

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 24. Выпуск 5.

УДК 539.374

DOI 10.22405/2226-8383-2023-24-5-331-342

**Моделирование деформационной повреждаемости металлов
при деформациях пластического сжатия**

Н. Д. Тутышкин

Тутышкин Николай Дмитриевич — доктор технических наук, профессор, Тульский государственный университет (г. Тула).

e-mail: nikolai.tutyshkin@mail.ru

Аннотация

Эксплуатационные свойства многих изделий точного машиностроения, изготавливаемых методами пластической деформации, существенно зависят от структурной деформационной повреждаемости их материала. В связи с этим существенное значение для расчета и прогнозирования надежных эксплуатационных характеристик этих изделий имеют методы математического моделирования сложного физического процесса структурной повреждаемости. Согласно систематизированным экспериментальным данным, повреждаемость металлов при больших пластических деформациях связана, главным образом, с образованием, ростом и коалесценцией пор. Для формулировки определяющих соотношений и определения входящих в них материальных функций используется геометрическая модель элементарного объема (RVE) со стохастически распределенными мезоэлементами (ME), представляющими материальную оболочку с порой. Для поэтапного расчета компонент тензора приращения деформации на RVE- и ME- уровнях их начальная (недеформированная) и текущая (деформированная) конфигурация определяются метрическим тензором. Приводится расчет мер повреждаемости на основе экспериментального определения и моделирование материальных функций пластической дилатансии и девиаторной деформации ME в зависимости от девиаторной деформации RVE в опытах на пластическое сжатие.

Ключевые слова: структурная повреждаемость, математическое моделирование, тензор деформации, физико-структурные параметры, макро- и мезоэлементы, определяющие соотношения.

Библиография: 15 названий.

Для цитирования:

Н. Д. Тутышкин. Моделирование деформационной повреждаемости металлов при деформациях пластического сжатия // Чебышевский сборник, 2023, т. 24, вып. 5, с. 331–342.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 24. No. 5.

UDC 539.374

DOI 10.22405/2226-8383-2023-24-5-331-342

Modeling of deformation damage of metals in case of plastic compression deformations

N. D. Tutyshkin

Tutyshkin Nikolai Dmitrievich — doctor of technical sciences, professor, Tula State University (Tula).

e-mail: nikolai.tutyshkin@mail.ru

Abstract

The performance properties of many precision mechanical engineering products manufactured by plastic deformation methods depend significantly on the structural deformation damage of their material. In this regard, methods of mathematical modeling of the complex physical process of structural damage are essential for calculating and predicting reliable operational characteristics of these products. According to systematic experimental data, the damage of metals in large plastic deformations is mainly associated with the formation, growth and coalescence of pores. To formulate the defining relations and determine the material functions included in them, a geometric model of elementary volume (RVE) with stochastically distributed mesoelements (ME) representing a material shell with sometimes is used. For step-by-step calculation of strain increment tensor components at RVE- and ME- levels, their initial (undeformed) and current (deformed) configurations are determined by the metric tensor. Calculation of damage measures based on experimentation, determination and modeling of material functions of plastic dilatancy and deviator deformation of ME depending on deviator deformation of RVE in plastic compression experiments, is given.

Keywords: structural damageability, mathematical modeling, strain tensor, physical and structural parameters, macro- and mesoelements, determining relationships.

Bibliography: 15 titles.

For citation:

N. D. Tutyshkin, 2023, “Modeling of deformation damage of metals in case of plastic compression deformations”, *Chebyshevskii sbornik*, vol. 24, no. 5, pp. 331–342.

1. Введение

Прогнозирование пластической повреждаемости является очень существенным технологическим фактором, особенно при изготовлении металлоизделий с качественной мезоструктурой и высокими эксплуатационными свойствами (испытывающих интенсивные силовые и тепловые нагрузки, высокие скорости деформации и физико-химические воздействия). Повреждаемость металлов при больших конечных пластических деформациях связана главным образом с образованием, ростом и коалесценцией пор [1-3]. Например, известно, что при больших пластических деформациях в направлении полос сдвига происходит коалесценция пор с образованием пустот большого размера. В свою очередь эти пустоты являются источниками полос локализованной деформации и могут приводить к пластическому разрушению материала [4].

Важной проблемой в механике пластической повреждаемости остается создание физически обоснованных моделей, описывающих повреждаемость. Неучёт повреждаемости, особенно при больших конечных пластических деформациях, может приводить к существенным погрешностям при решении прикладных задач.

Поры при больших пластических деформациях сжатия приобретают сплюснутую эллипсоидальную форму. При этом пространственная ориентация главных осей мезоэллипсоида оказывается связанной с направлениями главных деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ малой частицы материала, содержащей пору (мезоэлемента, представляющего собой материальную оболочку с одной порой). Таким образом металлические материалы обладают тензорными свойствами деформационной повреждаемости. Целесообразность использования тензорной модели для оценки деформационной повреждаемости основывается на известных результатах по экспериментальному исследованию и моделированию процесса роста и коалесценции пор при пластической деформации.

