

# ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

## Том 16 Выпуск 3 (2015)

---

УДК 514.174+511.9+519

### О ПЛОТНОСТИ РЕШЕТЧАТОГО ПОКРЫТИЯ ДЛЯ $n = 17$

М. М. Анзин (г. Москва)

#### Аннотация

В настоящей работе улучшена оценка плотности решетчатого покрытия евклидова пространства размерности  $n = 17$ . Этот результат направлен на решение проблемы, известной в литературе как *проблема С. С. Рышкова в теории решетчатых покрытий* [1, 2].

Настоящая работа является продолжением ряда работ автора, среди которых основной является работа [3], в которой даны подробные определения, а также методика исследования и приведены доказательства основных теорем. Мы предполагаем, что читатель знаком с результатами работы [3].

Настоящий результат получен на основе полного описания строения  $L$ -разбиения классической решетки Коксетера  $A_{17}^6$ . Также приведено полное описание строения её многогранника Вороного-Дирихле как многогранника, заданного своими вершинами. На основе этого для решетчатого покрытия, отвечающего этой решетке, вычислено точное значение радиуса покрытия и функции плотности покрытия. Значение функции плотности покрытия оказалось лучше (меньше) ранее известных. Тем самым для  $n = 17$  улучшена оценка минимальной плотности решетчатого покрытия евклидова пространства равными шарами.

Исторически исследование  $L$ -разбиений решеток Коксетера  $A_n^r$  было начато С. С. Рышковым в работе [4]. Среди  $L$ -тел решетки  $A_{17}^6$  встречается правильный симплекс  $S$  относительного объёма 6 (в таблице 1 это тело обозначено через  $F_1$ ). Это заранее известное из [4]  $L$ -тело, с которого мы начинали перечисление всех  $L$ -тел.

Первоначально  $L$ -тела были получены нами с использованием ЭВМ при помощи известного «метода пустого шара» Делоне (см. [5]). В качестве первого шага этого метода мы использовали результаты работы [4] для  $S$ .

В настоящей работе мы для формы  $A_{17}^6$  доводим начатые в [4] исследования до полного завершения.

Аналогичные результаты, полученные мною ранее для размерностей  $n = 11, \dots, 15$ , мы подробно обсуждали в своё время с С. С. Рышковым на его спецсеминарах по теории решёток при кафедре дискретной математики механико-математического факультета МГУ. Сергей Сергеевич давал высокую оценку тем результатам и называл их «результатами уровня

доктора физико-математических наук», что для меня, безусловно, являлось и продолжает являться большим стимулом для проведения новых исследований. Настоящий результат для  $n = 17$  по объемам вычислений превосходит все предыдущие вместе взятые.

Я посвящаю этот результат памяти своего учителя — Сергея Сергеевича Рышкова.

*Ключевые слова:* решётка, решётка Коксетера, решетчатое покрытие, плотность покрытия,  $L$ -тело,  $L$ -разбиение.

*Библиография:* 19 наименований.

## ON THE DENSITY OF LATTICE COVERING FOR $n = 17$

M. M. Anzin (Moscow)

### Abstract

In present paper for  $n = 17$  improved estimate is obtained for the minimum density of lattice coverings of the Euclidean space with equal balls. This result is directed on a solution of a problem, known in the literature as “the problem of S. S. Ryshkov concerning lattice coverings” [1, 2].

This work is a continuation of a series of author’s works. The work [3] is a basic work among them. Detailed definitions, the technique of the research and the proofs of the basic theorems are given there. We presume that the reader is acquainted with the results of the work [3].

The result based on a full description of the structure of the  $L$ -partition for the Coxeter lattice  $A_{17}^6$  as well as the structure of the Voronoi-Dirichlet polyhedra as polyhedra defined by their vertices is given. On the basis of this description, exact value of the covering radius and the density function are evaluated for the lattice covering corresponding to this lattice. The values of the density function of the covering proved to be better (less) than the formerly known values. Thus, for  $n = 17$ , improved estimate is obtained for the minimum density of lattice coverings of the Euclidean space with equal balls.

Historically, the study of  $L$ -partitions of the Coxeter lattices  $A_n^r$  was initiated by S. S. Ryshkov in [4]. There are regular simplex  $S$  relative volume 6 among  $L$ -body of the lattices  $A_n^r$  (named  $F_1$  in table 1). It is well known from [4]  $L$ -body, which we use to start enumeration.

Originally, we obtained  $L$ -bodies with a computer, using the well known «empty-ball method» of Delone (see [5]). As the first step of this method, we used the results of [4] for  $S$ .

In the present paper, we complete the studies initiated in [4] for the form  $A_{17}^6$ .

The similar results, earlier gotten by me for the dimensions  $n = 11, \dots, 15$ , were discussed in detail by me and S. S. Ryshkov at his lattice theory special

seminars at the chair of discrete mathematics at MSU Faculty of Mechanics and Mathematics. Sergey Sergeevich gave an appreciation for those results and named them «the results of physical and mathematical PhD's level», which was and continues to be a big stimulus for me to carry out new researches. The present result for  $n = 17$  have surpassed all previous ones in a volume of calculations.

I devote this result to the memory of my teacher — Sergey Sergeevich Ryshkov.

*Keywords:* lattice, Coxeters lattices, lattice covering, covering density,  $L$ -body,  $L$ -partition.

*Bibliography:* 19 titles.

## 1. Введение

Задача о наименее плотном решетчатом покрытии евклидова пространства равными шарами состоит в отыскании для каждой размерности  $n$  такой решетки  $\Gamma_n$ , которая дает наименьшее значение плотности  $\theta_n(\Gamma)$  решетчатого покрытия евклидова пространства  $E^n$  равными шарами.

Мы сводим исследование функции  $\theta_n(\Gamma)$  к исследованию функции  $\eta_n(\Gamma)$  — аналога функции Эрмита

$$\eta_n(\Gamma) = \eta_n(f_\Gamma) = \frac{D^2}{\sqrt[n]{\det f_\Gamma}} = \frac{(2R)^2}{\sqrt[n]{\det f_\Gamma}}, \quad (1)$$

где  $D = 2R$  — диаметр шара покрытия,  $\det f_\Gamma$  — определитель матрицы положительной квадратичной формы  $f_\Gamma$ , отвечающей некоторому основному реперу решетки  $\Gamma$ . Функции  $\theta_n(\Gamma)$  и  $\eta_n(\Gamma)$  связаны соотношением  $\eta_n(\Gamma) = 4\left(\frac{\theta_n(\Gamma)}{\Omega_n}\right)^{2/n}$ , где  $\Omega_n$  — объем  $n$ -мерного шара единичного радиуса.

Впервые задача о решетчатых покрытиях была поставлена Кершнером в [6]. Там же в [6], эта задача была решена для  $n = 2$ . В дальнейшем для других  $n$  эту задачу решили: для  $n = 3$  — Бамба [7]; для  $n = 4$  — Делоне и Рышков [8]; для  $n = 5$  — Рышков и Барановский [9]. Для других  $n \geq 6$  известны только оценки. При всех  $n \leq 5$  минимум функции плотности  $\theta_n(\Gamma)$  ( $\eta_n(\Gamma)$ ) достигается на решетке  $\Gamma_n$ , отвечающей «главной форме первого типа Вороного»  $\varphi_n^*$  (см. [10]) со значением функции  $\eta_n(\Gamma_n) = \eta_n(\varphi_n^*)$ :

$$\begin{aligned} \varphi_n^*(x_1, \dots, x_n) &= n(x_1^2 + \dots + x_n^2) - 2(x_1x_2 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n), \\ \eta_n(\varphi_n^*) &= \frac{n(n+2)\sqrt[n]{n+1}}{(3n+3)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из асимптотических оценок ряда авторов следовало, что при достаточно больших  $n$  существуют решетки, дающие плотность покрытия меньшую, чем решетка  $\varphi_n^*$ . Но в этих работах не было получено никаких оценок такого числа  $n$ . Первые результаты в этом направлении были получены Рышковым в работе [11],

где для всех четных  $n \geq 114$  и для всех нечетных  $n \geq 201$  были построены решетки лучшие, чем решетка  $\varphi_n^*$ .

Кроме этого, в [11] был поставлен ряд вопросов, основным из которых является вопрос о дальнейшем нахождении всех тех  $n$ , для которых существуют решетки, дающие плотность покрытия меньшую, чем решетка  $\varphi_n^*$ .

Поставленные в [11] вопросы обозначили проблему, которая в дальнейшем в [1] получила название «*проблема Рышкова в теории решетчатых покрытий*». Там же в [1], для всех  $n \geq 24$  были найдены примеры решеток, с лучшими, чем у  $\varphi_n^*$ , плотностями покрытия. В целях окончательного решения проблемы Рышкова для  $6 \leq n \leq 23$ , в последующих работах были найдены аналогичные примеры: для  $n = 22, 23$  — в [12]; для  $n = 9$  — в [13]; для  $n = 11, 14$  — в [3, 14]; для  $n = 6$  — в [15]; для  $n = 13, 15$  — в [16, 17]; для  $n = 12$  — в [18].

Настоящая работа посвящена аналогичному результату для  $n = 17$ .

## 2. Основной результат

**ТЕОРЕМА 1** (Основная теорема). *Имеет место соотношение*

$$\eta_{17} \leq \eta_{17}(A_{17}^6) = \frac{13}{2} \sqrt[17]{2} = 6,770\dots < \eta_{17}(A_{17}^*) = 7,090\dots,$$

где  $\eta_n = \inf_{\Gamma \subset E^n} \eta_n(\Gamma) = \min_{\Gamma \subset E^n} \eta_n(\Gamma)$ , для  $n = 17$ ,  $A_{17}^6$  — решетка Коксетера [19].

Исследование формы  $A_{17}^6$  мы проводим в более симметричном базисе эквивалентной формы  $\varphi^{(17,6)} \sim 2 \cdot A_{17}^6$  (см. [3]).

