
ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 25. Выпуск 3.

УДК 519.2

DOI 10.22405/2226-8383-2024-25-3-351-358

О формировании мягких норм для оценки функционирования
сложных систем¹

Р. А. Жуков, С. В. Прокопчина

Жуков Роман Александрович — доктор экономических наук, кандидат физико-математических наук, Финансовый университет при Правительстве РФ (Тульский филиал) (г. Тула).
e-mail: pluszh@mail.ru

Прокопчина Светлана Васильевна — доктор технических наук, Финансовый университет при Правительстве РФ (г. Москва).
e-mail: svprokopchina@mail.ru

Аннотация

Представлен метод формирования мягких норм для сложных систем, функционирующих в условиях неопределенности, на основе методологии байесовских интеллектуальных измерений в рамках регуляризирующего байесовского подхода. Продемонстрирована реализация метода на примере сельского хозяйства Тульской области.

Ключевые слова: плотность распределения вероятностей, байесовские интеллектуальные технологии, мягкие нормы, агрегирование, сложная система.

Библиография: 15 названий.

Для цитирования:

Жуков, Р. А., Прокопчина, С. В. О формировании мягких норм для оценки функционирования сложных систем // Чебышевский сборник, 2024, т. 25, вып. 3, с. 351–358.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK
Vol. 25. No. 3.

UDC 519.2

DOI 10.22405/2226-8383-2024-25-3-351-358

On the formation of soft norms for evaluating the functioning of
complex systems²

R. A. Zhukov, S. V. Prokopchina

Zhukov Roman Aleksandrovich — doctor of economic sciences, candidate of physical and mathematical sciences, Financial University under the Government of the Russian Federation (Tula Branch) (Tula).
e-mail: pluszh@mail.ru

Prokopchina Svetlana Vasilyevna — doctor of technical sciences Financial University under the Government of the Russian Federation (Moscow).
e-mail: svprokopchina@mail.ru

¹Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-28-20020, <https://rscf.ru/project/24-28-20020/> и Тульской области

²The study was carried out at the expense of a grant from the Russian science Foundation № 24-28-20020, <https://rscf.ru/project/24-28-20020/> and Tula region

Abstract

The method for the formation of soft norms for complex systems operating under conditions of uncertainty is presented, based on the methodology of Bayesian intelligent measurements within the framework of the regularizing Bayesian approach. The implementation of the method is demonstrated using the example of agriculture in the Tula region.

Keywords: probability distribution density, Bayesian intelligent technologies, soft norms, aggregation, complex system.

Bibliography: 15 titles.

For citation:

Zhukov, R. A., Prokopchina, S. V. 2024, "On the formation of soft norms for evaluating the functioning of complex systems", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 25, no. 3, pp. 351–358.

1. Введение

Нормы для функционирования технических систем ассоциируют с их техническими требованиями и характеристиками в соответствии со стандартами [1, 2], в том числе для программных систем [3]. Под нормой (нормативом) будем понимать (ожидаемое, заданное) плановое значение признака (характеристик, результатов, факторов) либо их совокупности, определяющее штатный (стандартный) режим функционирования сложной системы, ее подсистем или элементов. Нормы для ряда факторов экологических подсистем регламентируются стандартами в области экологии и природопользования (предельно допустимые концентрации (ПДК), предельно допустимые сбросы (ПДС) и др.) [4]. Что же касается сложных систем, таких как социо-эколого-экономические системы и их подсистемы (социальная, экономическая, экологическая), то выбор нормативов для результатов их функционирования является проблемой, поскольку системы работают в условиях неопределенности; результат – результативный признак – систем зависит от множества факторов, оценка влияния которых требует привлечение экономико-статистического аппарата обработки и анализа данных с построением соответствующих моделей связи результативных и факторных признаков, характеризующих сбалансированность функционирования сложных систем [5]. Следовательно, для таких систем возникает необходимость формирования нечетких (мягких) норм – вероятных диапазонов значений норм [6] на основе построения t-норм, вероятностных норм или s-норм.

2. Методология и материалы исследования

В исследовании будем использовать методологию байесовских интеллектуальных измерений (БИИ) в рамках регуляризирующего байесовского подхода (РБП) [7].