В работах [5-9], на основе физической концепции роста и изменения формы пор при больших пластических деформациях, формулируется потенциал диссипации и определяющие соотношения пластической повреждаемости металлов. Для модели пластического повреждаемого материала вводятся два набора внутренних переменных: пластические переменные (характеризующие дислокационную структуру) и переменные повреждаемости (описывающие размножение и рост микродефектов). Термодинамическая формулировка определяющих соотношений приводит к симметричному тензору повреждаемости второго ранга (ω) с ясным физическим смыслом. Его первый инвариант (ω_{kk}^k) определяет повреждаемость, связанную с пластической дилатансией материала вследствие роста пор. А второй инвариант $(1/2) \tilde{\omega}_{ij}^i \tilde{\omega}_{ij}^j$ девиаторного тензора $\tilde{\omega}$ (мера $\left((1/2) \tilde{\omega}_{ij}^i \tilde{\omega}_{ij}^j\right)^{1/2}$) - повреждаемость, связанную с изменением формы дефектов. Введение двух нормированных мер (ω_1 и ω_2) с соответствующим физическим смыслом позволяет отобразить кинетический процесс деформационной повреждаемости эквивалентным параметром ω (ω_1, ω_2) в фазовом пространстве ω_1, ω_2 , включая критериальные условия для начала стадии коалесценции пор и пластического разрушения. Целесообразность совместного использования этих мер обосновывается экспериментальными исследованиями кинетического процесса пластической повреждаемости металлических материалов, проведенными рядом исследователей.

2. Основные соотношения

В дальнейшем используются следующие обозначения. Символы $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ и $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ обозначают соответственно скалярное и тензорное произведение векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$. Тензоры второго порядка, как векторы, обозначены буквами, набранными жирным шрифтом. В связи с определением деформаций на RVE - и мезоуровнях вводятся в рассмотрение тензоры приращения деформации и ее скорости на RVE -уровне: $d\mathbf{\varepsilon}, \dot{\mathbf{\varepsilon}}$ и мезоуровне: $d\tilde{\mathbf{\varepsilon}}, \dot{\tilde{\mathbf{\varepsilon}}}$ (тензоры будут обозначаться буквами с жирным шрифтом). Следуя работам [9, 10], соответствующими буквами (с нежирным шрифтом) будут обозначаться их (например, ковариантные) компоненты: $d\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, d\tilde{\varepsilon}_{ij}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}$, в том числе, шаровые $d\varepsilon_{kk}^k, \dot{\varepsilon}_{kk}^k, d\tilde{\varepsilon}_{kk}^k, \dot{\tilde{\varepsilon}}_{kk}^k$ и девиаторные $d\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, d\tilde{\varepsilon}_{ij}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}$, а также эквивалентные меры $d\varepsilon_{eq}, \dot{\varepsilon}_{eq}, \varepsilon_{eq}, d\tilde{\varepsilon}_{eq}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_{eq}, \tilde{\varepsilon}_{eq}$. Эквивалентная деформация, определенная из тензора логарифмических деформаций:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - главные компоненты тензора деформаций.

Эквивалентная (накапливаемая) деформация (параметр Одквиста) при сложном (непропорциональном) нагружении определяется интегрированием по пути деформации [11]:

$$\varepsilon_{eq} = \int \dot{\varepsilon}_{eq} dt = \int d\varepsilon_{eq}, \quad (2)$$

где эквивалентная скорость и приращение деформации

$$\dot{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{(2/3) \left(\dot{\varepsilon}_{ij}^i \dot{\varepsilon}_{ij}^j - \dot{\varepsilon}_i^i \dot{\varepsilon}_j^j \right)}, d\varepsilon_{eq} = \sqrt{(2/3) \left(d\varepsilon_{ij}^i d\varepsilon_{ij}^j - d\varepsilon_i^i d\varepsilon_j^j \right)}. \quad (3)$$

На мезоуровне для МЕ вводятся аналогичные соотношения. Рассеянные по объему *RVE* поры имеют различные исходные и текущие размеры и форму, а также положение главных осей. Поэтому экспериментальные измерения изменяющихся размеров совокупности пор в пределах *RVE* за период времени Δt приводят к рассеянным значениям тензора приращения деформации мезоэлементов $\Delta \hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon} \Delta t$ и, соответственно, их эквивалентной деформации $\hat{\varepsilon}_{eq}$. В связи с этим возникает необходимость определения наиболее вероятных (модальных) значений величин $\Delta \bar{\varepsilon}$ и $\bar{\varepsilon}_{eq}$ по экспериментально определяемым распределениям величин $\Delta \hat{\varepsilon}$ и $\hat{\varepsilon}_{eq}$. Модальные значения тензоров $\Delta \bar{\varepsilon}$ и $\bar{\varepsilon}_{eq}$ являются мерами, ассоциированными по отношению к *N*-совокупности пор в пределах *RVE*. Они будут также являться локальными характеристиками деформации *RVE* на мезоуровне.

Для моделирования процессов пластического формоизменения металлоизделий с высокими эксплуатационными свойствами целесообразно вводить два набора внутренних переменных: пластические переменные (характеризующие дислокационную структуру) и переменные повреждаемости (описывающие размножение и рост микродефектов).

Разложение тензора приращения поврежденности $d\omega$ на шаровый тензор и девиатор $d\omega_{ij} = (1/3) \delta_{ij} d\omega_{kk}^k + d\hat{\omega}_{ij}$, где $d\omega_{kk}^k$ - первый инвариант тензора $d\omega$, δ_{ij} - символ Кронекера, имеет ясный физический смысл. Шаровый тензор $(1/3) \delta_{ij} d\omega_{kk}^k$ описывает приращение поврежденности, связанное с изменением объема пор. Девиатор $d\hat{\omega}$ описывает приращение поврежденности, связанное с изменением формы пор. Подобное представление кинетического процесса повреждаемости деформируемого материала позволяет ввести для его оценки две меры (ω_1 и ω_2) следующими дифференциальными уравнениями [9]:

$$d\omega_1 = d\omega_{kk}^k = \frac{\dot{\varepsilon}_{kk}^k}{\bar{\varepsilon}_f} dt, d\omega_2 = \sqrt{3 \dot{\hat{\omega}}_{ij}^i \dot{\hat{\omega}}_{ij}^j} dt = \frac{\sqrt{3 \dot{\varepsilon}_{ij}^i \dot{\varepsilon}_{ij}^j}}{\bar{\varepsilon}_f} dt = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{\bar{\varepsilon}_f} dt. \quad (4)$$