**УТВЕРЖДЕНИЕ 1.** *L-разбиение решетки, отвечающей форме  $\varphi^{(17,6)}$  образовано многогранниками, конгруэнтными 73 попарно неэквивалентным L-многогранникам, характеристики которых указаны в таблице 1. Максимальное значение радиуса шара, описанного вокруг L-многогранника, достигается на многогранниках пяти классов  $F_{11}, F_{68}, X_1, X_2, X_9$ , и для радиуса  $R$  решетчатого покрытия выполняется равенство  $4R^2(\varphi^{(17,6)}) = 6\frac{1}{2}$ .*

**Доказательство утверждения 1** получено нами на основе полного описания строения L-разбиения решетки  $\varphi^{(17,6)}$  аналогично тому, как это сделано в предыдущих работах автора (см. [3], а также [14, 16–18]), т.е. на основе построения таблицы данных для формулы объемов — таблицы 2, которую мы приводим в приложении, и проверки формулы объемов (3):

$$\sum_{\beta=1}^{279} \frac{2 \cdot 18! \cdot \text{Vol}(L_\alpha)}{|\text{St}(A_\beta)| \cdot \#(L_\alpha)} = 355687428096000 = 17! = n! \quad (3)$$

В таблицах 1 и 2 используются следующие обозначения: в графе « $L_\alpha$ » указано обозначение L-многогранника (сохранена техническая нумерация); в графе « $4R^2(L_\alpha)$ » — умноженное на 4 значение квадрата радиуса шара, описанного вокруг L-многогранника  $L_\alpha$ ; в графе « $\text{Vol}(L_\alpha)$ » — относительный объем L-многогранника  $L_\alpha$ ; в графе « $\#(L_\alpha)$ » — число вершин L-многогранника  $L_\alpha$ .

В таблице 1 в графе «Описание» мы приводим условное обозначение строения  $L$ -многогранника  $L_\alpha$ , как выпуклой оболочки своих вершин. При этом мы используем обозначения: « $p(k)$ » —  $(k-1)$ -мерный симплекс с числом вершин  $k$ ; « $O(k)$ » —  $k$ -мерный ортаэдр с числом вершин  $2k$  и другие обозначения, на которых мы подробно не останавливаемся.

В таблице 2 в графе « $A_\beta$ » мы приводим обозначение арифметического типа центра шара, описанного вокруг  $L$ -многогранника  $L_\alpha$ ; в графе «Центр описанного шара  $A_\beta$ » — арифметический тип центра описанного шара, записанный в координатах первого символа С. С. Рышкова, по которым однозначно определяется класс многогранников  $L_\alpha$ ; в графе « $|\text{St}(A_\beta)|$ » — порядок группы стабилизатора центра описанного шара  $A_\beta$ .

В последней графе таблицы 2 вычисляется соответствующее слагаемое

$$\left\langle \frac{2 \cdot 18! \cdot \text{Vol}(L_\alpha)}{|\text{St}(A_\beta)| \cdot \#(L_\alpha)} \right\rangle,$$

входящее в формулу объемов (3).

На заключительном шаге доказательства мы вычисляем сумму, входящую в левую часть формулы объёмов (3) путём суммирования значений последнего столбца таблицы 2, и проверяем, равна ли она  $n!$ , для  $n = 17$ . В результате вычислений убеждаемся в истинности равенства (3), т.е. формула объемов удовлетворена, что говорит о полноте списка предъявленных  $L$ -многогранников и доказывает утверждение 1.

**Доказательство основной теоремы** заключается в вычислении значения  $\eta_n(\Gamma)$  по формуле (1) для решетки, отвечающей форме  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim 2 \cdot A_{17}^6$ ) и сравнение его со значением  $\eta_n(\varphi_n^*)$ , вычисленным по формуле (2) для решетки, отвечающей форме  $\varphi_n^*$ .

Для формы  $\varphi^{(17,6)}$  значение определителя известно из [19]:

$$\det(2 \cdot A_n^r) = \det \varphi^{(n,r)} = \frac{(n+1)}{r^2}; \quad \det \varphi^{(17,6)} = \frac{1}{2};$$

значение радиуса покрытия  $R$  известно из утверждения 1 и равно максимальному значению радиуса шара, описанного вокруг  $L$ -многогранника, т.е.

$$4R^2(L_\alpha) = 6\frac{1}{2}.$$

### 3. Заключение

Большая часть процитированных примеров решеток, дающих решение проблемы С. С. Рышкова в размерностях  $6 \leq n \leq 23$ , — это классические решетки Коксетера  $A_n^r$  [19], которые определены только для тех размерностей  $n$ , для которых  $n+1$  разлагается на нетривиальные множители  $n+1 = r \cdot q$ . Поэтому для размерностей  $n = 6, 10, 12, 16, 18$  и  $22$  решетки Коксетера  $A_n^r$  не определены.

Однако в этих случаях удаётся сконструировать новые классы решеток, которые также дают решение проблемы С. С. Рышкова. К этим классам решеток применимы те же методы, которые разработаны в основной работе автора [3]. Так в работе [18], автором построен пример для  $n = 12$ , который дает решение проблемы Рышкова в этой размерности.

Таблица 1: Описание строения  $L$ -тел решетки  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim$ решётка Коксетера  $A_{17}^6$ )

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	Описание
1	$F_1$	$3\frac{7}{9}$	18	6	$p(18)$
2	$F_{86}$	$4\frac{29}{162}$	18	9	$p(18)$
3	$F_{81}$	$5\frac{13}{18}$	18	18	$p(18)$
4	$F_{28}$	$6\frac{137}{882}$	18	21	$p(18)$
5	$F_{75}$	$6\frac{5}{18}$	18	21	$p(18)$
6	$F_{75}^3$	$6\frac{5}{18}$	18	21	$p(18)$
7	$F_{78}$	$6\frac{13}{72}$	18	24	$p(18)$
8	$F_{37}$	$6\frac{1}{4}$	18	24	$p(18)$
9	$F_{48}$	$6\frac{11}{36}$	18	24	$p(18)$
10	$F_{49}$	$6\frac{11}{36}$	18	24	$p(18)$
11	$F_{21}$	$6\frac{102}{607}$	18	27	$p(18)$
12	$F_{80}$	$6\frac{23}{95}$	18	27	$p(18)$
13	$F_{75}^2$	$6\frac{5}{18}$	18	27	$p(18)$
14	$F_8$	$6\frac{209}{661}$	18	27	$p(18)$
15	$F_{34}$	$6\frac{11}{50}$	18	30	$p(18)$
16	$F_{72}$	$6\frac{62}{225}$	18	30	$p(18)$
17	$F_{26}$	$6\frac{7}{25}$	18	30	$p(18)$
18	$F_{75}^1$	$6\frac{5}{18}$	18	33	$p(18)$
19	$F_{25}$	$6\frac{314}{833}$	18	33	$p(18)$
20	$F_{46}$	$6\frac{4}{9}$	18	42	$p(18)$

Сказанное даёт уверенность в том, что проблему С. С. Рышкова для размерностей  $6 \leq n \leq 23$  удастся решить в рамках единого подхода, изложенного в [3].

Автор планирует продолжить исследования в этом направлении с целью

Продолжение таблицы 1

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	Описание
21	$F_{60}$	$6 \frac{5}{18}$	20	24	$O(3) + p(14)$
22	$F_{85}$	$4 \frac{7}{16}$	20	32	$O(3) + p(14)$
23	$F_{59}$	$6 \frac{5}{16}$	20	32	$O(3) + p(14)$
24	$F_{59}^1$	$6 \frac{5}{16}$	20	32	$O(3) + p(14)$
25	$F_{53}$	$6 \frac{7}{50}$	20	40	$O(3) + p(14)$
26	$F_{58}$	$6 \frac{17}{50}$	20	40	$O(3) + p(14)$
27	$F_{58}^1$	$6 \frac{17}{50}$	20	40	$O(3) + p(14)$
28	$F_{57}^1$	$6 \frac{13}{36}$	20	48	$O(3) + p(14)$
29	$F_{57}$	$6 \frac{13}{36}$	20	48	$O(3) + p(14)$
30	$F_7$	$6 \frac{31}{98}$	20	56	$O(3) + p(14)$
31	$F_{56}$	$6 \frac{37}{98}$	20	56	$O(3) + p(14)$
32	$F_{63}$	$6 \frac{3}{16}$	20	64	$O(3) + p(14)$
33	$F_{24}$	$6 \frac{23}{64}$	20	64	$O(3) + p(14)$
34	$F_{55}$	$6 \frac{25}{64}$	20	64	$O(3) + p(14)$
35	$F_{54}$	$6 \frac{65}{162}$	20	72	$O(3) + p(14)$
36	$F_{70}$	$6 \frac{33}{100}$	20	80	$O(3) + p(14)$
37	$F_{23}$	$6 \frac{37}{100}$	20	80	$O(3) + p(14)$
38	$F_{79}$	$6 \frac{5}{22}$	20	88	$O(3) + p(14)$
39	$F_{22}$	$6 \frac{55}{144}$	20	96	$O(3) + p(14)$
40	$F_{69}$	$6 \frac{115}{338}$	20	104	$O(3) + p(14)$
41	$F_{62}$	$6 \frac{1}{4}$	21	256	$[[O(3) + p(4)] + [p(10)]] + p(1)$
42	$F_{77}$	$6 \frac{21}{128}$	22	256	$O(5) + p(12)$
43	$F_{52}^1$	$6 \frac{3}{8}$	22	256	$O(5) + p(12)$
44	$F_9$	$6 \frac{3}{8}$	22	256	$O(5) + p(12)$
45	$F_{50}$	$6 \frac{3}{8}$	22	256	$O(5) + p(12)$
46	$F_{44}$	$6 \frac{5}{18}$	22	288	$O(5) + p(12)$
47	$F_{52}$	$6 \frac{3}{8}$	22	320	$O(5) + p(12)$

Окончание таблицы 1

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	Описание
48	$F_{40}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$O(5) + p(12)$
49	$F_{47}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$O(5) + p(12)$
50	$F_{51}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$O(5) + p(12)$
51	$F_{51}^1$	$6\frac{21}{50}$	22	400	$O(5) + p(12)$
52	$F_{45}$	$6\frac{355}{791}$	22	400	$O(5) + p(12)$
53	$F_{84}$	$4\frac{81}{98}$	23	77	$U(5, 10) + p(13)$
54	$F_{67}$	$6\frac{3}{8}$	24	512	$[O(5) + O(3)] + p(8)$
55	$F_{66}$	$6\frac{19}{50}$	24	640	$[O(5) + O(3)] + p(8)$
56	$F_{65}$	$6\frac{7}{18}$	24	768	$[O(5) + O(3)] + p(8)$
57	$F_{64}$	$6\frac{39}{98}$	24	896	$[O(5) + O(3)] + p(8)$
58	$X_8$	$6\frac{45}{128}$	25	2048	$O(8) + p(9)$
59	$X_7$	$6\frac{4}{9}$	25	2304	$O(8) + p(9)$
60	$X_4$	$6\frac{81}{200}$	25	2560	$O(8) + p(9)$
61	$F_{71}$	$6\frac{7}{18}$	25	2712	$O(5) + O(3) + p(9)$
62	$X_3$	$6\frac{4}{9}$	26	3072	$[O(5) + O(5)] + p(6)$
63	$F_{10}$	$6\frac{4}{9}$	26	3072	$[O(5) + O(5)] + p(6)$
64	$F_{12}$	$6\frac{209}{450}$	26	3840	$[O(5) + O(5)] + p(6)$
65	$F_{83}$	$5\frac{4}{9}$	27	156	$U(6, 15) + p(12)$
66	$X_5$	$6\frac{17}{36}$	27	6144	$[O(8) + O(3)] + p(5)$
67	$X_6$	$6\frac{15}{32}$	27	8192	$[O(8) + O(3)] + p(5)$
68	$F_{11}$	$6\frac{1}{2}$	30	36864	$O(5) + O(5) + O(5)$
69	$X_2$	$6\frac{1}{2}$	30	65536	$[O(8) + p(2)] + [O(3) + O(3)]$
70	$X_9$	$6\frac{1}{2}$	32	196608	$O(8) + O(8)$
71	$F_{68}$	$6\frac{1}{2}$	32	204800	$[O(5) + O(5)] + [O(3) + O(3)]$
72	$F_0$	$4\frac{1}{2}$	34	327680	$O(17)$
73	$X_1$	$6\frac{1}{2}$	64	11745930	$V(7; 42) + O(11)$



окончательного решения проблемы С. С. Рышкова в теории решетчатых покрытий.

