ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК
Том 16. Выпуск 4.

ВЛАДИМИР ПЕТРОВИЧ ПЛАТОНОВ[1]
(к 75-летию со дня рождения)

1 декабря исполнилось 75 лет выдающемуся ученому-математику Владимиру Петровичу Платонову, академику Российской Академии Наук и Национальной Академии Наук Беларуси, главному научному сотруднику Научно-исследовательского института системных исследований РАН и Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

В. П. Платонов — всемирно известный математик, специалист в области алгебры, алгебраической геометрии и теории чисел. Им решен ряд крупных проблем, в течение длительного времени не поддававшихся усилиям других математиков. Среди них — проблема сильной аппроксимации в алгебраических группах, поставленная в 1937 году, проблема Кнезера-Титса, создание приведенной K-теории конечномерных алгебр с делением и решение на этой основе проблемы Таннака-Артина и проблемы рациональности групповых алгебраических многообразий. Им внесен крупный вклад в развитие арифметической теории алгебраических групп — глубокого научного направления, лежащего на стыке теории групп, алгебраической геометрии и теории чисел.

В последние несколько лет им была развита теория для нахождения фундаментальных единиц в гиперэллиптических полях и на ее основе построены новые высокоэффективные алгоритмы их вычисления.

Эти и многие другие результаты принесли В. П. Платонову широкую международную известность и признание, свидетельством которых явилось приглашение Владимира Петровича в качестве докладчика на международные конгрессы математиков в Ванкувере (1974 г.) и Хельсинки (1978 г.) и Европейский математический конгресс в Будапеште (1996 г.). Результаты В. П. Платонова стали предметом доклада Ж. Титса на семинаре Бурбаки в 1977 г.

В 1978 году за цикл фундаментальных работ “Арифметика алгебраических групп и приведенная K-теория” В. П. Платонову была присуждена Ленинская

[1]Данная статья перепечатана из УМН 2015. Т. 70, вып. 1. С. 204–207. с официального разрешения редколлегии УМН.

премия в области науки и техники. В 1993 году он был удостоен премии Гумбольдта (ФРГ).

Математическое творчество В. П. Платонова многогранно и характеризуется глубокой оригинальностью и самобытностью. Им написано более 160 научных работ, в том числе 2 монографии. Спектр исследованных им проблем очень широк и включает обстоятельное изучение основных классов локально компактных топологических групп, анализ структуры алгебраических групп и их применение к теории линейных групп, локально-глобальные принципы в теории чисел и теории алгебраических групп, проконечные пополнения конечно порожденных групп и кольца характеров их представлений.

В. П. Платоновым были разработаны методы вычисления приведенной группы Уайтхеда конечномерной центральной простой алгебры и показано, что вопреки ожиданиям эта группа часто является нетривиальной (это привело к отрицательному решению старой проблемы Таннака-Артина и опровержению гипотезы Кнезера-Титса о строении простых односвязных изотропных алгебраических групп).

Совместно с В. И. Янчевским была построена теория конечномерных нормированных тел, основу которой составляет классификация гензелевых тел, что завершило исследования локальных тел, которые активно велись с начала 30-х годов. Совместно с В. И. Черноусовым была исследована рациональность полупростых групповых многообразий. В. П. Платоновым вместе с О. И. Тавгенем была решена проблема А. Гротендика о проконечных пополнениях финитно-аппроксимируемых групп.

Многие научные результаты В. П. Платонова, а также основные этапы его преподавательской и научно-организационной деятельности были освещены в статье, посвященной его семидесятилетию (УМН 2010, №3, с. 203–206).