Рассмотрим интегральную функцию $\bar{\varepsilon}_f$. Представим ее зависимость через приращения деформаций:

$$\bar{\varepsilon}_f = \int_{t_f} \left(\left(\dot{\varepsilon}_{kk}^k \right)^2 + \frac{9}{2} \dot{\varepsilon}_{eq}^2 \right)^{1/2} dt = \int_{t_f} \dot{\zeta} dt = \int_{\zeta_f} d\zeta, \dot{\zeta} = \left(\left(\dot{\varepsilon}_{kk}^k \right)^2 + \frac{9}{2} \dot{\varepsilon}_{eq}^2 \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Введем изображающее пространство с декартовыми прямоугольными координатами $\xi = \varepsilon_{kk}^k$, $\eta = (3/\sqrt{2}) \varepsilon_{eq}$, $\xi, \eta \in [0; \infty]$ (рис. 1). Накопленное значение параметра $\bar{\varepsilon}_f = \int_{\zeta_f} d\zeta$ определяется длиной дуги $O\zeta_f$, где точка ζ_f соответствует моменту макроразрушения. В случае пропорционального роста дилатансии $\bar{\varepsilon}_{kk}$ и эквивалентной деформации $\bar{\varepsilon}_{eq}$ мезоэлементов параметр $\bar{\varepsilon}_f = \int_{\zeta_f} d\zeta = \left| \vec{O\zeta_f} \right|$ определяется модулем вектора $\vec{O\zeta_f}$. Фазовый угол вектора разрушения $\vec{O\zeta_f} \vartheta_f = \arctg((3/\sqrt{2}) \bar{\varepsilon}_{eqf} / \bar{\varepsilon}_{kcf}^k)$. Соответственно вводится вектор коалесценции $\vec{O\zeta_c}$ с фазовым углом $\vartheta_c = \arctg((3/\sqrt{2}) \bar{\varepsilon}_{eqc} / \bar{\varepsilon}_{kc}^k)$.

Интегральные нормированные меры повреждаемости ($\omega_1, \omega_2 \in [0; 1]$), в соответствии с дифференциальными уравнениями (4):

$$\omega_1 = \int_t \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{\cdot k}^k}{\bar{\varepsilon}_f} dt = \int_{\bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k} \frac{d\bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k}{\bar{\varepsilon}_f}, \omega_2 = \int_t \frac{\sqrt{3\dot{\bar{\varepsilon}}_{\cdot j}^j \dot{\bar{\varepsilon}}_{\cdot i}^i}}{\bar{\varepsilon}_f} dt = \int_t \frac{(3/\sqrt{2}) \dot{\bar{\varepsilon}}_{eq}}{\bar{\varepsilon}_f} dt = \int_{\bar{\varepsilon}_{eq}} \frac{3\sqrt{2}}{\bar{\varepsilon}_f} d\bar{\varepsilon}_{eq}. \quad (6)$$

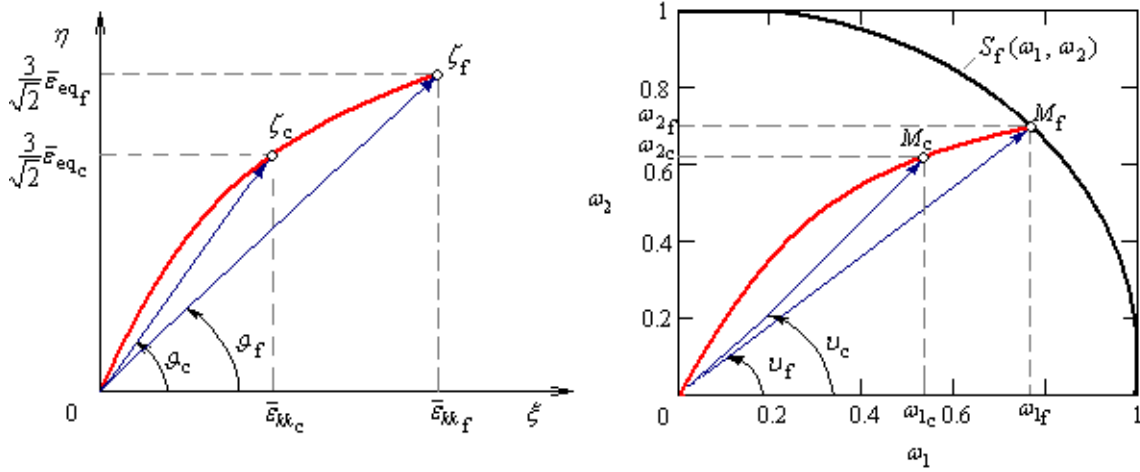


Рис 1: Изображающее пространство развития повреждаемости: слева – в плоскости параметров $\eta = \bar{\varepsilon}_{kk}$, $\xi = (3/\sqrt{2}) \bar{\varepsilon}_{eq}$; справа – в плоскости нормированных параметров ω_1, ω_2

Введем пространство нормированных параметров ω_1, ω_2 (рис. 1). Процесс повреждаемости деформируемого материала от начального состояния до макроразрушения изображается траекторией OM_cM_f , где точка M_c соответствует началу стадии коалесценции пор. Подобная интерпретация процесса повреждаемости позволяет ввести в рассмотрение рабочую гипотезу о существовании годографа разрушения $S_f(\omega_1, \omega_2)$ (рис. 1). Система N -опытов с варьированием мер повреждаемости ω_1, ω_2 позволяет определить совокупность точек, принадлежащих годографу разрушения $S_f(\omega_1, \omega_2)$. Точка годографа $S_f(1, 0)$ соответствует разрушению образца в результате достижения критической величины пластической дилатансии, без изменения формы пор. Точка годографа $S_f(0, 1)$ соответствует разрушению образца в результате достижения критической величины эквивалентной деформации мезоэлементов, содержащих вытянутые эллипсоидальные поры, без изменения их объема. Пространство ω_1, ω_2 позволяет ввести эквивалентную повреждаемость $\omega_{eq} = (\omega_1^2 + \omega_2^2)^{1/2}$.