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $1 \leq \beta \leq 10$

Таблица 2: Данные для формулы объёмов решетки  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim$ решётка Коксетера  $A_{17}^6$ )(левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
1	$F_1$	$3\frac{7}{9}$	18	6	$A_1$
2	$F_{86}$	$4\frac{29}{162}$	18	9	$A_2$
					$A_3$
3	$F_{81}$	$5\frac{13}{18}$	18	18	$A_4$
					$A_5$
					$A_6$
4	$F_{28}$	$6\frac{137}{882}$	18	21	$A_7$
					$A_8$
					$A_9$
					$A_{10}$

Таблица 3: Данные для формулы объёмов решетки  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim$ решётка Коксетера  $A_{17}^6$ )(правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_1$	$(-\frac{1}{18})^{17} (\frac{17}{18})^1$	355687428096000	12
$A_2$	$(-\frac{11}{108})^{14} (\frac{19}{108})^3 (\frac{97}{108})^1$	523069747200	12240
$A_3$	$(-\frac{37}{108})^1 (-\frac{7}{108})^{15} (\frac{71}{108})^2$	2615348736000	2448
$A_4$	$(-\frac{1}{3})^6 (\frac{1}{12})^{10} (\frac{1}{2})^1 (\frac{2}{3})^1$	2612736000	4900896
$A_5$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{4})^{10}$	18289152000	700128
$A_6$	$(-\frac{1}{4})^9 (\frac{1}{6})^7 (\frac{1}{3})^1 (\frac{3}{4})^1$	1828915200	7001280
$A_7$	$(-\frac{71}{252})^8 (\frac{1}{252})^3 (\frac{61}{252})^3 (\frac{67}{252})^3 (\frac{181}{252})^1$	8709120	1715313600
$A_8$	$(-\frac{107}{252})^2 (-\frac{101}{252})^3 (\frac{13}{252})^9 (\frac{85}{252})^3 (\frac{145}{252})^1$	26127360	571771200
$A_9$	$(-\frac{109}{252})^1 (-\frac{103}{252})^3 (-\frac{43}{252})^3 (\frac{29}{252})^9 (\frac{143}{252})^2$	26127360	571771200
$A_{10}$	$(-\frac{125}{252})^2 (-\frac{65}{252})^3 (-\frac{59}{252})^3 (\frac{55}{252})^9 (\frac{127}{252})^1$	26127360	571771200

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $11 \leq \beta \leq 21$

Таблица 4: Данные для формулы объёмов решетки  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim$ решётка Коксетера  $A_{17}^6$ )(левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
5	$F_{75}$	$6\frac{5}{18}$	18	21	$A_{11}$
6	$F_{75}^3$	$6\frac{5}{18}$	18	21	$A_{12}$
7	$F_{78}$	$6\frac{13}{72}$	18	24	$A_{13}$
					$A_{14}$
					$A_{15}$
					$A_{16}$
8	$F_{37}$	$6\frac{1}{4}$	18	24	$A_{17}$
					$A_{18}$
					$A_{19}$
					$A_{20}$
					$A_{21}$

Таблица 5: Данные для формулы объёмов решетки  $\varphi^{(17,6)}$  ( $\sim$ решётка Коксетера  $A_{17}^6$ )(правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St}[(A_\beta)]$	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{11}$	$(-\frac{11}{36})^8 (\frac{7}{36})^9 (\frac{25}{36})^1$	14631321600	1021020
$A_{12}$	$(-\frac{17}{36})^2 (-\frac{11}{36})^3 (-\frac{5}{36})^3 (\frac{1}{36})^3 (\frac{7}{36})^3 (\frac{13}{36})^3 (\frac{19}{36})^1$	15552	960575616000
$A_{13}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{8})^9 (\frac{13}{24})^1 (\frac{7}{12})^1$	52254720	326726400
$A_{14}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{5}{24})^1 (\frac{5}{24})^9 (\frac{7}{12})^1$	52254720	326726400
$A_{15}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{24})^9 (\frac{3}{8})^1 (\frac{5}{12})^4$	209018880	81681600
$A_{16}$	$(-\frac{7}{24})^8 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{7}{24})^1 (\frac{17}{24})^1$	23224320	735134400
$A_{17}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{5}{48})^1 (\frac{11}{48})^3 (\frac{7}{24})^3 (\frac{2}{3})^1$	622080	27445017600
$A_{18}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^3 (\frac{5}{48})^3 (\frac{11}{48})^1 (\frac{5}{12})^4$	4354560	3920716800
$A_{19}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{5}{24})^3 (\frac{13}{48})^3 (\frac{19}{48})^1 (\frac{7}{12})^1$	1088640	15682867200
$A_{20}$	$(-\frac{7}{16})^2 (-\frac{3}{8})^3 (0)^7 (\frac{1}{4})^4 (\frac{7}{16})^1 (\frac{9}{16})^1$	1451520	11762150400
$A_{21}$	$(-\frac{11}{24})^1 (-\frac{19}{48})^3 (-\frac{13}{48})^1 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^7 (\frac{13}{24})^2$	1451520	11762150400

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $22 \leq \beta \leq 33$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
9	$F_{48}$	$6\frac{11}{36}$	18	24	$A_{22}$
					$A_{23}$
					$A_{24}$
					$A_{25}$
					$A_{26}$
					$A_{27}$
10	$F_{49}$	$6\frac{11}{36}$	18	24	$A_{28}$
					$A_{29}$
					$A_{30}$
					$A_{31}$
					$A_{32}$
					$A_{33}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{22}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{3}{16})^3 (-\frac{7}{48})^1 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	41472	411675264000
$A_{23}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{48})^1 (\frac{1}{48})^3 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	548900352000
$A_{24}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (0)^3 (\frac{1}{8})^3 (\frac{5}{16})^3 (\frac{17}{48})^1 (\frac{7}{12})^1$	31104	548900352000
$A_{25}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{7}{48})^3 (\frac{3}{16})^1 (\frac{5}{12})^4$	124416	137225088000
$A_{26}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^4 (\frac{5}{16})^1 (\frac{17}{48})^3 (\frac{13}{24})^1$	41472	411675264000
$A_{27}$	$(-\frac{23}{48})^2 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{23}{48})^1 (\frac{25}{48})^1$	41472	411675264000
$A_{28}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{5}{24})^1 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	41472	411675264000
$A_{29}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{11}{24})^1 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	41472	411675264000
$A_{30}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (0)^3 (\frac{1}{24})^1 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	548900352000
$A_{31}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (0)^3 (\frac{1}{8})^3 (\frac{7}{24})^1 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	548900352000
$A_{32}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{1}{8})^1 (\frac{1}{6})^3 (\frac{5}{12})^4$	124416	137225088000
$A_{33}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{3})^3 (\frac{3}{8})^1 (\frac{13}{24})^1$	41472	411675264000

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $34 \leq \beta \leq 44$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
11	$F_{21}$	$6 \frac{102}{607}$	18	27	$A_{34}$
					$A_{35}$
					$A_{36}$
12	$F_{80}$	$6 \frac{23}{95}$	18	27	$A_{37}$
					$A_{38}$
					$A_{39}$
13	$F_{75}^2$	$6 \frac{5}{18}$	18	27	$A_{40}$
					$A_{41}$
14	$F_8$	$6 \frac{209}{661}$	18	27	$A_{42}$
					$A_{43}$
					$A_{44}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{34}$	$(-\frac{91}{324})^8 (-\frac{1}{324})^3 (\frac{83}{324})^6 (\frac{233}{324})^1$	174182400	110270160
$A_{35}$	$(-\frac{133}{324})^5 (\frac{17}{324})^9 (\frac{107}{324})^3 (\frac{191}{324})^1$	261273600	73513440
$A_{36}$	$(-\frac{161}{324})^1 (-\frac{71}{324})^9 (\frac{79}{324})^6 (\frac{163}{324})^2$	522547200	36756720
$A_{37}$	$(-\frac{97}{324})^8 (\frac{47}{324})^6 (\frac{89}{324})^3 (\frac{227}{324})^1$	174182400	110270160
$A_{38}$	$(-\frac{115}{324})^5 (-\frac{73}{324})^3 (\frac{65}{324})^9 (\frac{209}{324})^1$	261273600	73513440
$A_{39}$	$(-\frac{143}{324})^1 (-\frac{101}{324})^6 (\frac{43}{324})^9 (\frac{181}{324})^2$	522547200	36756720
$A_{40}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	82944	231567336000
$A_{41}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^1 (\frac{5}{12})^4$	663552	28945917000
$A_{42}$	$(-\frac{121}{324})^5 (-\frac{43}{324})^3 (\frac{5}{324})^3 (\frac{71}{324})^3 (\frac{101}{324})^3 (\frac{203}{324})^1$	155520	123502579200
$A_{43}$	$(-\frac{145}{324})^2 (-\frac{115}{324})^3 (-\frac{13}{324})^6 (\frac{65}{324})^3 (\frac{113}{324})^3 (\frac{179}{324})^1$	311040	61751289600
$A_{44}$	$(-\frac{151}{324})^2 (-\frac{103}{324})^3 (-\frac{37}{324})^3 (-\frac{7}{324})^3 (\frac{95}{324})^6 (\frac{173}{324})^1$	311040	61751289600

