

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 25. Выпуск 4.

УДК 517

DOI 10.22405/2226-8383-2024-25-4-299-307

Возможности метода размерностей для моделирования трибосистем со смазочным слоем¹

Н. С. Скобелева, Е. В. Березина, А. В. Волков, А. С. Парфенов, В. А. Годлевский, А. Д. Бреки, С. Н. Кутепов, О. В. Кузовлева

Скобелева Нина Сергеевна — Ивановский государственный медицинский университет (г. Иваново).

e-mail: skobelevans@yandex.ru

Березина Елена Владимировна — доктор технических наук, Ивановский государственный медицинский университет (г. Иваново).

e-mail: elena_berezina@mail.ru

Волков Алексей Владимирович — кандидат технических наук, Ивановский государственный медицинский университет (г. Иваново).

e-mail: doc71@mail.ru

Парфенов Александр Сергеевич — кандидат технических наук, Ивановский государственный медицинский университет (г. Иваново).

e-mail: alsparf@gmail.com

Годлевский Владимир Александрович — доктор технических наук, Ивановский государственный университет (г. Иваново).

e-mail: godl@yandex.ru

Бреки Александр Джалюльевич — доктор технических наук, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; Институт проблем машиноведения РАН (г. Санкт-Петербург).

e-mail: albreki@yandex.ru

Кутепов Сергей Николаевич — кандидат педагогических наук, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: kutepovsn@yandex.ru

Кузовлева Ольга Владимировна — кандидат технических наук, Российский государственный университет правосудия (г. Москва).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Аннотация

В данной работе показаны возможности применения методов подобия и размерностей для математического моделирования трибосистемы — пары трения, в которой, помимо твердых поверхностей, присутствует еще и многокомпонентный смазочный материал.

Многофакторные трибологические явления зачастую невозможно описать при помощи формальных законов; предложенные нами модели позволяют проводить исследования таких процессов.

¹Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда по приоритетному направлению деятельности Российского научного фонда «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами» научного проекта «Применение цифрового моделирования и больших данных для повышения эффективности механической обработки титановых лопаток паровых турбин и их эксплуатации в условиях каплеударной эрозии № 22-19-00178».

Суть метода заключается в том, что зависимая величина — в данном случае стационарный износ поверхностей трения — представляется в виде набора независимых (или слабозависимых) друг от друга переменных. К общей модели были применены две основные теоремы метода анализа размерностей: теорема о размерности величин в системе основных размерностей механики и теорема Букингема — о поиске числа безразмерных комплексов.

Показана возможность редукции числа переменных модели и формирование системы новых, более простых моделей, которые позволяют явно описывать процесс.

Ключевые слова: размерность, модель, трение, износ, присадка.

Библиография: 9 названий.

Для цитирования:

Скобелева, Н.С., Березина, Е.В., Волков, А.В., Парфенов, А.С., Годлевский, В.А., Бреки, А.Д., Кутепов, С.Н., Кузовлева, О.В. Возможности метода размерностей для моделирования трибосистем со смазочным слоем // Чебышевский сборник, 2024, т. 25, вып. 4, с. 299–307.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 25. No. 4.

UDC 517

DOI 10.22405/2226-8383-2024-25-4-299-307

Possibilities of dimension method for modeling of tribosystems with lubricating layer

N. S. Skobeleva, E. V. Berezina, A. V. Volkov, A. S. Parfenov, V. A. Godlevskiy, A. D. Breki, S. N. Kutepov, O. V. Kuzovleva

Skobeleva Nina Sergeevna — Ivanovo State Medical University (Ivanovo).

e-mail: skobelevans@yandex.ru

Berezina Elena Vladimirovna — doctor of technical sciences, Ivanovo State Medical University (Ivanovo).

e-mail: elena_berezina@mail.ru

Volkov Alexey Vladimirovich — candidate of technical sciences, Ivanovo State Medical University (Ivanovo).

e-mail: doc71@mail.ru

Parfenov Alexander Sergeevich — candidate of technical sciences, Ivanovo State Medical University (Ivanovo).

e-mail: alsparf@gmail.com

Godlevskiy Vladimir Alexandrovich — doctor of technical sciences, Ivanovo State University (Ivanovo).

e-mail: godl@yandex.ru

Breki Alexander Dzhalyulyevich — doctor of technical sciences, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; Institute of Problems of Machine Science of the Russian Academy of Sciences (St. Petersburg).

e-mail: albreki@yandex.ru

Kutepov Sergey Nikolaevich — candidate of pedagogical sciences, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: kutepovsn@yandex.ru

Kuzovleva Olga Vladimirovna — candidate of technical sciences, Russian State University of Justice (Moscow).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Abstract

This paper shows the possibilities of applying similarity and dimensionality methods for mathematical modelling of tribosystem — a friction pair in which, in addition to solid surfaces, there is a multi-component lubricant.