Особое место в математическом творчестве В. П. Платонова занимает арифметическая теория алгебраических групп, к исследованию ключевых проблем которой он неоднократно возвращался в своей работе. Фундаментальную роль в теории играет доказанная В. П. Платоновым теорема о сильной аппроксимации. С ее помощью им была исследована проблема максимальности арифметических групп и доказана гипотеза рода в арифметических группах. Спустя 10 лет, сильная аппроксимация была применена В. П. Платоновым для описания чисел и групп классов алгебраических групп. Впоследствии им совместно с А. С. Рапинчуком был разработан новый подход к конгруэнц-проблеме, основанный на анализе абстрактных (в частности, комбинаторных) свойств арифметических групп, который привел к доказательству в совместной работе с В. Сури гипотезы А. Любоцкого о конгруэнц-свойстве для арифметических групп с адельным проконечным пополнением. Важную роль в развитии арифметической теории алгебраических групп сыграл сформулированный Платоновым локально-глобальный принцип нового типа, описывающий проективную простоту групп рациональных точек алгебраических групп над глобальными полями. Исследование этого принципа для анизотропных групп типа A_n привело к изучению мультипликативной арифметики конечномерных алгебр с делением над глобальными полями.

В течение длительного периода развития арифметической теории алгебраических групп, начатого работами А. Вейля, А. Бореля, Хариш-Чандры, Ж.-П. Серра, М. Кнезера, основные результаты были доступны исключительно в форме журнальных публикаций. Первое систематическое изложение этой теории было дано В. П. Платоновым в монографии “Алгебраические группы и теория чисел” (1991 г., английский перевод — 1993 г.), написанной совместно с А. С. Рапинчуком. За прошедшие 20 лет книга стала основным источником информации об арифметических группах и строении алгебраических групп над локальными и глобальными полями. В настоящее время Владимир Петрович совместно с А. С. Рапинчуком работает над вторым изданием книги, которое будет опубликовано издательством Кембриджского университета. В это издание будут включены, в частности, новые существенные результаты в теории арифметических групп, полученные В. П. Платоновым после выхода первого издания книги. Большинство этих результатов было получены Владимиром Петровичем в процессе длительного научного сотрудничества с Ф. Груневальдом.

В настоящей статье мы более подробно остановимся на двух направлениях исследований В. П. Платонова в последние несколько лет.

Один из удивительных результатов, полученных в работах В. П. Платонова и Ф. Груневальда, состоит в том, что конечное расширение арифметической группы не всегда является арифметической группой. С другой стороны, было показано, что конечные расширения арифметических групп наследуют определенные свойства конечности, которые были ранее известны для самих арифметических групп. В частности, любое конечное расширение арифметической группы имеет конечное число классов сопряженности конечных подгрупп. Результаты о конечных расширениях арифметических групп были впоследствии обобщены на конечные расширения произвольных решеток в группах Ли. В частности, с использованием теоремы жесткости Г. А. Маргулиса для решеток в полупростых группах Ли было показано, что конечное расширение произвольной кокомпактной решетки в вещественной группе Ли с конечным числом связных компонент также является решеткой. При этом были получены теоремы жесткости для некоторых дискретных подгрупп (соответственно, арифметических подгрупп) вещественных групп Ли (соответственно, алгебраических групп) с радикалом. В то же время, доказано, что для всякой не кокомпактной решетки в $SL_2(\mathbb{R})$ существует конечное расширение, не являющееся решеткой. Было также дано полное решение проблемы арифметичности полициклических групп и, в частности, дан ответ на вопрос Д. Сигала о числе Хирша арифметических полициклических групп. Итоги этого исследования новых свойств арифметических групп были подведены В. П. Платоновым в недавней работе [5].

В последние пять лет Владимиром Петровичем совместно с учениками был выполнен основополагающий цикл работ [2]–[4], [6]–[10] по нахождению фундаментальных единиц полей функций гиперэллиптических кривых над арифметическими полями (конечными полями, полями алгебраических чисел). На основе развитой теории были построены и реализованы принципиально новые высокоэффективные алгоритмы вычисления фундаментальных единиц, что важно для современной криптографии. Одним из ключевых результатов является новый локально-глобальный принцип для существования нетривиальных единиц в поле функций гиперэллиптической кривой над полем алгебраических чисел: показано, что такая единица существует в том и только том случае, когда функциональные поля почти всех редукций кривой обладают нетривиальными единицами, степени которых ограничены в совокупности. С другой стороны, В. П. Платоновым совместно с В. В. Беняш-Кривцом были исследованы S-единицы в функциональных полях с конечным полем констант. В частности, с использованием непрерывных дробей, ими были построены самые быстрые алгоритмы для вычисления S-единиц в эллиптических и гиперэллиптических полях (это самое значительное продвижение в данном направлении со времен классической работы Э. Артина 1924 г.). С применением этих и других методов была получена полная классификация фундаментальных единиц для многих гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел.