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $45 \leq \beta \leq 56$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{45}$
					$A_{46}$
15	$F_{34}$	$6\frac{11}{50}$	18	30	$A_{47}$
					$A_{48}$
					$A_{49}$
					$A_{50}$
16	$F_{72}$	$6\frac{62}{225}$	18	30	$A_{51}$
					$A_{52}$
					$A_{53}$
					$A_{54}$
					$A_{55}$
17	$F_{26}$	$6\frac{7}{25}$	18	30	$A_{56}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{45}$	$(-\frac{155}{324})^1 (-\frac{125}{324})^3 (-\frac{59}{324})^3 (-\frac{11}{324})^3 (\frac{67}{324})^6 (\frac{169}{324})^2$	311040	61751289600
$A_{46}$	$(-\frac{157}{324})^2 (-\frac{91}{324})^3 (-\frac{61}{324})^3 (\frac{41}{324})^6 (\frac{119}{324})^3 (\frac{167}{324})^1$	311040	61751289600
$A_{47}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{13}{60})^6 (\frac{11}{30})^1 (\frac{2}{3})^1$	12441600	1715313600
$A_{48}$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{1}{30})^1 (\frac{7}{60})^6 (\frac{5}{12})^4$	87091200	245044800
$A_{49}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{2}{15})^1 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	21772800	980179200
$A_{50}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^7 (\frac{7}{15})^1 (\frac{37}{60})^1$	14515200	1470268800
$A_{51}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{10})^6 (-\frac{1}{30})^1 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	829440	25729704000
$A_{52}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{2}{15})^1 (\frac{2}{15})^6 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	622080	34306272000
$A_{53}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (0)^3 (\frac{1}{5})^6 (\frac{7}{15})^1 (\frac{7}{12})^1$	622080	34306272000
$A_{54}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{30})^6 (\frac{3}{10})^1 (\frac{5}{12})^4$	2488320	8576568000
$A_{55}$	$(-\frac{11}{30})^5 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{11}{30})^1 (\frac{19}{30})^1$	414720	51459408000
$A_{56}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{15})^1 (\frac{4}{15})^6 (\frac{2}{3})^1$	12441600	1715313600

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $57 \leq \beta \leq 68$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{57}$
					$A_{58}$
					$A_{59}$
18	$F_{75}^1$	$6 \frac{5}{18}$	18	33	$A_{60}$
					$A_{61}$
19	$F_{25}$	$6 \frac{314}{833}$	18	33	$A_{62}$
					$A_{63}$
					$A_{64}$
					$A_{65}$
20	$F_{46}$	$6 \frac{4}{9}$	18	42	$A_{66}$
21	$F_{60}$	$6 \frac{5}{18}$	20	24	$A_{67}$
					$A_{68}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{57}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{15})^6 (\frac{4}{15})^1 (\frac{5}{12})^4$	87091200	245044800
$A_{58}$	$(-\frac{2}{5})^5 (0)^7 (\frac{1}{4})^4 (\frac{2}{5})^1 (\frac{3}{5})^1$	14515200	1470268800
$A_{59}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{7}{30})^6 (\frac{13}{30})^1 (\frac{7}{12})^1$	21772800	980179200
$A_{60}$	$(-\frac{13}{36})^5 (-\frac{7}{36})^3 (\frac{5}{36})^6 (\frac{11}{36})^3 (\frac{23}{36})^1$	3110400	7547379840
$A_{61}$	$(-\frac{17}{36})^1 (-\frac{11}{36})^6 (\frac{1}{36})^3 (\frac{7}{36})^6 (\frac{19}{36})^2$	6220800	3773689920
$A_{62}$	$(-\frac{149}{396})^5 (-\frac{47}{396})^3 (-\frac{5}{396})^3 (\frac{109}{396})^6 (\frac{247}{396})^1$	3110400	7547379840
$A_{63}$	$(-\frac{155}{396})^5 (-\frac{17}{396})^6 (\frac{85}{396})^3 (\frac{127}{396})^3 (\frac{241}{396})^1$	3110400	7547379840
$A_{64}$	$(-\frac{179}{396})^2 (-\frac{137}{396})^3 (-\frac{23}{396})^6 (\frac{115}{396})^6 (\frac{217}{396})^1$	6220800	3773689920
$A_{65}$	$(-\frac{193}{396})^1 (-\frac{151}{396})^3 (-\frac{49}{396})^6 (\frac{89}{396})^6 (\frac{203}{396})^2$	6220800	3773689920
$A_{66}$	$(-\frac{7}{18})^5 (-\frac{1}{18})^6 (\frac{5}{18})^6 (\frac{11}{18})^1$	62208000	480287808
$A_{67}$	$(-\frac{13}{36})^5 (-\frac{7}{36})^2 (-\frac{1}{36})^3 (\frac{5}{36})^3 (\frac{11}{36})^4 (\frac{23}{36})^1$	207360	74101547520
$A_{68}$	$(-\frac{17}{36})^1 (-\frac{11}{36})^6 (\frac{1}{36})^4 (\frac{7}{36})^3 (\frac{13}{36})^3 (\frac{19}{36})^1$	622080	24700515840

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $69 \leq \beta \leq 80$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{69}$
					$A_{70}$
					$A_{71}$
22	$F_{85}$	$4 \frac{7}{16}$	20	32	$A_{72}$
					$A_{73}$
23	$F_{59}$	$6 \frac{5}{16}$	20	32	$A_{74}$
					$A_{75}$
					$A_{76}$
					$A_{77}$
					$A_{78}$
24	$F_{59}^1$	$6 \frac{5}{16}$	20	32	$A_{79}$
					$A_{80}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St}( A_\beta )$	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{69}$	$(-\frac{17}{36})^2 (-\frac{11}{36})^2 (-\frac{5}{36})^6 (\frac{7}{36})^4 (\frac{13}{36})^3 (\frac{19}{36})^1$	414720	37050773760
$A_{70}$	$(-\frac{17}{36})^2 (-\frac{11}{36})^3 (-\frac{5}{36})^2 (\frac{1}{36})^6 (\frac{13}{36})^4 (\frac{19}{36})^1$	414720	37050773760
$A_{71}$	$(-\frac{17}{36})^2 (-\frac{11}{36})^3 (-\frac{5}{36})^3 (\frac{1}{36})^2 (\frac{7}{36})^6 (\frac{19}{36})^2$	207360	74101547520
$A_{72}$	$(-\frac{1}{8})^{13} (\frac{3}{16})^4 (\frac{7}{8})^1$	149448499200	137088
$A_{73}$	$(-\frac{17}{48})^2 (-\frac{1}{24})^{14} (\frac{31}{48})^2$	348713164800	58752
$A_{74}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{3}{16})^4 (\frac{1}{8})^5 (\frac{1}{4})^3 (\frac{1}{2})^2$	207360	98802063360
$A_{75}$	$(-\frac{3}{8})^4 (-\frac{1}{4})^3 (0)^3 (\frac{1}{8})^3 (\frac{5}{16})^4 (\frac{5}{8})^1$	124416	164670105600
$A_{76}$	$(-\frac{5}{12})^2 (-\frac{7}{24})^5 (\frac{1}{48})^4 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	207360	98802063360
$A_{77}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^3 (\frac{1}{24})^5 (\frac{17}{48})^4 (\frac{13}{24})^1$	207360	98802063360
$A_{78}$	$(-\frac{23}{48})^2 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^3 (\frac{5}{24})^5 (\frac{25}{48})^2$	103680	197604126720
$A_{79}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{1}{8})^6 (\frac{3}{16})^4 (\frac{3}{8})^3 (\frac{1}{2})^1$	622080	32934021120
$A_{80}$	$(-\frac{3}{8})^5 (-\frac{1}{8})^3 (0)^2 (\frac{1}{8})^3 (\frac{5}{16})^4 (\frac{5}{8})^1$	207360	98802063360

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $81 \leq \beta \leq 92$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{81}$
					$A_{82}$
					$A_{83}$
25	$F_{53}$	$6\frac{7}{50}$	20	40	$A_{84}$
					$A_{85}$
					$A_{86}$
					$A_{87}$
26	$F_{58}$	$6\frac{17}{50}$	20	40	$A_{88}$
					$A_{89}$
					$A_{90}$
					$A_{91}$
					$A_{92}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{81}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^2 (-\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{24})^6 (\frac{17}{48})^4 (\frac{13}{24})^1$	414720	49401031680
$A_{82}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^2 (-\frac{5}{24})^3 (-\frac{1}{48})^4 (\frac{7}{24})^6 (\frac{13}{24})^1$	414720	49401031680
$A_{83}$	$(-\frac{23}{48})^2 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^2 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{5}{24})^6 (\frac{25}{48})^2$	207360	98802063360
$A_{84}$	$(-\frac{9}{20})^1 (-\frac{2}{5})^4 (\frac{1}{20})^9 (\frac{7}{20})^3 (\frac{11}{20})^1$	52254720	490089600
$A_{85}$	$(-\frac{13}{30})^2 (-\frac{23}{60})^2 (-\frac{11}{60})^3 (\frac{7}{60})^9 (\frac{17}{30})^2$	17418240	1470268800
$A_{86}$	$(-\frac{17}{60})^8 (\frac{1}{60})^3 (\frac{13}{60})^2 (\frac{4}{15})^4 (\frac{43}{60})^1$	11612160	2205403200
$A_{87}$	$(-\frac{29}{60})^2 (-\frac{17}{60})^2 (-\frac{7}{30})^4 (\frac{13}{60})^9 (\frac{31}{60})^1$	34836480	735134400
$A_{88}$	$(-\frac{9}{20})^2 (-\frac{7}{20})^3 (-\frac{1}{20})^4 (\frac{1}{20})^4 (\frac{7}{20})^4 (\frac{11}{20})^1$	165888	154378224000
$A_{89}$	$(-\frac{23}{60})^3 (-\frac{17}{60})^4 (\frac{1}{60})^3 (\frac{7}{60})^3 (\frac{19}{60})^4 (\frac{37}{60})^1$	124416	205837632000
$A_{90}$	$(-\frac{23}{60})^3 (-\frac{17}{60})^4 (\frac{1}{60})^4 (\frac{13}{60})^3 (\frac{19}{60})^3 (\frac{37}{60})^1$	124416	205837632000
$A_{91}$	$(-\frac{29}{60})^1 (-\frac{23}{60})^3 (-\frac{11}{60})^4 (\frac{7}{60})^4 (\frac{13}{60})^4 (\frac{31}{60})^2$	165888	154378224000
$A_{92}$	$(-\frac{29}{60})^2 (-\frac{17}{60})^3 (-\frac{11}{60})^3 (\frac{7}{60})^4 (\frac{13}{60})^4 (\frac{31}{60})^2$	82944	308756448000



Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $93 \leq \beta \leq 104$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
27	$F_{58}^1$	$6\frac{17}{50}$	20	40	$A_{93}$
					$A_{94}$
					$A_{95}$
					$A_{96}$
					$A_{97}$
28	$F_{57}^1$	$6\frac{13}{36}$	20	48	$A_{98}$
					$A_{99}$
					$A_{100}$
					$A_{101}$
29	$F_{57}$	$6\frac{13}{36}$	20	48	$A_{102}$
					$A_{103}$
					$A_{104}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St}( A_\beta )$	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{93}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{19}{60})^1 (-\frac{13}{60})^3 (-\frac{1}{60})^4 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	622080	41167526400
$A_{94}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{11}{60})^4 (\frac{23}{60})^3 (\frac{29}{60})^1$	2488320	10291881600
$A_{95}$	$(-\frac{9}{20})^2 (-\frac{7}{20})^1 (-\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{20})^6 (\frac{7}{20})^4 (\frac{11}{20})^1$	829440	30875644800
$A_{96}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{60})^1 (\frac{7}{60})^3 (\frac{19}{60})^4 (\frac{37}{60})^1$	414720	61751289600
$A_{97}$	$(-\frac{29}{60})^2 (-\frac{17}{60})^3 (-\frac{11}{60})^1 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{13}{60})^6 (\frac{31}{60})^2$	414720	61751289600
$A_{98}$	$(-\frac{4}{9})^2 (-\frac{5}{18})^5 (\frac{1}{18})^6 (\frac{25}{72})^4 (\frac{5}{9})^1$	4147200	7410154752
$A_{99}$	$(-\frac{7}{18})^4 (-\frac{2}{9})^3 (-\frac{1}{72})^4 (\frac{5}{18})^6 (\frac{11}{18})^1$	2488320	12350257920
$A_{100}$	$(-\frac{7}{18})^5 (-\frac{1}{18})^5 (\frac{1}{9})^3 (\frac{23}{72})^4 (\frac{11}{18})^1$	2073600	14820309504
$A_{101}$	$(-\frac{35}{72})^2 (-\frac{5}{18})^3 (-\frac{1}{9})^5 (\frac{2}{9})^6 (\frac{37}{72})^2$	2073600	14820309504
$A_{102}$	$(-\frac{4}{9})^2 (-\frac{13}{36})^3 (-\frac{1}{36})^5 (\frac{1}{18})^3 (\frac{25}{72})^4 (\frac{5}{9})^1$	207360	148203095040
$A_{103}$	$(-\frac{7}{18})^2 (-\frac{11}{36})^5 (\frac{1}{36})^3 (\frac{1}{9})^3 (\frac{23}{72})^4 (\frac{11}{18})^1$	207360	148203095040
$A_{104}$	$(-\frac{13}{36})^4 (-\frac{5}{18})^3 (\frac{1}{72})^4 (\frac{2}{9})^3 (\frac{11}{36})^3 (\frac{23}{36})^1$	124416	247005158400

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $105 \leq \beta \leq 116$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{105}$
					$A_{106}$
30	$F_7$	$6\frac{31}{98}$	20	56	$A_{107}$
					$A_{108}$
					$A_{109}$
					$A_{110}$
					$A_{111}$
31	$F_{56}$	$6\frac{37}{98}$	20	56	$A_{112}$
					$A_{113}$
					$A_{114}$
					$A_{115}$
					$A_{116}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{105}$	$(-\frac{17}{36})^1 (-\frac{7}{18})^3 (-\frac{13}{72})^4 (\frac{1}{9})^3 (\frac{7}{36})^5 (\frac{19}{36})^2$	207360	148203095040
$A_{106}$	$(-\frac{35}{72})^2 (-\frac{5}{18})^3 (-\frac{7}{36})^3 (\frac{5}{36})^5 (\frac{2}{9})^3 (\frac{37}{72})^2$	103680	296406190080
$A_{107}$	$(-\frac{10}{21})^2 (-\frac{25}{84})^2 (-\frac{19}{84})^3 (-\frac{1}{84})^3 (\frac{17}{84})^6 (\frac{11}{21})^2$	207360	172903610880
$A_{108}$	$(-\frac{13}{28})^1 (-\frac{11}{28})^3 (-\frac{5}{28})^3 (\frac{1}{28})^6 (\frac{5}{14})^4 (\frac{15}{28})^1$	622080	57634536960
$A_{109}$	$(-\frac{31}{84})^5 (-\frac{13}{84})^3 (\frac{5}{84})^3 (\frac{11}{84})^2 (\frac{13}{42})^4 (\frac{53}{84})^1$	207360	172903610880
$A_{110}$	$(-\frac{37}{84})^2 (-\frac{31}{84})^2 (-\frac{4}{21})^4 (\frac{11}{84})^6 (\frac{29}{84})^3 (\frac{47}{84})^1$	414720	86451805440
$A_{111}$	$(-\frac{41}{84})^2 (-\frac{23}{84})^3 (-\frac{17}{84})^2 (-\frac{1}{42})^4 (\frac{25}{84})^6 (\frac{43}{84})^1$	414720	86451805440
$A_{112}$	$(-\frac{11}{28})^1 (-\frac{9}{28})^6 (\frac{1}{28})^3 (\frac{3}{28})^3 (\frac{9}{28})^4 (\frac{17}{28})^1$	622080	57634536960
$A_{113}$	$(-\frac{13}{28})^1 (-\frac{11}{28})^3 (-\frac{5}{28})^4 (\frac{3}{28})^2 (\frac{5}{28})^6 (\frac{15}{28})^2$	414720	86451805440
$A_{114}$	$(-\frac{29}{84})^5 (-\frac{23}{84})^2 (\frac{1}{84})^4 (\frac{19}{84})^3 (\frac{25}{84})^3 (\frac{55}{84})^1$	207360	172903610880
$A_{115}$	$(-\frac{37}{84})^2 (-\frac{31}{84})^3 (-\frac{1}{84})^6 (\frac{5}{84})^2 (\frac{29}{84})^4 (\frac{47}{84})^1$	414720	86451805440
$A_{116}$	$(-\frac{41}{84})^2 (-\frac{23}{84})^3 (-\frac{17}{84})^3 (\frac{13}{84})^6 (\frac{19}{84})^2 (\frac{43}{84})^2$	207360	172903610880

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $117 \leq \beta \leq 128$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
32	$F_{63}$	$6\frac{3}{16}$	20	64	$A_{117}$
					$A_{118}$
					$A_{119}$
					$A_{120}$
33	$F_{24}$	$6\frac{23}{64}$	20	64	$A_{121}$
					$A_{122}$
					$A_{123}$
					$A_{124}$
34	$F_{55}$	$6\frac{25}{64}$	20	64	$A_{125}$
					$A_{126}$
					$A_{127}$
					$A_{128}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{117}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{7}{24})^1 (-\frac{11}{48})^4 (\frac{5}{24})^9 (\frac{7}{12})^1$	52254720	784143360
$A_{118}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{24})^9 (\frac{19}{48})^4 (\frac{11}{24})^1$	209018880	196035840
$A_{119}$	$(-\frac{7}{16})^2 (-\frac{3}{8})^1 (-\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{8})^9 (\frac{9}{16})^2$	34836480	1176215040
$A_{120}$	$(-\frac{7}{24})^8 (\frac{1}{12})^4 (\frac{5}{24})^1 (\frac{13}{48})^4 (\frac{17}{24})^1$	23224320	1764322560
$A_{121}$	$(-\frac{7}{16})^1 (-\frac{5}{16})^6 (\frac{1}{16})^6 (\frac{11}{32})^4 (\frac{9}{16})^1$	12441600	3293402112
$A_{122}$	$(-\frac{17}{48})^5 (-\frac{11}{48})^2 (-\frac{1}{96})^4 (\frac{13}{48})^6 (\frac{31}{48})^1$	4147200	9880206336
$A_{123}$	$(-\frac{19}{48})^5 (-\frac{1}{48})^6 (\frac{5}{48})^2 (\frac{31}{96})^4 (\frac{29}{48})^1$	4147200	9880206336
$A_{124}$	$(-\frac{47}{96})^2 (-\frac{13}{48})^2 (-\frac{7}{48})^6 (\frac{11}{48})^6 (\frac{49}{96})^2$	4147200	9880206336
$A_{125}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{13}{48})^1 (\frac{1}{96})^4 (\frac{11}{48})^3 (\frac{7}{24})^3 (\frac{2}{3})^1$	622080	65868042240
$A_{126}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^3 (\frac{5}{48})^3 (\frac{31}{96})^4 (\frac{29}{48})^1$	4354560	9409720320
$A_{127}$	$(-\frac{7}{16})^2 (-\frac{3}{8})^3 (0)^7 (\frac{1}{16})^1 (\frac{11}{32})^4 (\frac{9}{16})^1$	1451520	28229160960
$A_{128}$	$(-\frac{11}{24})^1 (-\frac{19}{48})^3 (-\frac{17}{96})^4 (\frac{5}{48})^1 (\frac{1}{6})^7 (\frac{13}{24})^2$	1451520	28229160960

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $129 \leq \beta \leq 140$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{129}$
35	$F_{54}$	$6 \frac{65}{162}$	20	72	$A_{130}$
					$A_{131}$
					$A_{132}$
					$A_{133}$
36	$F_{70}$	$6 \frac{33}{100}$	20	80	$A_{134}$
					$A_{135}$
					$A_{136}$
					$A_{137}$
					$A_{138}$
37	$F_{23}$	$6 \frac{37}{100}$	20	80	$A_{139}$
					$A_{140}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{129}$	$(-\frac{47}{96})^2 (-\frac{13}{48})^3 (-\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{6})^7 (\frac{11}{48})^1 (\frac{49}{96})^2$	725760	56458321920
$A_{130}$	$(-\frac{35}{108})^7 (\frac{1}{108})^4 (\frac{25}{108})^3 (\frac{31}{108})^3 (\frac{73}{108})^1$	4354560	10585935360
$A_{131}$	$(-\frac{47}{108})^2 (-\frac{41}{108})^3 (\frac{1}{108})^8 (\frac{37}{108})^4 (\frac{61}{108})^1$	11612160	3969725760
$A_{132}$	$(-\frac{49}{108})^1 (-\frac{43}{108})^3 (-\frac{19}{108})^4 (\frac{17}{108})^8 (\frac{59}{108})^2$	11612160	3969725760
$A_{133}$	$(-\frac{53}{108})^2 (-\frac{29}{108})^3 (-\frac{23}{108})^3 (\frac{19}{108})^8 (\frac{55}{108})^2$	5806080	7939451520
$A_{134}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{10})^6 (\frac{1}{40})^4 (\frac{1}{5})^1 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	829440	61751289600
$A_{135}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{11}{30})^1 (-\frac{23}{120})^4 (\frac{2}{15})^6 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	622080	82335052800
$A_{136}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{30})^6 (\frac{43}{120})^4 (\frac{8}{15})^1$	2488320	20583763200
$A_{137}$	$(-\frac{11}{30})^5 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^4 (\frac{2}{15})^1 (\frac{37}{120})^4 (\frac{19}{30})^1$	414720	123502579200
$A_{138}$	$(-\frac{19}{40})^2 (-\frac{3}{10})^1 (-\frac{1}{4})^4 (0)^3 (\frac{1}{5})^6 (\frac{21}{40})^2$	414720	123502579200
$A_{139}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{7}{30})^1 (-\frac{1}{120})^4 (\frac{4}{15})^6 (\frac{2}{3})^1$	12441600	4116752640
$A_{140}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{15})^6 (\frac{41}{120})^4 (\frac{17}{30})^1$	87091200	588107520