Пусть имеется набор значений i факторов $q^{(i)}(t)$ для периодов времени t ($i = 1, \dots, I$). Причем, $q^{(i)}(t) \in [q_{min}^{(i)} - \sigma^{(i)}; q_{max}^{(i)} + \sigma^{(i)}]$; $\sigma^{(i)}$ - корректировка интервала (диапазона), имеющего смысл динамических ограничений. Будем называть факторы базовыми, если для них нормы $q_{norm}^{(i)}$ известны, либо нормы определяются по формуле:

$$q_{norm}^{(i)} = (q_{min}^{(i)} + q_{max}^{(i)})/2. \quad (1)$$

Корректировка интервала $\sigma^{(i)}$ определяется по формуле:

$$\sigma^{(i)} = q_{norm}^{(i)}/3. \quad (2)$$

Для формирования априорных шкал необходимо задать число реперов J_r для числовой шкалы, которые будут определять для каждого $q^{(i)}(t)$ пару чисел $(h_j^{(i)}(t); p_j^{(i)}(t))$, где $h_j^{(i)}(t)$ -

значение фактора $q^{(i)}(t)$, соответствующее положению репера на шкале (список результатов или значимых альтернативных решений из множества решений $H_J(t)$ ($j = 1, \dots, J_r$)); $p_j^{(i)}(t)$ - вероятность, того, что значение $q^{(i)}(t) = h_j^{(i)}(t)$. Обычно J_r задается нечетным. Лингвистическая шкала содержит 9 классов J_c (предельно ниже нормы, критически ниже нормы, значительно ниже нормы, ниже нормы, норма, выше нормы, значительно выше нормы, критически выше нормы, предельно выше нормы) [8]. Число реперов J_r или классов J_c соответствует набору гипотез $H_j^{(i)} : q^{(i)}(t) = h_j^{(i)}(t)$ - i эталонных распределений для случайной величины $h^{(i)}$. В качестве эталонных распределений можно выбрать нормальные распределения с математическим ожиданием $h_j^{(i)}(t)$ и $\sigma_{norm}^{(i)} = (q_{max}^{(i)} - q_{min}^{(i)})/(n_r + 1)$. Для лингвистической шкалы осуществляется аналогичная процедура, причем $h_j^{(i)}(t)$ соответствуют серединам интервала классов лингвистической шкалы, а длины интервалов, расположенных ниже нормы и выше нормы, определяются отдельно ($j = 1, \dots, J_c$). Тогда в простейшем случае вероятность $P^a(H_j^{(i)})$ j эталонной гипотезы определяется по формуле:

$$P^a(H_j^{(i)}) = 1/J_r; P^a(H_j^{(i)}) = 1/J_c, \quad (3)$$

где a — обозначение априорной оценки параметра.

Пусть S — событие, заключающееся в совместном появлении значений оценок индикатора $\tilde{h}_j^{(i)}(t)$.

Тогда апостериорная (обозначим как ap) вероятность совместного появления значений индикаторов при условии справедливости гипотезы $H_j^{(i)}$ $P^{ap}(H_j^{(i)}|S)$ будет определяться как:

$$P^{ap}(H_j^{(i)}|S) = P^a(H_j^{(i)})P(S|H_j^{(i)}) / \sum_{j=1}^J P^a(H_j^{(i)})P(S|H_j^{(i)}). \quad (4)$$

Здесь $J = J_r$ или $J = J_c$, а вероятность гипотезы при условии появления события S можно определить по формуле:

$$P(S|H_j^{(i)}) = \int_{-\infty}^{q_j^{(i)}(t)} f(x, h_j^{(i)}(t), \sigma_{norm}^{(i)}) dx, \quad (5)$$

где $f(x, h_j^{(i)}(t), \sigma_{norm}^{(i)})$ — плотность нормального распределения с математическим ожиданием $h_j^{(i)}(t)$ и дисперсией $(\sigma_{norm}^{(i)})^2$.

Для других распределений формула (5) будет аналогичной за исключением параметров выбранного эталонного распределения.

Предположим, что информация об объекте, характеризуемом фактором $q^{(i)}(t)$ в период t , получена из L различных источников, и которая образует множество $X^{(i)}(t)$, содержащее значения $x_l^{(i)}$ ($l = 1, \dots, L$). Тогда для агрегирования информации из двух источников (двухпотокое измерение) можно воспользоваться формулой, аналогичной байесовской свертке [6]:

$$P_{k,j,t}^{ap}(x_1^{(i)}(t)|x_2^{(i)}(t)) = \frac{P^{ap}(H_k^{(i)}|S)P^{ap}(H_j^{(i)}|S)}{\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J P^{ap}(H_k^{(i)}|S)P^{ap}(H_j^{(i)}|S)}, \quad (6)$$

где K, J — значимые альтернативные значения для первого и второго источника информации (потока) соответственно.