Multifactorial tribological phenomena often cannot be described using formal laws, the models we propose allow us to carry out studies of such processes.

The essence of the method is that the dependent variable — in this case, stationary wear of friction surfaces — is represented as a set of independent (or weakly dependent) variables.

Two basic theorems of the method of dimension analysis were applied to the general model: the theorem on the dimensionality of quantities in the system of basic dimensions of mechanics and Buckingham's theorem on finding the number of dimensionless complexes.

The possibility of reducing the number of model variables and forming a system of new, simpler models, which allow to describe the process explicitly, was shown.

Keywords: dimensionality, model, friction, wear, additive.

Bibliography: 9 titles.

For citation:

Skobeleva, N.S., Berezina, E.V., Volkov, A.V., Parfenov, A.S., Godlevskiy, V.A., Breki, A.D., Kutepov, S.N., Kuzovleva, O.V. 2024, "Possibilities of dimension method for modeling of tribosystems with lubricating layer", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 25, no. 4, pp. 299–307.

1. Введение

Трибология как прикладная наука характеризуется отсутствием в ее основании строгих законов. Все выявляемые в экспериментах зависимости параметров, в том числе так называемые «классические законы трения» носят относительный характер и справедливы лишь для ограниченных диапазонов условий [1, 2]. Еще в большей степени увеличиваются трудности моделирования трибосистемы, если она включает смазочный слой, в свою очередь, содержащий функциональные составляющие (присадки, загустители и наполнители) [3]. Реальные смазочные материалы обычно имеют гетерогенную структуру и многокомпонентны.

Очевидно, что для столь сложных объектов должны применяться модели с нечеткой логикой, обобщающие действие и взаимодействие многих факторов различной физической природы. Для многофакторных технических объектов широкое применение получили степенные эмпирические модели, где влияние факторов отражали показатели степени [4]. Однако, такого рода модели обычно не имеют физического обоснования («нефизичны»), не способны отражать взаимодействия факторов. Подходящей парадигмой для решения подобного рода сложных задач может, на наш взгляд, являться применение теории подобия и размерностей, которая нашла широкое применение как в тривиальных прикладных задачах механики, так и, в частности, в технологии обработки металлов [5, 6]. В моделях подобия физика объекта исследования отражается более явно, отчего и предсказательная способность таких описаний должна быть более достоверной.

Метод размерностей (также известный как «анализ размерностей») — это математическая методология, используемая для выведения соотношений между различными физическими величинами, участвующими в физическом явлении. Анализ размерностей также используется для установления взаимосвязей между физическими величинами, участвующими в конкретном явлении, которое хочется понять и охарактеризовать. Впервые его таким образом применил в 1872 году лорд Рэлей, который пытался понять, почему небо голубое [7].

Попытаемся применить этот подход для описания наиболее сложного из трибологических процессов — изнашивания твердых поверхностей с учетом внешней среды.

Для оценки интенсивности изнашивания пары трения мы воспользуемся двумя теоремами метода: теорема о размерности величин и π -теоремой Букингема. Применение первой теоремы требует, чтобы мы построили список величин, которые могут повлиять на изнашивание и записать эти величины в системе основных размерностей. Теорема Букингема гласит, что если существует физически значимое уравнение, включающее определенное количество n физических переменных, то это уравнение может быть переписано в терминах набора $p = n - k$ безразмерных параметров, построенных из исходных переменных. Попытаемся создать такого рода построение для обобщенной трибосистемы со смазочным слоем.

Положим, что трение и, соответственно, изнашивание происходят между двумя цилиндрическими твердыми поверхностями, разделенными смазочным слоем сложного состава. В общем случае можно принять трехкомпонентный состав смазочной среды:

1. вмещающая среда (растворитель);
2. присадка поверхностно-активного вещества (ПАВ);
3. присадка химически-активного вещества (ХАВ).

Процесс моделирования такого рода трибосистемы и происходящего в ней процесса изнашивания будем осуществлять согласно следующей последовательной схеме.

2. Основной текст статьи

2.1. Построение обобщенной модели трибосистемы

Шаг 1: Определение физических величин. Определим субстанциальные переменные, которые могут повлиять на интенсивность изнашивания W :

- Нормальная нагрузка F .
- Относительная скорость скольжения тел V .
- Вязкость смазочного материала μ .
- Плотность смазочного материала ρ .
- Твердость изнашиваемой поверхности H .
- Модуль Юнга материала поверхности трения E .
- Диаметры контактирующих цилиндров D . (Будем считать, что скольжение происходит между внешними поверхностями двух цилиндров одинакового диаметра).
- Концентрация ПАВ C_s .
- Концентрация ХАВ C_n .