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $141 \leq \beta \leq 152$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{141}$
					$A_{142}$
38	$F_{79}$	$6 \frac{5}{22}$	20	88	$A_{143}$
					$A_{144}$
					$A_{145}$
39	$F_{22}$	$6 \frac{55}{144}$	20	96	$A_{146}$
					$A_{147}$
					$A_{148}$
40	$F_{69}$	$6 \frac{115}{338}$	20	104	$A_{149}$
					$A_{150}$
					$A_{151}$
					$A_{152}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{141}$	$(-\frac{2}{5})^5 (0)^7 (\frac{1}{10})^1 (\frac{13}{40})^4 (\frac{3}{5})^1$	14515200	3528645120
$A_{142}$	$(-\frac{59}{120})^2 (-\frac{4}{15})^1 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{7}{30})^6 (\frac{61}{120})^2$	14515200	3528645120
$A_{143}$	$(-\frac{13}{44})^8 (\frac{5}{44})^5 (\frac{3}{11})^4 (\frac{31}{44})^1$	116121600	485188704
$A_{144}$	$(-\frac{17}{44})^4 (-\frac{5}{22})^4 (\frac{9}{44})^9 (\frac{27}{44})^1$	209018880	269549280
$A_{145}$	$(-\frac{29}{66})^2 (-\frac{37}{132})^5 (\frac{17}{132})^9 (\frac{37}{66})^2$	174182400	323459136
$A_{146}$	$(-\frac{23}{72})^7 (-\frac{1}{144})^4 (\frac{19}{72})^6 (\frac{49}{72})^1$	87091200	705729024
$A_{147}$	$(-\frac{29}{72})^5 (\frac{1}{72})^8 (\frac{47}{144})^4 (\frac{43}{72})^1$	116121600	529296768
$A_{148}$	$(-\frac{71}{144})^2 (-\frac{13}{72})^8 (\frac{17}{72})^6 (\frac{73}{144})^2$	116121600	529296768
$A_{149}$	$(-\frac{19}{52})^5 (-\frac{9}{52})^3 (\frac{5}{52})^5 (\frac{4}{13})^4 (\frac{33}{52})^1$	2073600	32110670592
$A_{150}$	$(-\frac{21}{52})^4 (-\frac{5}{26})^4 (\frac{7}{52})^6 (\frac{17}{52})^3 (\frac{31}{52})^1$	2488320	26758892160
$A_{151}$	$(-\frac{37}{78})^2 (-\frac{41}{156})^5 (\frac{1}{156})^3 (\frac{31}{156})^6 (\frac{41}{78})^2$	2073600	32110670592
$A_{152}$	$(-\frac{77}{156})^1 (-\frac{47}{156})^6 (\frac{1}{39})^4 (\frac{37}{156})^5 (\frac{79}{156})^2$	4147200	16055335296

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $153 \leq \beta \leq 164$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
41	$F_{62}$	$6\frac{1}{4}$	21	256	$A_{153}$
					$A_{154}$
					$A_{155}$
					$A_{156}$
					$A_{157}$
42	$F_{77}$	$6\frac{21}{128}$	22	256	$A_{158}$
					$A_{159}$
					$A_{160}$
					$A_{161}$
43	$F_{52}^1$	$6\frac{3}{8}$	22	256	$A_{162}$
					$A_{163}$
					$A_{164}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{153}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^4 (0)^7 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{2})^2$	5806080	26884915200
$A_{154}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^3 (\frac{7}{24})^4 (\frac{2}{3})^1$	2488320	62731468800
$A_{155}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^4 (\frac{1}{6})^3 (\frac{5}{12})^4$	17418240	8961638400
$A_{156}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{5}{24})^4 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	4354560	35846553600
$A_{157}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^7 (\frac{13}{24})^2$	2903040	53769830400
$A_{158}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{7}{32})^9 (\frac{7}{32})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	87091200	1710858240
$A_{159}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{11}{96})^9 (\frac{53}{96})^1 (\frac{7}{12})^1$	52254720	2851430400
$A_{160}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{37}{96})^1 (\frac{5}{96})^9 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	52254720	2851430400
$A_{161}$	$(-\frac{9}{32})^8 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{9}{32})^1 (\frac{23}{32})^1$	29030400	5132574720
$A_{162}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{8})^3 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	51840	2874241843200
$A_{163}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{1}{12})^1 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	4790403072000
$A_{164}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{7}{24})^3 (\frac{5}{12})^1 (\frac{13}{24})^1$	51840	2874241843200

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $165 \leq \beta \leq 176$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
44	$F_9$	$6\frac{3}{8}$	22	256	$A_{165}$
					$A_{166}$
					$A_{167}$
					$A_{168}$
					$A_{169}$
					$A_{170}$
45	$F_{50}$	$6\frac{3}{8}$	22	256	$A_{171}$
					$A_{172}$
					$A_{173}$
					$A_{174}$
					$A_{175}$
					$A_{176}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{165}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{3}{16})^3 (-\frac{1}{32})^3 (\frac{1}{32})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	51840	2874241843200
$A_{166}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{7}{48})^3 (\frac{29}{96})^3 (\frac{35}{96})^1 (\frac{7}{12})^1$	31104	4790403072000
$A_{167}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{19}{96})^1 (-\frac{13}{96})^3 (\frac{1}{48})^3 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	4790403072000
$A_{168}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{96})^1 (\frac{19}{96})^3 (\frac{17}{48})^3 (\frac{13}{24})^1$	51840	2874241843200
$A_{169}$	$(-\frac{15}{32})^2 (-\frac{5}{16})^3 (-\frac{1}{8})^3 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{15}{32})^1 (\frac{17}{32})^1$	51840	2874241843200
$A_{170}$	$(-\frac{23}{48})^2 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^5 (\frac{29}{96})^1 (\frac{35}{96})^3 (\frac{25}{48})^1$	51840	2874241843200
$A_{171}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{3}{16})^3 (-\frac{1}{16})^1 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	51840	2874241843200
$A_{172}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{7}{16})^1 (-\frac{5}{16})^3 (-\frac{1}{8})^3 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	51840	2874241843200
$A_{173}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{7}{48})^3 (\frac{13}{48})^1 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	4790403072000
$A_{174}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{5}{48})^1 (\frac{1}{48})^3 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	31104	4790403072000
$A_{175}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{11}{48})^1 (\frac{17}{48})^3 (\frac{13}{24})^1$	51840	2874241843200
$A_{176}$	$(-\frac{23}{48})^2 (-\frac{7}{24})^3 (-\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^3 (\frac{19}{48})^1 (\frac{25}{48})^1$	51840	2874241843200

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $177 \leq \beta \leq 188$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
46	$F_{44}$	$6\frac{5}{18}$	22	288	$A_{177}$
					$A_{178}$
					$A_{179}$
					$A_{180}$
					$A_{181}$
47	$F_{52}$	$6\frac{3}{8}$	22	320	$A_{182}$
					$A_{183}$
					$A_{184}$
					$A_{185}$
					$A_{186}$
48	$F_{40}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$A_{187}$
					$A_{188}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{177}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{3})^1 (\frac{2}{3})^1$	2073600	80838051840
$A_{178}$	$(-\frac{1}{3})^7 (0)^1 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{4})^1 (\frac{5}{12})^4$	14515200	11548293120
$A_{179}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	3628800	46193172480
$A_{180}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{3})^1 (0)^7 (\frac{1}{4})^4 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	2903040	57741465600
$A_{181}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^7 (\frac{1}{2})^1 (\frac{7}{12})^1$	2903040	57741465600
$A_{182}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{1}{8})^6 (\frac{1}{8})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	1036800	179640115200
$A_{183}$	$(-\frac{3}{8})^5 (-\frac{1}{8})^3 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{3}{8})^1 (\frac{5}{8})^1$	518400	359280230400
$A_{184}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{5}{24})^6 (\frac{11}{24})^1 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{185}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{24})^1 (-\frac{1}{24})^6 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{186}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{24})^1 (\frac{7}{24})^6 (\frac{13}{24})^1$	1036800	179640115200
$A_{187}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{2}{5})^1 (-\frac{7}{20})^3 (-\frac{1}{20})^6 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	1036800	179640115200
$A_{188}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{15})^1 (-\frac{1}{60})^3 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000



Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $189 \leq \beta \leq 201$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{189}$
					$A_{190}$
					$A_{191}$
49	$F_{47}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$A_{192}$
					$A_{193}$
					$A_{194}$
					$A_{195}$
					$A_{196}$
50	$F_{51}$	$6\frac{21}{50}$	22	320	$A_{197}$
					$A_{198}$
					$A_{199}$
					$A_{200}$
					$A_{201}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{189}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{11}{60})^3 (\frac{7}{30})^1 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{190}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{4}{15})^1 (\frac{19}{60})^3 (\frac{37}{60})^1$	518400	359280230400
$A_{191}$	$(-\frac{29}{60})^1 (-\frac{13}{30})^1 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{60})^6 (\frac{31}{60})^2$	1036800	179640115200
$A_{192}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{13}{40})^1 (-\frac{1}{20})^6 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	1036800	179640115200
$A_{193}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{1}{120})^1 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{194}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{19}{120})^1 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{195}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{60})^6 (\frac{59}{120})^1 (\frac{13}{24})^1$	1036800	179640115200
$A_{196}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{7}{24})^3 (\frac{41}{120})^1 (\frac{37}{60})^1$	518400	359280230400
$A_{197}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{11}{60})^3 (\frac{17}{60})^3 (\frac{23}{60})^1 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{198}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{13}{60})^1 (-\frac{7}{60})^3 (-\frac{1}{60})^3 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	622080	299400192000
$A_{199}$	$(-\frac{9}{20})^2 (-\frac{7}{20})^3 (-\frac{1}{20})^6 (\frac{1}{4})^5 (\frac{9}{20})^1 (\frac{11}{20})^1$	1036800	179640115200
$A_{200}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{7}{60})^1 (\frac{13}{60})^3 (\frac{19}{60})^3 (\frac{37}{60})^1$	518400	359280230400
$A_{201}$	$(-\frac{29}{60})^1 (-\frac{23}{60})^3 (-\frac{17}{60})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{60})^6 (\frac{31}{60})^2$	1036800	179640115200