Для свертки трех значений фактора в период t в числителе и знаменателе формулы (6) первые сомножители необходимо заменить на $P_{k,j,t}^{ap}(x_1^{(i)}(t)|x_2^{(i)}(t))$.

Продолжая рекурсию, получим вероятность совместного появления значений индикатора $h_j^{(i)}(t)$ множества $X^{(i)}(t)$. Аналогичная процедура проводится для каждого $x_l^{(i)}(t)$ ($l = 1, \dots, L$). Результат обозначим как $P_{k,j,t}^{ap}(x_1^{(i)}(t) | \bigcup_{s=1 \setminus l \neq s}^L x_s^{(i)}(t))$.

Тогда свертка по всем $x_s^{(l)}(t)$ будет определяться как:

$$P^{ap}(h_j^{(i)}(t) | \{Mx_l^{(i)}(t)\}) = \frac{1}{L} P_{k,j,t}^{ap}(x_1^{(i)}(t) | \bigcup_{s=1 \setminus l \neq s}^L x_s^{(i)}(t)), \quad (7)$$

где $\{Mx_l^{(i)}(t)\}$ можно связать с множеством метрологических требований измерения информационных потоков $\{MX^{(i)}(t)\}$. Обозначим такую операцию «*». Результаты измерения определяются условиями реализации измерения $Y^{(i)}(t)$, включающие в себя множество метрологических требований $\{MX^{(i)}(t)\}$, множество априорной информации A , ограничений и допущений O . Тогда с учетом условий $Y^{(i)}(t)$ соответствующую вероятность обозначим $P^{ap}(h_j^{(i)}(t) | \{Mx_l^{(i)}(t)\} | Y^{(i)}(t))$.

В случае, если известна априорная информация, построенная из множества информационных потоков, с учетом условий реализации измерений $Y^{(i)}(t)$, то рекурсивно используя формулы (6) и (7), можно получить соответствующие значения вероятности $P^a(H_j^{(i)})$ j эталонной гипотезы, заменив формулу (3). Обозначим такие вероятности $P_{j,t-1}^{ap}(h_j^{(i)}(t-1) | \{Mx_l^{(i)}(t-1)\} | Y^{(i)}(t-1))$, где $t-1$ описывает, что априорная информация получена ранее. Пусть имеется фактор $q^{(m)}(t)$ с известными динамическими ограничениями, и для которого первоначально установлена норма в соответствии с формулой (1). Остальные $I-1$ факторов, являются влияющими. Тогда мягкая норма для m фактора в период времени t может быть определена набором пар чисел $(h_j^{(m)}(t); P_{norm}^{ap}(h_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t)))$, где $j = 1, \dots, J$ и $J = Jr = Jc$. Вероятность $P_{norm}^{ap}(h_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t))$ – вероятность того, что норма для фактора $q^{(m)}(t)$ соответствует $h_j^{(m)}(t)$, – будет определяться посредством формулы:

$$\begin{aligned} P_{norm}^{ap}(h_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t)) &= [P_{j,t-1}^{ap}(h_j^{(m)}(t-1) | \{Mx_l^{(m)}(t-1)\} | Y^{(m)}(t-1)) \times \\ &\times P(\tilde{h}_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t))] / [\sum_{j=1}^J P_{j,t-1}^{ap}(h_j^{(m)}(t-1) | \{Mx_l^{(m)}(t-1)\} | Y^{(m)}(t-1)) \times \\ &\times P(\tilde{h}_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t))], \end{aligned} \quad (8)$$

где $P(\tilde{h}_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t))$ определяется байесовской сверткой – рекурсивного применения формулы (6) и формулы (7):

$$P(\tilde{h}_j^{(m)}(t) | \{Mx_l^{(m)}(t)\} | Y^{(m)}(t)) = \frac{1}{I-1} \sum_{i=1 \setminus m \neq i}^I P_{k,j,t}^{ap}(h_j^{(i)}(t) | \bigcup_{s=1 \setminus m \neq s}^I h_j^{(s)}(t) | \{Mx_l^{(s)}(t)\} | Y^{(s)}(t)). \quad (9)$$

Таким образом, для фактора $q^{(m)}(t)$ для каждого из периодов времени t можно установить собственную норму $q_{norm}^{(m)}(t)$ с учетом влияющих факторов – условий, в которых функционирует сложная система.