При экспериментальном изучении и моделировании деформационной повреждаемости с использованием мер ω_1 и ω_2 удобно входящие в соотношения (6) величины $\bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k$, $\bar{\varepsilon}_{eq}$ и их производные определять как материальные функции от текущей эквивалентной девиаторной деформации RVE ε_{eq} :

$$\bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k = \bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k(\varepsilon_{eq}), \dot{\bar{\varepsilon}}_{\cdot k}^k = \left[\bar{\varepsilon}_{\cdot k}^k(\varepsilon_{eq}) \right]' \frac{d\varepsilon_{eq}}{dt}, \bar{\varepsilon}_{eq} = \bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq}), \dot{\bar{\varepsilon}}_{eq} = [\bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})]' \frac{d\varepsilon_{eq}}{dt}, \quad (7)$$

где штрих означает производную по Λ .

Таким образом, тензор повреждаемости ω и связанные с его инвариантами нормированные меры ω_1 и ω_2 описывают как возможность макроразрушения деформируемого материала в определенной опасной зоне, так и возможность начала стадии активной коалесценции эллипсоидальных пор и образования полостных дефектов (как критерий микроразрушения на мезоуровне). Эти меры могут оказаться полезными для оценки качества мезоструктуры металлоизделий. Качественная структура металлических материалов (без крупных полостных

дефектов, кластеров) существенно повышает способность деталей выдерживать динамические ударные нагрузки, а также их усталостную прочность.

3. Моделирование экспериментально определяемых материальных функций

Расчет повреждаемости и прогнозирование разрушения в процессах пластического течения металлов связан с экспериментальным определением и моделированием материальных функций, входящих в определяющие соотношения. Вводя в дифференциальные уравнения (4) материальные функции (7), получаем:

$$d\omega_1 = \frac{[\bar{\varepsilon}_{kk}(\varepsilon_{eq})]'}{\bar{\varepsilon}_f} d\varepsilon_{eq}, d\omega_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{[\bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})]'}{\bar{\varepsilon}_f} d\varepsilon_{eq}. \quad (8)$$

Для расчета повреждаемости в конкретном процессе пластической деформации представим дифференциальные уравнения (8) в интегральной форме:

$$\omega_1 = \int_0^{\varepsilon_{eq}} \frac{[\bar{\varepsilon}_{kk}(\varepsilon_{eq})]'}{\bar{\varepsilon}_f(\varepsilon_{eqf})} d\varepsilon_{eq}, \omega_2 = \int_0^{\varepsilon_{eq}} \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{[\bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})]'}{\bar{\varepsilon}_f(\varepsilon_{eqf})} d\varepsilon_{eq}. \quad (9)$$

В соотношения (9) входят следующие зависимости (материальные функции): пластической дилатансии мезоэлементов $\bar{\varepsilon}_{kk}$ от девиаторной деформации RVE ε_{eq} , девиаторной деформации мезоэлементов $\bar{\varepsilon}_{eq}$ от девиаторной деформации ε_{eq} , предельной пластической деформации мезоэлементов $\bar{\varepsilon}_f$ от предельной девиаторной деформации RVE ε_{eqf} .

Рассмотрим моделирование экспериментально определяемых материальных функций в процессах пластического сжатия. План эксперимента предусматривал использование в опытах на сжатие цилиндрических образцов пяти типов (рис. 2) из конструкционной стали (Steel DC01) и чистой меди (Copper). Тип А – сплошной, без искусственных пор, остальные четыре – с различным расположением цепочки из трех цилиндрических пор-отверстий. Образец В имеет вертикально расположенные отверстия в меридиональном сечении. Остальные три типа С, D, Е имеют горизонтально расположенные отверстия, однако их цепочки расположены под разным углом к оси сжимающей нагрузки: 90° (С), 45° (D) и 0° (Е). Варианты расположения отверстий приняты с учетом предварительных опытов по осадке образцов из чистой меди. Принятые варианты расположения отверстий и их цепочки имеет следующий смысл. Образцы В и С варьируют расположение оси отверстий относительно направления осевой сжимающей нагрузки; их деформация позволит в сравнении «контрасно» выявить влияние гидростатического давления