Результаты о фундаментальных единицах имеют важные применения к изучению якобианов кривых над полями алгебраических чисел. Известная теорема В. Мазура дает полное описание группы кручения эллиптической кривой над полем рациональных чисел (в частности, порядки ее элементов не превосходят 12 и не могут быть равны 11). Однако подобные результаты отсутствуют для абелевых многообразий размерности больше 1. В этом направлении, разработанные методы вычисления фундаментальных единиц позволили В. П. Платонову завершить доказательство гипотезы Пунена (1996 г.) о том, что для любого $m \leqslant 30$ существует кривая рода 2 над полем рациональных чисел, якобиан которой содержит рациональную точку кручения порядка m. Более того, были построены примеры таких кривых, для которых в якобиане существуют рациональные точки ранее неизвестных порядков, превосходящих 30. Было также исследовано алгебро-геометрическое строение якобианов кривых рода 2 с рациональными точками кручения больших порядков. Обзор этих результатов дан в [1]. Цикл работ В. П. Платонова по фундаментальным единицам функциональных полей представляет естественное соединение глубокой теории, эффективных алгоритмов и супервычислений. Подобный симбиоз будет играть все большую роль в математике 21-го века.

Мы желаем Владимиру Петровичу здоровья и новых творческих успехов.

С. И. Адян, В. В. Беняш-Кривец, В. М. Бухштабер, Е. И. Зельманов, В. В. Козлов, Г. А. Маргулис, С. П. Новиков, А. Н. Паршин, Г. Прасад, А. С. Рапинчук, Л. Д. Фаддеев, В. И. Черноусов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теоретико-числовые свойства гиперэллиптических полей и проблема кручения в якобианах гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел // УМН. 2014. Т. 69, вып. 1 (415). С. 3–38.

2. К вопросу о простоте якобианов кривых рода 2 над полем рациональ-ных чисел с точками кручения больших порядков // Доклады РАН. 2013. Т. 450, №4. С. 385–388 (совм. с М.М. Петруниным, В.С. Жгуном).

3. О проблеме кручения в якобианах кривых рода 2 над полем рациональных чисел // Доклады РАН. 2012. Т. 446, №3. С. 1–2 (совм. с М. М. Петруниным).

4. Новые порядки точек кручения в якобианах кривых рода 2 над полем рациональных чисел // Доклады РАН. 2012. Т. 443, №6. С. 664–667 (совм. с М. М. Петруниным).

5. Новые свойства арифметических групп // УМН. 2010. Т. 65, вып. 5 (395). С. 157–184.

6. Арифметика квадратичных полей и кручение в якобианах // Доклады РАН. 2010. Т. 430, №3. С. 318–320.

7. О новом локально-глобальном принципе для квадратичных функциональных полей // Доклады РАН. 2010. Т. 433, №2. С. 154–157 (совм. с В. В. Беняш-Кривцом).

8. Арифметические свойства функциональных квадратичных полей и кручение в якобианах // Чебышевский сборник. 2010. Т. 11, вып. 1(33). С. 234–238.

9. Минимальные неприводимые линейные группы и представления конечных групп // Доклады РАН. 2009. Т. 424, №6. С. 1–3.

10. Группы S-единиц в гиперэллиптических полях и непрерывные дроби // Матем. сборник. 2009. Т. 200, №11. С. 15–44 (совм. с В. В. Беняш-Кривцом).

11. О некоторых уравнениях, связанных с tpp-группами // Дискретная математика. 2009, №4. С. 82–84 (совм. с С. П. Струнковым).

Поступило 20.11.2015.