3. Результаты

Для демонстрации реализации метода рассмотрим вид деятельности по общероссийскому классификатору видов экономической деятельности (ОКВЭД2) Раздел А. «Сельское, лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство». Для раздела А выберем факторы: объем валового регионального продукта (ВРП), стоимость основных производственных фондов (ОФ) и среднегодовую численность занятых (ЧЗ). Отметим, что эти факторы используются для построения модели связи между результатами (ВРП) и влияющими факторами (ОФ, ЧЗ) производства в виде степенной мультипликативной производственной функции, аналогичной функции Кобба-Дугласа, используемых при оценке сбалансированности функционирования сложных систем в качестве нормативных моделей и моделей функционирования [9], в том числе при построении агрегированных функций [10] и дальнейшего их использования при решении оптимизационных задач [11]. В качестве информационной базы будем использовать открытые данные Федеральной службы государственной статистики (Росстат) для Тульской области за 2007–2022 г. [12], а также рейтинга регионов в 2022 г. [13]. С целью обеспечения сопоставимости стоимостных факторов в разные периоды времени скорректируем их на уровень инфляции и приведем к уровню 2007 года в рамках гипотезы об инвариантности процессов относительно моделей [14].

Для построения мягких норм будем использовать программную платформу «Инфоаналитик 2.0» [15].

На рис. 1 представлена мягкая норма ВРП раздела А, рассчитанная для 2022 года.

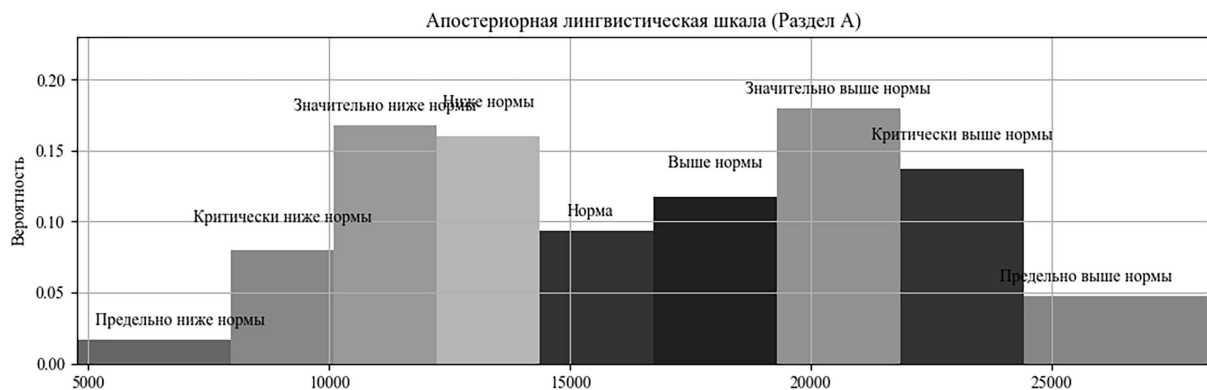


Рис. 1: Мягкая норма для ВРП Раздел А Тульской области в 2022 г., млн руб.

Как видно из рис. 1 мягкая норма есть набор значений с соответствующими вероятностями, представленных на лингвистической шкале.

Результаты расчета средневзвешенных норм для 2007–2022 гг. представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что за счет изменяющихся условий функционирования субъектов хозяйствования Тульской области по разделу А (ОКВЭД2) изменяются и соответствующие нормы, установка которых взамен, например, среднего значения за все периоды наблюдения представляется корректным, поскольку учитываются факторы, влияющие результативный признак (ВРП).

Действительно, если проанализировать изменение стоимости основных производственных фондов и численности занятых в сфере сельского хозяйства, то их тенденции разнонаправлены. Причем стоимость ОФ увеличивается, а ЧЗ уменьшается. Это накладывает ограничения на возможный объем ВРП по разделу А, поскольку эти признаки являются основными факторами производства. В связи с такими изменениями мягкие нормы меняются во времени, а, следовательно, их можно считать мягкими динамическими нормами.