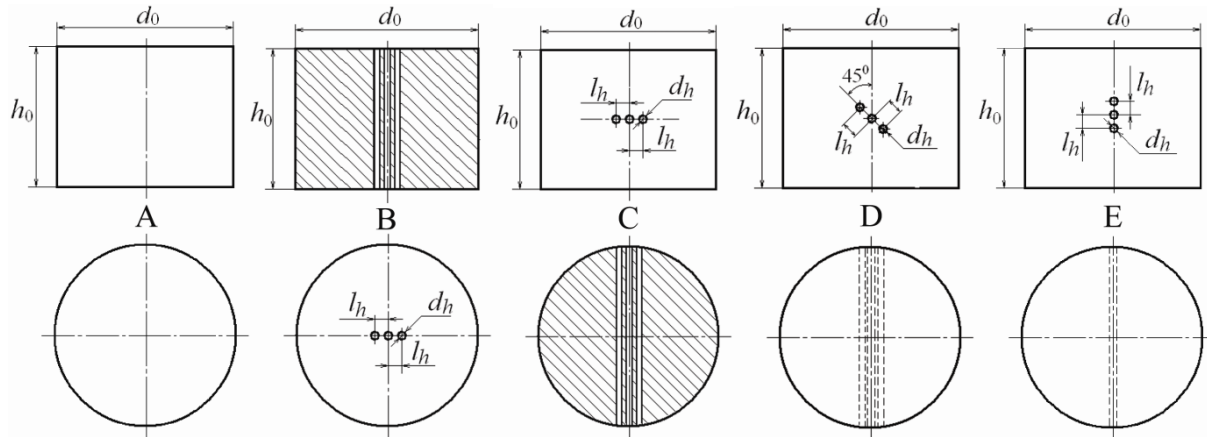


Рис. 2: Исходные цилиндрические образцы

(отрицательных значений triaxiality) на дилатансию материала в зоне искусственных пор. Ожидалось, что образец В с вертикально расположенными отверстиями в меридиональном сечении будет испытывать наибольшую дилатансию, так как радиальная деформация при осадке будет растягивать отверстия в радиальном направлении. Горизонтально расположенные отверстия в поперечном сечении образца С будут испытывать деформацию сжатия, которая может привести к отрицательной дилатансии. Образцы С, D, Е варьируют направление цепочки искусственных пор относительно направления сжимающей нагрузки и соответственно, относительно направления сдвиговых деформаций. В образце D направление цепочки дефектов (с углом 45°) будет наиболее близким к направлению сдвиговых деформаций, и расположение дефектов будет способствовать сдвиговому разрушению. Выявление зависимости предельной деформации (Λ_f) образцов С, D, Е от расположения линии дефектов является существенным фактором деформационной повреждаемости. План эксперимента предусматривал варьирование в опытах на сжатие еще двух факторов: отношения начального диаметра к начальной высоте ($d_0/h_0 = 0.75; 1.00; 1.25$) и относительного расстояния между центрами соседних отверстий ($l_h/d_h = 1.5; 2.5$). Эти факторы оказывают немаловажное влияние на развитие повреждаемости и деформацию при разрушении осаживаемого образца. Интервал значений фактора d_0/h_0 выбран соответствующим начальным размерам цилиндрических заготовок из пруткового проката, применяемых в технологии.

Осадка образцов осуществлялась на испытательной универсальной машине с измерительным комплексом. В каждом опыте идентичные образцы осаживались до различных нарастающих степеней, включая разрушение образца). Момент разрушения образца устанавливался по появлению на его боковой поверхности трещины (разрушение при сдвиге). Этому моменту соответствует деформация разрушения образца ε_{eqf} . После деформации измерялись под оптическим микроскопом размеры искусственных пор и RVE. Распределение естественных пор в окрестности отверстий, а также при осадке сплошных образцов анализировалось с применением сканирующего электронного микроскопа (SEM).

Основной задачей при проведении опытов было определение и моделирование входящих в определяющие зависимости пластической повреждаемости материальных функций $\bar{\varepsilon}_{eq} = \bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})$ (рис. 3), а также их предельных значений при экспериментально устанавливаемой деформации разрушения образца (ε_{eqf}). Последняя точка каждого графика соответствует образованию макротрещины на боковой поверхности образца. При осадке образцов типа С, D, Е из всех материалов макротрещина всегда проходила через искусственные поры. Все образцы из малоуглеродистой стали выявили разрушение. Однако сплошные образцы (типа А) и с вертикальным расположением отверстий (типа В) из чистой меди, осажённые до высокой степени деформации $\varepsilon_{eq} = 1.56 \dots 1.63$, не выявили следов разрушения. Опыты на образцах типа В с центральным расположением вертикальных отверстий согласуются с результатами работ [12, 13], согласно которым разрушение происходит на меридиональной поверхности, а не в центре образца. Значительное гидростатическое давление в центре заготовки, даже при исходной поврежденности центральной части искусственными дефектами, залечивает их и не позволяет развиваться разрушению. Подтверждается существование triaxiality ($(ST)_{nf}$), при котором разрушение не наступает и на меридиональной поверхности [14]. Большое гидростатическое давление приводит к залечиванию дефектов с образованием химических связей между соединяемыми поверхностями дефектов (процесс микросварки давлением на мезоуровне).

Экспериментальные зависимости $\bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})$ (рис. 3) позволяют отобразить процесс повреждаемости траекториями $s(\omega_1, \omega_2)$ в плоскости параметров ω_1, ω_2 (рис.4). Траектории $s(\omega_1, \omega_2)$ сильно смещены влево к оси ω_2 по сравнению с соответствующими траекториями повреждаемости при растяжении образцов [15]. Это смещение связано с сильным изменением формы МЕ и малой их дилатансией. Образующиеся цепочки вытянутых эллипсоидальных пор инициируют образование проходящей через них трещины. Для неразрушаемых в