Шаг 2: Определим основные (фундаментальные) размерности:

- Масса $[M]$.
- Длина $[L]$.
- Время $[T]$.

Шаг 3: Выразим переменные в терминах фундаментальных размерностей. Запишем каждую переменную в терминах ее размерности.

Интенсивность изнашивания $W : [L]^3[T]^{-1}$	Твердость $H : [M][L]^{-1}[T]^{-2}$
Нагрузка $F : [M][L][T]^{-2}$	Модуль упругости $E : [M][L]^{-1}[T]^{-2}$
Скорость $V : [L][T]^{-1}$	Диаметр цилиндров: $[L]$
Вязкость $\mu : [M][L]^{-1}[T]^{-1}$	Концентрация ПАВ $C_s : [L]^{-3}$
Плотность $\rho : [M][L]^{-3}$	Концентрация ХАВ $C_n : [L]^{-3}$

Шаг 4: Применение π -теоремы Букингема.

Используя теорему Букингема, сформируем безразмерные группы из переменных, которые называются π -комплексам. Число таких комплексов определяется решением системы линейных уравнений и в нашем случае оно равно 7. Данные комплексы можно далее комбинировать между собой для того, чтобы они приняли вид, более удобный для анализа. При этом в первый безразмерный комплекс должна войти интенсивность изнашивания, а в остальных шести она должна отсутствовать. Например, безразмерная группа может выглядеть следующим образом:

$$\pi_1 = \frac{WH}{FV}; \pi_2 = \frac{\rho V^2}{E}; \pi_3 = \frac{FH}{\mu^2 V^2}; \pi_4 = \frac{H}{E}; \pi_5 = \frac{F}{ED^2}; \pi_6 = C_s D^3; \pi_7 = \frac{C_s}{C_n}. \quad (1)$$

Шаг 5: Построим общее безразмерное уравнение, которое связывает π -комплекс с остальными безразмерными группами:

$$\pi_1 = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6), \quad (2)$$

где f — неизвестная функция, которая должна быть определена экспериментально или теоретически, т.е. построена посредством некоторых гипотез. Подставив в уравнение все безразмерные комплексы и, выразив, W , получим:

$$W = \frac{FV}{H} f\left(\frac{\rho V^2}{E}, \frac{FH}{\mu^2 V^2}, \frac{H}{E}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (3)$$

Аналитическая модель (3), полученная с помощью анализа размерностей, дает фундаментальное понимание связи между различными переменными и интенсивностью износа. Однако она является лишь отправной точкой и, как правило, требует эмпирических данных для точной настройки функции f для практического применения.

2.2. Редукция переменных

Теоретическое исследование уравнения вида (3) требует уменьшения числа зависимых переменных. Эта процедура называется задачей редукции. По сути, каждая такая процедура формирует теоретическую модель, которая, как и любая модель, требует экспериментального подтверждения. В данном случае мы применим способ последовательных процедур редукции.

Приведем несколько возможных вариантов аналитических моделей, в которых используется либо независимость интенсивности износа от какой-то величины, либо некоторая уже известная эмпирическая зависимость.

Вариант модели 1

Пусть, например, интенсивность износа не зависит от плотности смазочной среды, часто, оставляя вязкость как основную величину, влияющую на износ. Плотность смазки у нас входит в единственный комплекс π_2 вместе со скоростью и упругостью. Так как мы формулируем

гипотезу о независимости W от плотности среды, то автоматически этот комплекс выпадает из общего соотношения. Получаем следующую функциональную зависимость:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{FH}{\mu^2 V^2}, \frac{H}{E}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (4)$$

Вариант модели 2

В некоторых источниках (в том числе в модели Арчарда) говорится, что интенсивность износа обратно пропорциональна твердости материалов. В данном случае твердость входит сразу в несколько комплексов и обратный тип пропорциональности очевиден изначально. Поэтому преобразуем комплексы, содержащие величину твердости в функции, следующим образом:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{FH}{\mu^2 V^2}, \frac{FE}{\mu^2 V^2}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (5)$$

В выражении (5) мы оставили первый комплекс, а второй заменили делением первого комплекса на второй. Теперь анализ выражения понятен: чтобы интенсивность износа оставалась зависящей от твердости обратно пропорционально, необходимо удалить безразмерный комплекс $\frac{FH}{\mu^2 V^2}$ из функции. Получим еще одну модель:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{FE}{\mu^2 V^2}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (6)$$