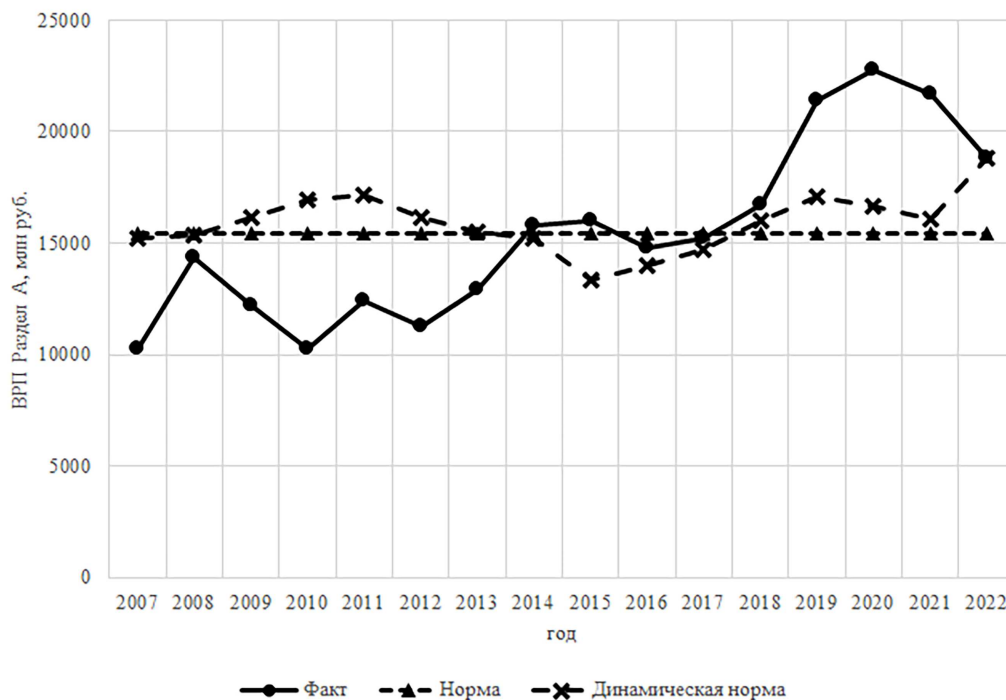


Рис. 2: Средневзвешенные динамические нормы для ВРП Раздел А Тульской области в 2007 – 2022 гг., млн руб.

Представленный метод может иметь приложения в различных областях деятельности, в том числе, для оценки функционирования технических систем, технико-экономических систем, а также социо-эколого-экономических систем, последние из которых идентифицируются как наиболее сложные системы, обладающие высокой степенью неопределенности. В таких условиях применение методологии байесовских интеллектуальных измерений представляется обоснованным и целесообразным.

4. Заключение

Представленный и примененный на примере Тульской области метод формирования мягких норм может выступать в качестве составляющей оценки результативности функционирования элемента сложной системы. В случае рассмотрения нескольких результативных признаков и их агрегирования в рамках принятой классификации в интегральный индикатор посредством свертки частных факторов может служить оценочной характеристикой для подсистемы или сложной системы в целом.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев, А. В. Теоретические основы надежности технических систем: учебное пособие / А. В. Андреев, В. В. Яковлев, Т. Ю. Короткая. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2018. 164 с.
2. Техническое регулирование: технические регламенты и стандартизация : учебное пособие / сост. И. Ю. Матушкина, Л. А. Онищенко. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2018. 208 с.

