eds.) 1948, *Istoriko-matematicheskie issledovaniya*, vol. 1, GITTL, Moscow.
36. Vygodskii, M. Ya. 1936, “On synthetic demonstrations in the differential geometry”, *Trudy 2 Vsesoyuznogo s’ezda matematikov (Proc. 2th All-Union Congress of mathematicians)*. Vol. 2. Ed. of AN SSSR, Leningrad–Moscow, pp. 61–67.

37. Vygodskii, M. Ya. 1945, "On closed lines with the given indicatrice of tangents", *Matematicheskii Sbornik*, vol. 16 (58), No. 1, pp. 73–80.
38. Vygodskii, M. Ya. 1949. "Differential Geometry". GTTI, Moscow–Leningrad.
39. Rashevskii, P. K, "Vygodskii. M. Ya. Differential Geometry. GTTI, Moscow–Leningrad. 1949" (Review), *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 7, no. 6(52), pp. 233–234.
40. Vygodskii, M. Ya. 1931, "Basis of infinitesimal calculus", *GNTI*, Moscow–Leningrad (1933. 3th ed., GTTI, Moscow).
41. Vygodskii, M. Ya. 1941, "Handbook on the elementary mathematics", GTTI, Moscow (1966. 16th ed.; 2015. AST, Astrel, Moscow, 25th ed.).
42. Vygodskii, M. Ya. 1956. "Handbook on the higher mathematics", GTTI, Moscow (1966. 8th ed.; 2012. AST, Astrel, Moscow, 15th ed.).
43. Vygodskii, M. Ya. 1941. "Concise textbook on the higher mathematics. For the colleges and for self-education", GTTI, Moscow–Leningrad.
44. Vygodskii, M. Ya. 1947. "Concise textbook on the higher mathematics. For self-education. 2nd ed.", GTTI, Moscow–Leningrad.
45. Vygodskii, M. Ya. 1969. Higher mathematics For the colleges. 3rd ed. Vysshaya shkola. Mscow.
46. Vygodskii, M. Ya. 1944. "Geometry. Textbook for craft-schools", GTTI, Moscow–Leningrad (1945; 2nd ed.).
47. Vygodskii, M. Ya. 1947. "Concise textbook on the geometry. For craft-schools", GTTI, Moscow–Leningrad.
48. Vygodskii, M. Ya. 1949. "Concise textbook on the geometry. For craft-schools", 2nd ed. GTTI, Moscow–Leningrad.
49. Vygodskii, M. Ya. 1950. "Geometry for self-education". GTTI, Moscow–Leningrad.
50. Vygodskii, M. Ya. 1954. "Mathematics". [Textbook for craft-schools]. Trudrezervizdat, Moscow.
51. Vygodskii, M. Ya. 1963. "Analytical geometry". (Basis of higher mathematics, I). Fizmatgiz, Moscow.
52. Vygodskii, M. Ya. 1965. "Differential calculus". (Basis of higher mathematics, II). Fizmatgiz, Moscow.

53. Vygodskii, M. Ya. 1934. "Galileo and the inquisition. Part 1. Prohibition of Pythagorean doctrine". GTTI, Moscow-Leningrad (2010; 2nd ed., URSS, Moscow).
54. Kirsanov, V. S. 1994, "To return to the sources? (Notes on the Institute for the history of science and technology of the Soviet Academy of Sciences, 1932–1938)", *Voprosy istorii estestvoznaniya i tekhniki*, no. 1, pp. 3–19.

Московский Государственный Университет им. М. В. Ломоносова.
Институт истории естествознания и техники им. С. И. Вавилова РАН
Поступило 10.03.2015.