Кстати, если следовать и далее Арчарду, то получается, что второй комплекс в функциональном выражении нужно положить равным нулю, потому что опять же, согласно Арчарду, интенсивность износа пропорциональна скорости в первой степени. Но тогда нет зависимости изнашивания от вязкостных свойств среды, мы получаем уравнение вида:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (7)$$

Если положить также, что интенсивность износа пропорциональна нагрузке в первой степени, то в этом выражении надо положить первый комплекс нулевым, тогда пропадет зависимость износостойкости от упругих свойств материала:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (8)$$

Тогда коэффициент пропорциональности в уравнении Арчарда, как видим из этого выражения, зависит от геометрии поверхностей и концентрации присадок.

Далее, чтобы показать дополнительные возможности данного метода моделирования, мы не будем следовать Арчарду в контексте зависимости интенсивности изнашивания от скорости и нагрузки.

Вариант модели 3

Положим, что режим трения такой, что он не зависит от упругих свойств тел, а определяется только их твердостью. И снова, оставим второй комплекс без изменения, а первый комплекс изменим, умножив его на второй, получим:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{F^2}{\mu^2 V^2 D^2}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (9)$$

Или, упростив полученный ранее первый комплекс, извлекая из него квадратный корень, получим:

$$W = \frac{FV}{H} f \left(\frac{F}{\mu V D}, \frac{F}{ED^2}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n} \right). \quad (10)$$

В этом выражении у нас есть лишь единственный комплекс, содержащий модуль упругости. Поэтому, если модель предполагает независимость износа от модуля упругости, то в функциональном выражении необходимо удалить весь этот комплекс. В итоге модель будет иметь вид:

$$W = \frac{FV}{H} f\left(\frac{F}{\mu VD}, C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (11)$$

Данную модель тоже можно проанализировать несколькими способами, варьируя состав безразмерных комплексов.

Вариант модели 4

Опираясь на традицию построения степенных эмпирических функций, можно положить степенной характер зависимости интенсивности износа от нагрузки и скорости скольжения. Тогда, выразив в функциональном соотношении первый комплекс, мы должны представить его в виде комплекса в некоторой степени n . То есть интенсивность изнашивания будет иметь выражение:

$$W = \frac{FV}{H} \frac{F^n}{\mu^n V^n D^n} g\left(C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (12)$$

Для переменных F и V это выражение удобно представить иначе:

$$W = \frac{F^{(n+1)}}{V^{n-1}} \frac{1}{H \mu^n D^n} g\left(C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (13)$$

Анализ уравнения (13) показывает, что если бы показатель степени n был больше 1, то интенсивность износа уменьшалась бы с ростом скорости по степенному закону. Возможно это и так, но при скорости равной нулю мы получаем явно ложный результат: скорость изнашивания бесконечна. Поэтому, естественно предположить, что в рамках степенного закона должно быть $n < 1$. Предположим, что $n = \frac{1}{2}$. Тогда вид выражения для скорости износа будет таков:

$$W = \frac{F^{3/2} V^{1/2}}{H \mu^{1/2} D^{1/2}} g\left(C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (14)$$

откуда следует: интенсивность износа пропорциональна по силе в степени $3/2$, а по скорости, а к стати, и по вязкости — квадратному корню. Далее аналогичные трансформации моделей можно провести и по концентрации компонентов в смазочном материале, и по диаметру цилиндров.

Вариант модели 5

В рамках предыдущей степенной модели можно также сформулировать гипотезы о зависимости интенсивности изнашивания от концентрации присадки ПАВ C_s в смазке. Тогда в выражении удобно записать, величину, стоящую перед функцией g , как интенсивность изнашивания W_0 в отсутствии каких либо присадок:

$$W = W_0 g\left(C_s D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (15)$$

Исследуя зависимость интенсивности износа от C_s , удобно снова преобразовать безразмерные комплексы к виду:

$$W = W_0 g\left(C_n D^3, \frac{C_s}{C_n}\right). \quad (16)$$

2.3. Гипотезы об антиизносном действии смазочного материала

Выражение (16) получено стандартным способом: оставляем второй комплекс в функции без изменения, а первый преобразуем, умножая его на второй. При этом можно сформулировать различные рациональные гипотезы об ожидаемых результатах экспериментов. Приведем два примера гипотез о характере взаимосвязи концентрации трибоактивной присадки и интенсивности изнашивания в трибосистеме со смазочным слоем.