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $202 \leq \beta \leq 213$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
51	$F_{51}^1$	$6 \frac{21}{50}$	22	400	$A_{202}$
					$A_{203}$
52	$F_{45}$	$6 \frac{355}{791}$	22	400	$A_{204}$
					$A_{205}$
					$A_{206}$
					$A_{207}$
53	$F_{84}$	$4 \frac{81}{98}$	23	77	$A_{208}$
					$A_{209}$
54	$F_{67}$	$6 \frac{3}{8}$	24	512	$A_{210}$
					$A_{211}$
					$A_{212}$
					$A_{213}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{202}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{1}{12})^1 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	12441600	18712512000
$A_{203}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{60})^6 (\frac{5}{12})^1 (\frac{37}{60})^1$	10368000	22455014400
$A_{204}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{67}{300})^6 (\frac{133}{300})^1 (\frac{7}{12})^1$	12441600	18712512000
$A_{205}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{83}{300})^1 (-\frac{17}{300})^6 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	12441600	18712512000
$A_{206}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{17}{300})^1 (\frac{83}{300})^6 (\frac{37}{60})^1$	10368000	22455014400
$A_{207}$	$(-\frac{39}{100})^5 (-\frac{1}{20})^6 (\frac{1}{4})^5 (\frac{39}{100})^1 (\frac{61}{100})^1$	10368000	22455014400
$A_{208}$	$(-\frac{13}{84})^{12} (\frac{17}{84})^5 (\frac{71}{84})^1$	57480192000	745789
$A_{209}$	$(-\frac{31}{84})^3 (-\frac{1}{84})^{13} (\frac{53}{84})^2$	74724249600	573683
$A_{210}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^3 (-\frac{1}{8})^5 (\frac{1}{8})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	345600	790416506880
$A_{211}$	$(-\frac{3}{8})^4 (-\frac{1}{4})^3 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{3}{8})^1 (\frac{5}{8})^1$	414720	658680422400
$A_{212}$	$(-\frac{5}{12})^2 (-\frac{7}{24})^5 (-\frac{1}{24})^1 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	691200	395208253440
$A_{213}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{1}{12})^3 (\frac{5}{24})^5 (\frac{11}{24})^1 (\frac{7}{12})^1$	414720	658680422400

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $214 \leq \beta \leq 225$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{214}$
55	$F_{66}$	$6\frac{19}{50}$	24	640	$A_{215}$
					$A_{216}$
					$A_{217}$
					$A_{218}$
					$A_{219}$
56	$F_{65}$	$6\frac{7}{18}$	24	768	$A_{220}$
					$A_{221}$
					$A_{222}$
					$A_{223}$
					$A_{224}$
57	$F_{64}$	$6\frac{39}{98}$	24	896	$A_{225}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{214}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{24})^1 (-\frac{1}{24})^5 (\frac{1}{12})^3 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	414720	658680422400
$A_{215}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^2 (-\frac{3}{20})^6 (\frac{3}{20})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	691200	494010316800
$A_{216}$	$(-\frac{5}{12})^1 (-\frac{19}{60})^6 (-\frac{1}{60})^1 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	2073600	164670105600
$A_{217}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{1}{12})^2 (\frac{11}{60})^6 (\frac{29}{60})^1 (\frac{7}{12})^1$	829440	411675264000
$A_{218}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{19}{60})^1 (-\frac{1}{60})^6 (\frac{1}{12})^2 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	829440	411675264000
$A_{219}$	$(-\frac{7}{20})^5 (-\frac{1}{4})^2 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{7}{20})^1 (\frac{13}{20})^1$	691200	494010316800
$A_{220}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{6})^7 (\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	2419200	169374965760
$A_{221}$	$(-\frac{1}{3})^6 (-\frac{1}{4})^1 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{3})^1 (\frac{2}{3})^1$	2073600	197604126720
$A_{222}$	$(-\frac{1}{3})^7 (0)^1 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	14515200	28229160960
$A_{223}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{3})^1 (0)^7 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	2903040	141145804800
$A_{224}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{6})^7 (\frac{1}{2})^1 (\frac{7}{12})^1$	2903040	141145804800
$A_{225}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^5 (-\frac{5}{28})^1 (\frac{5}{28})^8 (\frac{1}{2})^2$	19353600	24700515840

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $226 \leq \beta \leq 237$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{226}$
					$A_{227}$
					$A_{228}$
58	$X_8$	$6 \frac{45}{128}$	25	2048	$A_{229}$
					$A_{230}$
					$A_{231}$
59	$X_7$	$6 \frac{4}{9}$	25	2304	$A_{232}$
					$A_{233}$
					$A_{234}$
60	$X_4$	$6 \frac{81}{200}$	25	2560	$A_{235}$
					$A_{236}$
					$A_{237}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{226}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{13}{84})^8 (\frac{43}{84})^1 (\frac{7}{12})^1$	23224320	20583763200
$A_{227}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{29}{84})^1 (\frac{1}{84})^8 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	23224320	20583763200
$A_{228}$	$(-\frac{9}{28})^7 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{9}{28})^1 (\frac{19}{28})^1$	14515200	32934021120
$A_{229}$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{11}{96})^1 (\frac{19}{96})^9 (\frac{2}{3})^1$	1828915200	573544858
$A_{230}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{13}{96})^9 (\frac{43}{96})^1 (\frac{2}{3})^1$	1828915200	573544858
$A_{231}$	$(-\frac{29}{96})^8 (\frac{1}{6})^8 (\frac{37}{96})^1 (\frac{67}{96})^1$	1625702400	645237965
$A_{232}$	$(-\frac{1}{3})^7 (0)^1 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{3})^1 (\frac{2}{3})^1$	2903040	406499917824
$A_{233}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{6})^8 (\frac{1}{2})^1 (\frac{7}{12})^1$	5806080	203249958912
$A_{234}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{3})^1 (0)^8 (\frac{1}{3})^1 (\frac{5}{12})^4$	46448640	25406244864
$A_{235}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^3 (\frac{23}{120})^6 (\frac{47}{120})^1 (\frac{2}{3})^1$	21772800	60222210048
$A_{236}$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{7}{120})^1 (\frac{17}{120})^6 (\frac{7}{24})^3 (\frac{2}{3})^1$	21772800	60222210048
$A_{237}$	$(-\frac{11}{24})^1 (-\frac{37}{120})^6 (-\frac{13}{120})^1 (\frac{1}{6})^8 (\frac{13}{24})^2$	58060800	22583328768

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $238 \leq \beta \leq 249$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{238}$
61	$F_{71}$	$6\frac{7}{18}$	25	2712	$A_{239}$
					$A_{240}$
					$A_{241}$
					$A_{242}$
					$A_{243}$
					$A_{244}$
62	$X_3$	$6\frac{4}{9}$	26	3072	$A_{245}$
					$A_{246}$
					$A_{247}$
63	$F_{10}$	$6\frac{4}{9}$	26	3072	$A_{248}$
					$A_{249}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{238}$	$(-\frac{43}{120})^5 (-\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{6})^8 (\frac{53}{120})^1 (\frac{77}{120})^1$	29030400	45166657536
$A_{239}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	276480	5024084921856
$A_{240}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	414720	3349389947904
$A_{241}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{4})^4 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	414720	3349389947904
$A_{242}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	331776	4186737434880
$A_{243}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^4 (\frac{5}{12})^4$	1658880	837347486976
$A_{244}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{4})^4 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	331776	4186737434880
$A_{245}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{5}{12})^1 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	172800	8755382845440
$A_{246}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{1}{4})^1 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400
$A_{247}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{12})^1 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400
$A_{248}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^3 (-\frac{7}{24})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	172800	8755382845440
$A_{249}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{6})^3 (\frac{7}{24})^3 (\frac{3}{8})^1 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $250 \leq \beta \leq 261$

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{250}$
					$A_{251}$
					$A_{252}$
					$A_{253}$
64	$F_{12}$	$6 \frac{209}{450}$	26	3840	$A_{254}$
					$A_{255}$
					$A_{256}$
					$A_{257}$
					$A_{258}$
65	$F_{83}$	$5 \frac{4}{9}$	27	156	$A_{259}$
					$A_{260}$
66	$X_5$	$6 \frac{17}{36}$	27	6144	$A_{261}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{250}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{8})^1 (\frac{5}{24})^3 (\frac{1}{3})^3 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400
$A_{251}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^3 (-\frac{1}{24})^3 (\frac{1}{24})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400
$A_{252}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{5}{24})^1 (-\frac{1}{8})^3 (0)^3 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	103680	14592304742400
$A_{253}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^3 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{11}{24})^1 (\frac{13}{24})^1$	172800	8755382845440
$A_{254}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{20})^1 (\frac{17}{60})^6 (\frac{7}{12})^1$	2073600	912019046400
$A_{255}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{13}{60})^6 (\frac{9}{20})^1 (\frac{7}{12})^1$	2073600	912019046400
$A_{256}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{7}{60})^6 (\frac{7}{60})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	2073600	912019046400
$A_{257}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{17}{60})^1 (-\frac{1}{20})^6 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	2073600	912019046400
$A_{258}$	$(-\frac{23}{60})^5 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{23}{60})^1 (\frac{37}{60})^1$	1728000	1094422855680
$A_{259}$	$(-\frac{7}{18})^4 (\frac{1}{36})^{12} (\frac{11}{18})^2$	22992076800	3217760
$A_{260}$	$(-\frac{7}{36})^{11} (\frac{2}{9})^6 (\frac{29}{36})^1$	28740096000	2574208
$A_{261}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^4 (0)^8 (\frac{1}{3})^1 (\frac{5}{12})^4$	23224320	125462937600

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $262 \leq \beta \leq 273$ 

Продолжение таблицы 2 (левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
					$A_{262}$
					$A_{263}$
					$A_{264}$
					$A_{265}$
67	$X_6$	$6\frac{15}{32}$	27	8192	$A_{266}$
					$A_{267}$
					$A_{268}$
					$A_{269}$
68	$F_{11}$	$6\frac{1}{2}$	30	36864	$A_{270}$
69	$X_2$	$6\frac{1}{2}$	30	65536	$A_{271}$
					$A_{272}$
					$A_{273}$