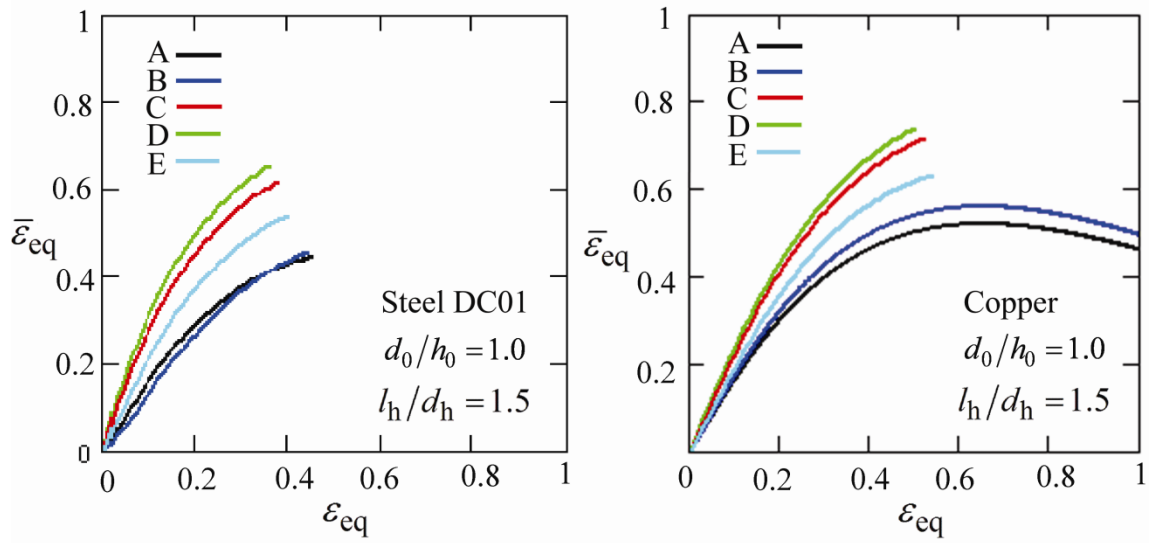


Рис. 3: Экспериментальные зависимости $\bar{\varepsilon}_{eq} = \bar{\varepsilon}_{eq}(\varepsilon_{eq})$ для исследуемых материалов Steel DC01 и Copper

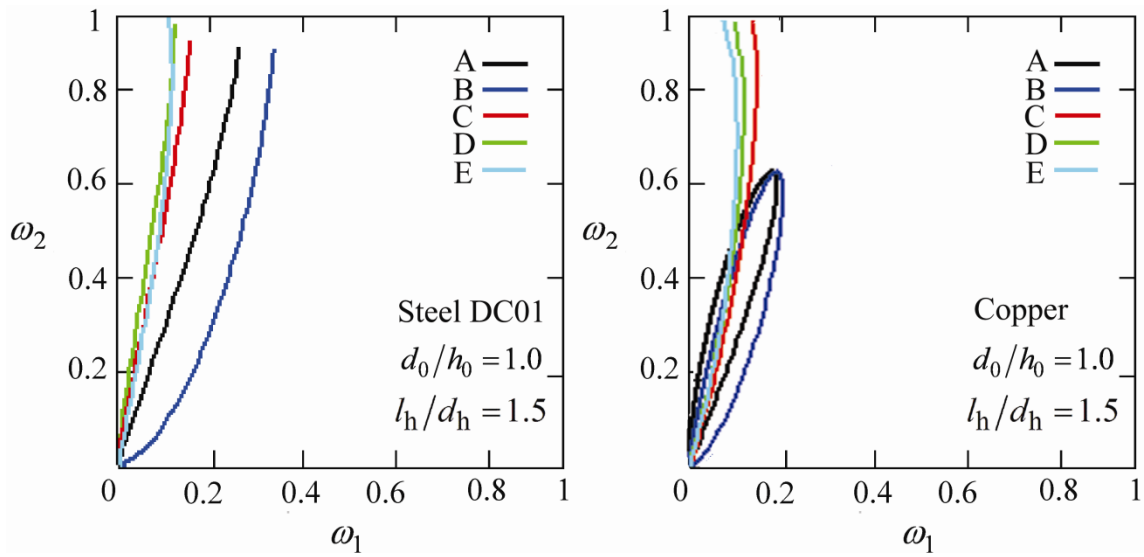


Рис. 4: Траектории повреждаемости в плоскости нормированных параметров ω_1, ω_2 для исследуемых материалов Steel DC01 и Copper

процессе осадки образцов из меди (типа А и В) траектории $s(\omega_1, \omega_2)$ изображаются петлей, восходящая ветвь которой отображает процесс развития повреждаемости, а нисходящая – интенсивного заживления дефектов.

Зависимости эквивалентной повреждаемости от эквивалентной деформации RVE (рис. 5) показывают разрушение всех образцов типов А, В, С из материала Steel DC01 при достижении величины $\omega_{eq} = 1$.

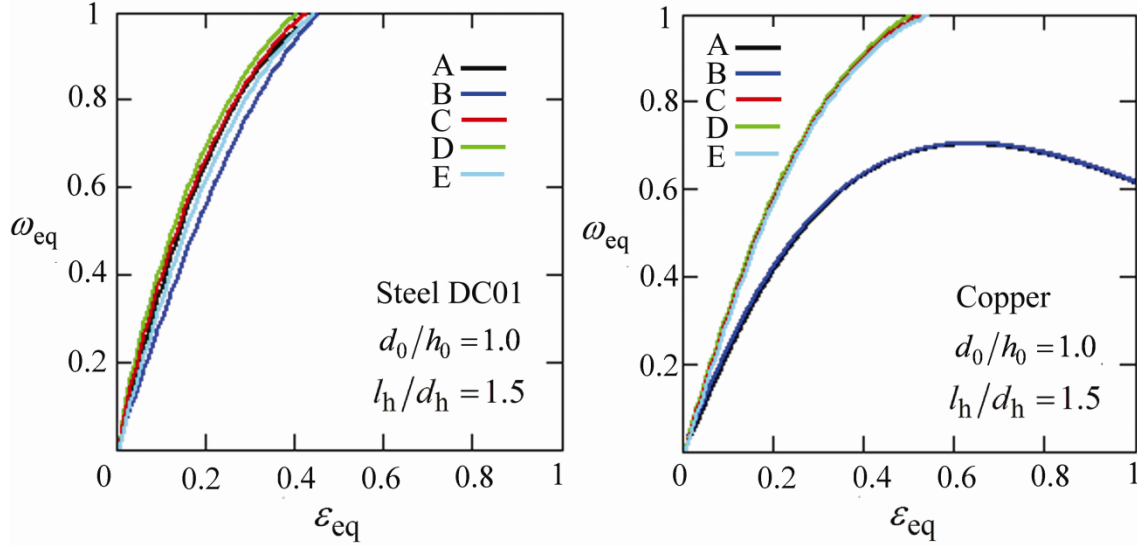


Рис. 5: Зависимость эквивалентной повреждаемости от эквивалентной деформации для материалов Steel DC01 и Copper