Гипотеза 1: пусть интенсивность износа линейно уменьшается с повышением концентрации ПАВ:

$$W = W_0 k C_s, \quad (17)$$

где k — некоторый размерный коэффициент. Тогда выражение для интенсивности износа примет вид:

$$W = W_0 \left(1 - \frac{f(C_n D^3) C_s}{C_n} \right), \quad (18)$$

где f — некоторая функция от безразмерного комплекса.

Гипотеза 2: пусть стало известно, что интенсивность износа уменьшается также прямо пропорционально концентрации химически-активной присадки. Тогда однозначно функция f примет вид:

$$f(C_n D^3) = a (C_n D^3)^2, \quad (19)$$

где a — некоторая безразмерная постоянная. Тогда выражение для интенсивности износа примет вид:

$$W = W_0 (1 - a C_n C_s D^6). \quad (20)$$

На этих примерах можно убедиться, что построение формул подобия — довольно гибкая процедура, позволяющая «подстраивать» модель к особенностям конкретного трибологического объекта.

3. Заключение

В данной публикации авторы в сжатом виде показали обширные потенциальные возможности методов подобия и размерностей для математического моделирования технических объектов большой сложности, каким является трибосистема. Если в этой системе, помимо твердых поверхностей, присутствует еще и многокомпонентный смазочный материал, то, казалось бы, только путем многочисленных однофакторных и многофакторных экспериментов можно научиться управлять этой системой, оптимизировать ее функциональные характеристики. Модели подобия вносят в исследование этих объектов новые возможности. В особенной мере это касается роли состава, структуры и свойств смазочных слоев, особенностей кинетики формирования и разрушения последних, закономерностей изнашивания при разнообразии режимов трения.

Следует подчеркнуть, что описанный выше подход немыслим без проведения, наряду с теоретическим анализом, ряда экспериментов, может быть, специальным образом поставленных перед основным исследованием с тем, чтобы раскрыть базовые взаимосвязи между действующими факторами трения и изнашивания, обнаружить явления синергизма и антагонизма между ними.

Данная статья имела целью показать исследователю-трибологу, каким образом надо анализировать неизвестное функциональное соотношение, характеризующее параметры трения и изнашивания, какие действия надо выполнять последовательно, которые совместно с экспериментом могут более полно раскрыть картину износа контактных поверхностей и на этой базе оптимизировать работу узлов трения, разрабатывать новые смазочные композиции.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Moore D. F. Principles and applications of tribology // London. Pergamon Press. 1975. 400 p.
2. Dowson D. History of Tribology // London. Longman. 1978. 677 p.
3. Волков А. В., Годлевский В. А. Математические модели смазочных процессов в технических трибосистемах // Иваново. Ивановский гос. ун-т. 2010, 144 с.
4. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ // М.: Машиностроение. 1977. 512 с.
5. Крамаренко Н. В. Методы подобия в механике. Анализ размерностей // Изд-во НГТУ. 2020. 212 с.
6. Силин С. С. Метод подобия при резании металлов // М.: Машиностроение. 1979. 86 с.
7. Sonin A. A. The Physical Basis of Dimensional Analysis // 2-nd Ed. MIT. Cambridge. 2011. 57 p.
8. Маламанов С. Ю. Анализ размерностей в научной и инженерной практике: учебное пособие // СПб. 2020. 40 с.
9. Pesic Peter. Sky in a Bottle // MIT Press. 2007. 270 p.

REFERENCES

1. Moore, D. F. 1975, "Principles and applications of tribology", *Pergamon Press*, London, 400 p.
2. Dowson, D. 1978, "History of Tribology", *Longman*, London, 677 p.
3. Volkov, A., V., Godlevsky, V., A. 2010, "Mathematical models of lubricating processes in technical tribosystems", *Ivanovo State University*, Ivanovo, 144 p.
4. Kragelsky, I., V., Dobychin, M., N., Kombalov, V., S. 1977, "Fundamentals of calculations for friction and wear", *Mechanical Engineering*, M., 512 p.
5. Kramarenko, N., V. 2020, "Similarity methods in mechanics. Dimensional analysis", *NSTU Publishing House*, Novosibirsk, 212 p.
6. Silin, S., S. 1979, "The method of similarity in metal cutting", *Mechanical Engineering*, M., 86 p.
7. Sonin, A., A. 2011, "The Physical Basis of Dimensional Analysis", 2nd ed., *MIT Press*, Cambridge, 57 p.
8. Malamanov, S., Y. 2020, "Dimensional analysis in scientific and engineering practice", *St. Petersburg*, 40 p.
9. Pesic, P. 2007, "Sky in a Bottle", *MIT Press*, 270 p.

Получено: 23.06.24

Принято в печать: 24.12.2024