3. Белик, А. Г. Качество и надежность программных систем : учеб. пособие / А. Г. Белик, В. Н. Цыганенко ; Минобрнауки России, ОмГТУ. — Омск : Изд – во ОмГТУ, 2018. 80 с.
4. Мезенина, О. Б. Экономика природопользования: экономическая эффективность природо-охранных затрат промышленного предприятия: учебное пособие. — Екатеринбург: УГЛ-ТУ, 2023. 88 с.
5. Zhukov, R., Kuznetsov, G., Manokhin, E., Gorodnichev, S., Plinskaya, M. Balanced functioning of socio-economic systems: regional perspective // Journal of Law and Sustainable Development. 2023. Vol. 11. No. 12. P. e1922.
6. Прокопчина, С. В. Основы теории шкалирования в экономике: учебное пособие. — М.: ИД «НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА», 2021. 272 с.
7. Прокопчина, С. В. Байесовские интеллектуальные измерения. — М.: Изд. Дом «НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА», 2021. 495 с.
8. Прокопчина, С. В. Байесовские интеллектуальные технологии в задачах моделирования закона распределения в условиях неопределенности: монография. М.: Издательский дом «НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА», 2020. 292 с.
9. Жуков, Р. А. Подход к оценке функционирования иерархических социально-экономических систем и принятию решений на базе программного комплекса «ЭФРА» // Бизнес-информатика. 2020. Т. 14. № 3. С. 82-95.
10. Жуков, Р. А., Козлова, Н. О. О плотности распределения вероятностей агрегированной случайной величины для оценки функционирования сложных систем: трехмерный случай // Чебышевский сборник. 2022. Т. 23. № 3 (84). С. 255-261.
11. Zhukov, R. A., Kozlova N. O., Manokhin E. V., Myasnikova E. B., Melay E. A. Multi-criteria optimization as the methodology of ensuring sustainable development of regions: Tula region of the Russian Federation // International Journal of Sustainable Development and Planning. 2023. Vol. 18. No. 4. Pp. 1057-1068.
12. Федеральная служба государственной статистики Российской Федерации.
URL: <https://gks.ru>.
13. Рейтинг социально-экономического развития регионов в 2022 году.
URL: <https://realnoevremya.ru/attachments/1760>.
14. Жуков, Р. А., Плинская М. А., Манохин Е. В. Оценка функционирования регионов на основе производственных функций с приведенными стоимостными факторами // Journal of Applied Economic Research. 2023. Т. 22. № 3. С. 657-682.
15. Жуков, Р.А., Прокопчина С.В. Программный комплекс «Инфоаналитик 2.0». Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ No 2024617544 от 03.04.2024.

REFERENCES

1. Andreev, A. V. 2018, "Theoretical foundations of reliability of technical systems", *St. Petersburg, Publishing House of the Polytechnic University*, 164 p.
2. Matushkina, I. Y., Onishchenko L. A. 2018, "Technical regulation: technical regulations and standardization: a textbook", *Yekaterinburg, Ural University Publishing House*, 208 p.

3. Belik, A. G. 2018, "Quality and reliability of software systems: textbook", *Omsk, Publishing House of OmSTU*, 80 p.
4. Mezenina, O. B. 2023, "Economics of environmental management: economic efficiency of environmental protection costs of an industrial enterprise: a textbook", *Yekaterinburg, UGLTU*, 88 p.
5. Zhukov, R., Kuznetsov, G., Manokhin, E., Gorodnichev, S., Plinskaya, M. 2023, "Balanced functioning of socio-economic systems: regional perspective", *Journal of Law and Sustainable Development*, vol. 11, no. 12, pp. e1922.
6. Prokopchina, S. V. 2021, "Fundamentals of the theory of scaling in economics: textbook", *M., Publishing house "SCIENTIFIC LIBRARY"*, 272 p.
7. Prokopchina, S. V. 2021, "Bayesian intellectual measurements", *M., Publishing house "SCIENTIFIC LIBRARY"*, 495 p.
8. Prokopchina, S. V. 2020, "Bayesian intelligent technologies in problems of modeling the distribution law under uncertainty: monograph", *M., Publishing house "SCIENTIFIC LIBRARY"*, 292 p.
9. Zhukov R. A. 2020, "An approach to assessing the functioning of hierarchical socio-economic systems and decision-making based on the EFRA software package", *Business Informatics*, vol. 14, no. 3, pp. 82-95.
10. Zhukov, R. A., Kozlova, N.O. 2022, "On the probability distribution densities of an aggregated random variable for evaluating the functioning of complex systems: a three-dimensional case", *Chebyshevskii Sbornik*, vol. 23, no. 3 (84), pp. 255-261.
11. Zhukov, R. A., Kozlova, N. O., Manokhin, E. V., Myasnikova, E. B., Melay, E. A. 2023, "Multi-criteria optimization as the methodology of ensuring sustainable development of regions: Tula region of the Russian Federation", *International Journal of Sustainable Development and Planning*, vol. 18, no. 4, pp. 1057-1068.
12. Federal State Statistics Service of the Russian Federation. URL: <https://gks.ru>.
13. Rating of socio-economic development of regions in 2022. URL: <https://realnoevremya.ru/attachments/1760>.
14. Zhukov, R. A., Plinskaya, M. A., Manokhin, E. V. 2023, "Assessment of the Regions Functioning Based on Production Functions with the Above Cost Factors", *Journal of Applied Economic Research*, vol. 22, no. 3, pp. 657-682.
15. Zhukov R.A., Prokopchina S.V. The Infoanalyst 2.0 software package. Certificate of state registration of the computer program No. 2024617544 dated 04/03/2024.

Получено: 30.04.2024

Принято в печать: 04.09.2024