С увеличением соотношения исходных размеров образцов d_0/h_0 и относительного расстояния между отверстиями l_h/d_h происходит смещение показателя напряженного состояния в область больших отрицательных значений; в результате повреждаемость несколько уменьшается, а предельная деформация увеличивается. Зависимости $\omega_{eq} = \omega_{eq}(\epsilon_{eq})$ выявляют максимум ω_{eqmax} . В зоне максимума интенсивность процесса залечивания дефектов достигает интенсивности повреждаемости, поэтому в этой зоне приращение эквивалентной повреждаемости $d\omega_{eq}/d\epsilon_{eq} \approx 0$. При дальнейшем смещении показателя напряженного состояния в область больших отрицательных значений процесс залечивания дефектов развивается с нарастающей интенсивностью и приводит к быстрому снижению эквивалентной поврежденности. Кинетический процесс повреждаемости вполне удовлетворительно описывается аналитической зависимостью следующего вида:

$$\omega_{eq} = b_D \epsilon_{eq}^a \cdot b_h e^{-c\epsilon_{eq}} = b \epsilon_{eq}^a e^{-c\epsilon_{eq}}, \quad (10)$$

где $b_D \epsilon_{eq}^a$, $b_h e^{-c\epsilon_{eq}}$ - составляющие функции, описывающие, соответственно, процессы повреждаемости и залечиваемости; (b_D , b_h и a , c - модульные и степенные коэффициенты повреждаемости и залечиваемости, определяемые по характерным точкам графиков $\omega_{eq} = \omega_{eq}(\epsilon_{eq})$); b - эквивалентный коэффициент.

Соотношение коэффициентов a/c имеет ясный физический смысл и определяет эквивалентную деформацию RVE, при которой наступает равновесие кинетического процесса повреждаемости и залечивания мезодефектов: при $\epsilon_{eq} = a/c$ функция (10) имеет экстремум $\omega_{eqmax} = b(a/c)^a$. При нарастании деформации после точки равновесия $\epsilon_{eq} = a/c$ функция (10) быстро убывает и асимптотически приближается к оси $\omega_{eq} = 0$.

Зависимость (10) является довольно универсальной и позволяет установить связь меры эквивалентной повреждаемости ω_{eq} с деформацией разрушения ϵ_{eqf} . В момент разрушения $\omega_{eq} = \bar{b} \epsilon_{eqf}^a e^{-c\epsilon_{eqf}} = 1$, и прогнозируемая деформация разрушения образцов из стали изображается точкой пересечения кривых составляющих функций $\bar{b} \epsilon_{eq}^a(\epsilon_{eq})$ и $e^{-c\epsilon_{eq}}(\epsilon_{eq})$ (рис. (6, слева). Для неразрушаемых в процессе осадки образцов (типа А и В) из чистой меди кривые составляющих функций $\bar{b} \epsilon_{eq}^a(\epsilon_{eq})$ и $e^{-c\epsilon_{eq}}(\epsilon_{eq})$ не пересекаются, а максимальное их сближение по оси ординат соответствует равновесию кинетического процесса повреждаемости и залечивания микродефектов в точке $\epsilon_{eq} = a/c$ (рис. (6, справа). Эта точка соответствует значению показателя напряженного состояния, при котором разрушение образца при пластическом сжатии не произойдет при любых деформациях.

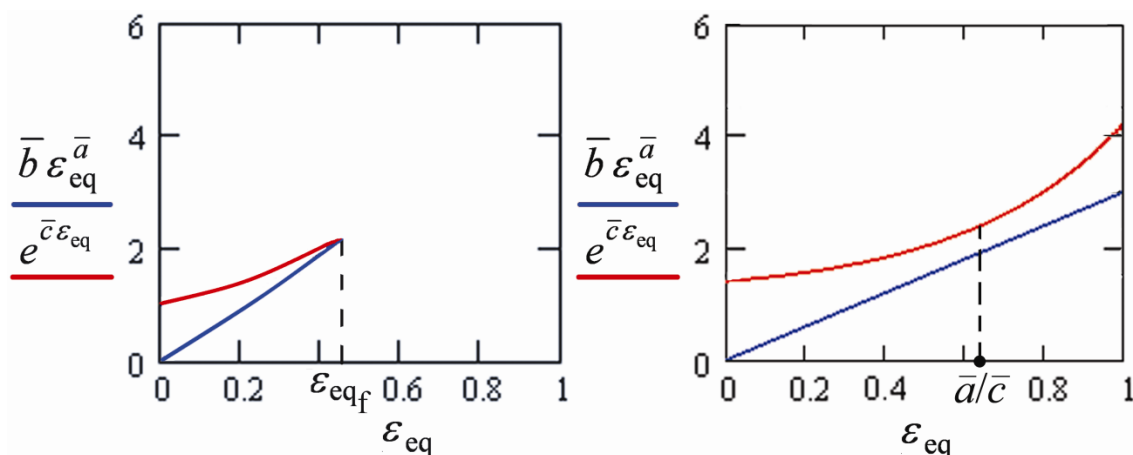


Рис. 6: Графики составляющих функций модели повреждаемости и залечивания дефектов при пластическом сжатии сплошного образца с соотношением исходных размеров $d_0/h_0 = 1.00$ и $d_0/h_0 = 1.5$: слева – для стали Steel DC01; справа – для чистой меди Copper

4. Заключение

Экспериментальные исследования свидетельствуют о существенном влиянии изменения формы пор на развитие деформационной повреждаемости и возможное пластическое разрушение материала. Моделирование повреждаемости связывается с ростом пор (изменением их объемной фракции) и с изменением их формы (приобретением эллипсоидальной формы, связанной с направлением главных деформаций). Тензорная теория повреждаемости позволяет построить термодинамически обоснованную математическую модель с материальными функциями для моделирования повреждаемости деформируемого материала в технологических процессах.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макклиток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов. М.: Мир, 1970. 444 с.
2. McClintock F. A criterion for ductile fracture by the growth of holes // J. Appl. Mech. 1968. Vol. 90. P. 363-371.
3. Bao Y., Wierzbicki T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space // Int. J. Mech. Sci. 2004. Vol. 46. P. 81-98.
4. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твёрдых тел. — М.: Металлургия, 1971. — 264 с.
5. Brünig M. An anisotropic ductile damage model based on irreversible thermodynamics // Int. J. Plasticity. 2003. Vol. 19. P. 1679-1713.
6. Bammann D., Solanki K. On kinematic, thermodynamic, and kinetic coupling of a damage theory for polycrystalline material // Int. J. Plasticity. 2010. Vol. 26. P. 775-793.
7. Khan A., Liu H. A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy // Int. J. Plasticity. 2012. Vol. 35. P. 1-12.
8. Hosokawa A., Wilkinson D., Kang J., Maire E. Onset of void coalescence in uniaxial tension studied by continuous X-ray tomography // Int. J. Acta Materialia. 2013. Vol. 61. P. 1021-1036.

9. Tutyshkin N., Müller W., Wille R., Zapara M. Strain-induced damage of metals under large plastic deformation: Theoretical framework and experiments // *Int. J. of Plasticity*. 2014. Vol. 59. P. 133–151.
10. Тутышкин Н.Д., Травин В.Ю. Тензорная теория деформационной повреждаемости // *Чебышевский сборник*. 2022. – Том 23. № 5. С. 320 – 336.
11. Хилл Р. Математическая теория пластичности / Пер. с англ. Э.И. Григолюка. М.: Госуд. изд-во технико-теорет. лит-ры. 407 с.
12. Dunand M., Maertens A., Luo M., Mohr D. Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part I: Plasticity // *Int. J. Plasticity*. 2012 Vol. 36. P. 34–49.
13. Luo M., Dunand M., Mohr D. Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part II: Ductile fracture. // *Int. J. Plasticity*. 2012. Vol. 32-33, May. P. 36–58.
14. Bao Y., Wierzbicki T. On the cut-off value of negative triaxiality for fracture. // *J. Eng. Fract. Mech.* 2005. Vol. 72. P. 1049–1069.
15. Zapara M., Tutyshkin N., Müller W., Wille R. Constitutive equations of a tensorial model for ductile damage of metals // *J. Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2012. Vol. 24. P. 697-717.

REFERENCES

1. McClintock F. & Argon A. 1970, “Deformation and destruction of materials”, *M.: Mir*, 444 p. (In Russ.)
2. McClintock F. 1968, “A criterion for ductile fracture by the growth of holes”, *J. Appl. Mech.*, vol. 90, pp. 363–371.
3. Bao Y. & Wierzbicki T. 2004, “On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space”, *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 46, pp. 81–98.
4. Ekobori T. 1971, “Physics and mechanics of destruction and strength of solids”, *M.: Metallurgy*, 264 p. (In Russ.)
5. Brünig M. 2003, “An anisotropic ductile damage model based on irreversible thermo-dynamics”, *Int. J. Plasticity*, vol. 19, pp. 1679–1713.
6. Bammann D. & Solanki K. 2010, “On kinematic, thermodynamic, and kinetic coupling of a damage theory for polycrystalline material”, *Int. J. Plasticity*, vol. 26, pp. 775-793.
7. Khan A. & Liu H. 2012, “A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy”, *Int. J. Plasticity*, vol. 35, pp. 1–12.
8. Hosokawa A., Wilkinson D., Kang J. & Maire E. 2013, “Onset of void coalescence in uniaxial tension studied by continuous X-ray tomography”, *Int. J. Acta Materialia*, vol. 61, pp. 1021-1036.
9. Tutyshkin N.D, Müller W.X, Wille R. & Zapara M.A. 2014, “Strain-induced damage of metals under large plastic deformation: Theoretical framework and experiments”, *Int. J. of Plasticity*, vol. 59, pp. 133–151.

10. Tutyshkin N.D. & Travin V.Yu. 2022, “Tensor theory of deformation damage”, *Chebyshevskii sbornik*, vol. 23, no 5, pp. 320 – 336. (In Russ.)
11. Hill R. 1950, “Mathematical theory of plasticity”, *M.: State*. edition of the technical-theoretical literature, 407 p.
12. Dunand M., Maertens A., Luo M. & Mohr D. 2012, “Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part I: Plasticity”, *Int. J. Plasticity*, vol. 36, pp. 34–49.
13. Luo M., Dunand M. & Mohr D. 2012, “Experiments and modeling of anisotropic aluminum extrusions under multi-axial loading – Part II: Ductile fracture”, *Int. J. Plasticity*, vol. 32-33, May, pp. 36–58.
14. Bao Y. & Wierzbicki T. 2005, “On the cut-off value of negative triaxiality for fracture”, *J. Eng. Fract. Mech.*, vol. 72, pp. 1049–1069.
15. Zapara M.A., Tutyshkin N.D, Müller W.X. & Wille R. 2012, “Constitutive equations of a tensorial model for ductile damage of metals”, *J. Continuum Mechanics and Thermodynamics*, vol. 24, pp. 697-717.

Получено: 11.10.2023

Принято в печать: 21.12.2023