Продолжение таблицы 2 (правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St} (A_\beta) $	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{262}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^4 (\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{4})^4 (\frac{1}{3})^1 (\frac{2}{3})^1$	2903040	1003703500800
$A_{263}$	$(-\frac{1}{3})^7 (0)^1 (\frac{1}{12})^4 (\frac{1}{6})^1 (\frac{7}{24})^4 (\frac{2}{3})^1$	2903040	1003703500800
$A_{264}$	$(-\frac{5}{12})^3 (-\frac{1}{3})^1 (-\frac{5}{24})^4 (\frac{1}{6})^8 (\frac{1}{2})^1 (\frac{7}{12})^1$	5806080	501851750400
$A_{265}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^1 (-\frac{1}{4})^4 (-\frac{1}{6})^1 (\frac{1}{6})^8 (\frac{13}{24})^2$	3870720	752777625600
$A_{266}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^4 (\frac{11}{48})^5 (\frac{17}{48})^1 (\frac{2}{3})^1$	14515200	267654266880
$A_{267}$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{1}{48})^1 (\frac{5}{48})^5 (\frac{7}{24})^4 (\frac{2}{3})^1$	14515200	267654266880
$A_{268}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{13}{48})^5 (-\frac{7}{48})^1 (\frac{1}{6})^8 (\frac{13}{24})^2$	19353600	200740700160
$A_{269}$	$(-\frac{19}{48})^4 (-\frac{5}{24})^4 (\frac{1}{6})^8 (\frac{23}{48})^1 (\frac{29}{48})^1$	23224320	167283916800
$A_{270}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{4})^1 (-\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{4})^5 (\frac{5}{12})^1 (\frac{7}{12})^1$	345600	45527990796288
$A_{271}$	$(-\frac{1}{2})^1 (-\frac{3}{8})^4 (0)^8 (\frac{3}{8})^4 (\frac{1}{2})^1$	46448640	602222100480
$A_{272}$	$(-\frac{1}{3})^7 (\frac{1}{24})^4 (\frac{1}{6})^2 (\frac{7}{24})^4 (\frac{2}{3})^1$	5806080	4817776803840
$A_{273}$	$(-\frac{11}{24})^2 (-\frac{1}{3})^2 (-\frac{5}{24})^4 (\frac{1}{6})^8 (\frac{13}{24})^2$	7741440	3613332602880

Арифметический тип  $A_\beta$  в диапазоне  $274 \leq \beta \leq 279$

Окончание таблицы 2(левая половина)

№	$L_\alpha$	$4 \cdot R^2(L_\alpha)$	$\#(L_\alpha)$	$\text{Vol}(L_\alpha)$	$A_\beta$
70	$X_9$	$6\frac{1}{2}$	32	196608	$A_{274}$
71	$F_{68}$	$6\frac{1}{2}$	32	204800	$A_{275}$
					$A_{276}$
72	$F_0$	$4\frac{1}{2}$	34	327680	$A_{277}$
73	$X_1$	$6\frac{1}{2}$	64	11745930	$A_{278}$
					$A_{279}$

Окончание таблицы 2(правая половина)

$A_\beta$	Центр описанного шара $A_\beta$	$\text{St}[(A_\beta)]$	$\frac{2 \cdot 18! \text{Vol}(L_\alpha)}{ \text{St}(A_\beta)  \#(L_\alpha)}$
$A_{274}$	$(-\frac{1}{3})^7 (-\frac{1}{12})^1 (\frac{1}{6})^8 (\frac{5}{12})^1 (\frac{2}{3})^1$	203212800	387142778880
$A_{275}$	$(-\frac{1}{2})^2 (-\frac{1}{4})^5 (0)^4 (\frac{1}{4})^5 (\frac{1}{2})^2$	2764800	29640619008000
$A_{276}$	$(-\frac{5}{12})^4 (-\frac{1}{6})^4 (\frac{1}{12})^5 (\frac{1}{3})^4 (\frac{7}{12})^1$	1658880	49401031680000
$A_{277}$	$(-\frac{1}{12})^{16} (\frac{5}{12})^1 (\frac{11}{12})^1$	20922789888000	5898240
$A_{278}$	$(-\frac{1}{4})^{10} (\frac{1}{4})^7 (\frac{3}{4})^1$	18289152000	128494601235
$A_{279}$	$(-\frac{5}{12})^5 (\frac{1}{12})^{11} (\frac{7}{12})^2$	9580032000	245307875085
		СУММА:	355687428096000

## СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bambah R. P., Sloane N. J. A. On a problem of Ryškov concerning lattice coverings // Acta Arithm. 1982. V. 42. P. 107–109.
2. Conway J. H., Sloane N. J. A. Sphere packings, lattices and groups (Third edition) // Springer-Verlag. 1999.
3. Анзин М. М. О плотности решетчатого покрытия для  $n = 11$  и  $n = 14$  // Труды МИ РАН. 2002. Т. 239. С. 20–51. К 70-летию со дня рождения профессора Сергея Сергеевича Рышкова. Сборник статей под редакцией А. А. Мальцева. — М.: «Наука», МАИК «Наука/Интерпериодика».



4. Рышков С. С. О совершенной форме  $A_n^k$ : существование решеток с неосновным симплексом разбиения; существование совершенных форм, не приводимых по Минковскому к форме с одинаковыми диагональными коэффициентами // Зап. науч. семинаров ЛОМИ. 1973. Т. 33. С. 65–71. (Исслед. по теории чисел; Т. 2).
5. Делоне Б. Н. Геометрия положительных квадратичных форм // УМН. 1937. № 3. С. 16–62; № 4. С. 102–164.
6. Kershner R. The number of circles covering a set // Amer. J. Math. 1939. V. 61. P. 665–671.
7. Vambah R. P. On lattice covering by spheres // Proc. Nat. Inst. Sci. India. 1954. V. 20. P. 25–52.
8. Делоне Б. Н., Рышков С. С. Решение задачи о наименее плотном решетчатом покрытии четырехмерного пространства равными шарами // ДАН СССР. 1963. Т. 152, № 3. С. 523–524.
9. Рышков С. С., Барановский Е. П.  $C$ -типы  $n$ -мерных решеток и пятимерные примитивные параллелепипеды (с приложением к теории покрытий) // Труды МИАН СССР. 1976. Т. 137.
10. Вороной Г. Ф. О некоторых свойствах положительных совершенных квадратичных форм // Собр. соч. Киев: Изд-во АН УССР, 1952. Т. 2. С. 171–238.
11. Рышков С. С. Эффективизация одного метода Давенпорта в теории покрытий // ДАН СССР, 1967, Т. 175, № 2. С. 303–305.
12. Smith W. D. Studies in Computational Geometry Motivated by Mesh Generation: Ph. D. Diss. Princeton Univ. 1988.
13. Baranovskii E. P. The perfect lattices  $\Gamma(A^n)$ , and the covering density of  $\Gamma(A^9)$  // Europ. J. Comb. — 1994. V. 15, № 4. P. 317–323.
14. Анзин М. М. О плотности решетчатого покрытия для  $n = 11$  и  $n = 14$  // УМН. 2002. Т. 57, вып. 2. С. 187–188.
15. Frank Vallentin. Sphere coverings, lattices, and tilings (in Low Dimensions): D. Dissertation. Technische Universität München, 2003.
16. Анзин М. М. О плотности решетчатого покрытия для  $n = 13$  и  $n = 15$  // Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения. Тез. докл. V Междунар. конф. (Тула, 19–20 мая 2003 г.). Тула: Изд-во ТГПУ им. Л. Н. Толстого. 2003. С. 15–17.
17. Анзин М. М. О плотности решетчатого покрытия для  $n = 13$  и  $n = 15$  // Матем. заметки, 2006. Т. 79, вып. 5. С. 781–784.

18. Анзин М. М. О проблеме С. С. Рышкова в теории решетчатых покрытий  $n$ -мерного евклидова пространства // Материалы VIII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения». М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ. 2004. С. 374–377.
19. Coxeter H. S. M. Extreme forms // *Canad. J. Math.* 1951. V. 3. P. 391–441.

## REFERENCES

1. Bambah, R. P. & Sloane, N. J. A. 1982, "On a problem of Ryškov concerning lattice coverings", *Acta Arithm.*, vol. 42, no. 1, pp. 107–109.
2. Conway, J. H. & Sloane, N. J. A. 1999. "Sphere packings, lattices and groups" 3rd ed. *Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag.*
3. Anzin, M. M. 2002, "On the density of a lattice covering for  $n=11$  and  $n=14$ ", *Tr. Mat. Inst. Steklova.*, vol. 239, pp. 20–51. (Russian); translation in *Proc. Steklov Inst. Math.* 2002., vol. 239, pp. 1–32.
4. Ryshkov, S. S. 1973, "The perfect form  $A_n^k$ : the existence of lattices with a nonfundamental division simplex; and the existence of perfect forms which are not Minkowski-reducible to forms having identical diagonal coefficients", *Zap. Nauchn. Sem. LOMI*, vol. 33, no. 2, pp. 65–71. (Russian); translation in *J. Sov. Math.* 1976., vol. 6, no. 6, pp. 672–676.
5. Delone, B. N. 1937, "The geometry of positive quadratic forms", *Usp. Mat. Nauk*, no. 3, pp. 16–62; no. 4, pp. 102–164. (Russian).
6. Kershner, R. 1939, "The number of circles covering a set", *Amer. J. Math.*, vol. 61, pp. 665–671.
7. Bambah, R. P. 1954, "On lattice covering by spheres", *Proc. Nat. Inst. Sci. India.*, vol. 20, pp. 25–52.
8. Delone, B. N. & Ryskov, S. S. 1963, "Solution of the problem of least dense lattice covering of a four-dimensional space by equal spheres", *Dokl. Akad. Nauk SSSR.*, vol. 152, no. 3, pp. 523–524. (Russian); translation in *Sov. Math., Dokl.* 1963., vol. 4, pp. 1333–1334.
9. Ryskov, S. S. & Baranovskii, E. P. 1976, " $C$ -types of  $n$ -dimensional lattices and 5-dimensional primitive parallelohedra (with application to the theory of coverings)", *Tr. Mat. Inst. Steklova.*, vol. 137, no. 4. (Russian); translation in *Proc. Steklov Inst. Math.* 1978., vol. 137, no. 4.
10. Voronoi, G. 1908, "Sur quelques proprietes des formes quadratiques positives parfaits" *J. Reine Angew. Math.*, vol. 133, pp. 97–178.

11. Ryškov, S. S. 1967, "Effectuation of a method of Davenport in the theory of coverings", *Dokl. Akad. Nauk SSSR.*, vol. 175, pp. 303–305. (Russian); translation in *Sov. Math., Dokl.* 1967., vol. 8, no. 4, pp. 865–867.
12. Smith, W. D. 1988, "Studies in Computational Geometry Motivated by Mesh Generation", *Ph. D. Dissertation, Dept. of Applied Mathematics. Princeton Univ.*
13. Baranovskii, E. P. 1994, "The perfect lattices  $\Gamma(A^n)$ , and the covering density of  $\Gamma(A^9)$ ", *Europ. J. Comb.*, vol. 15, no 4, pp. 317–323.
14. Anzin, M. M. 2002, "On the density of a lattice covering for  $n = 11$  and  $n = 14$ ", *Usp. Mat. Nauk.*, vol. 57, no. 2, pp. 187–188. (Russian); translation in *Russ. Math. Surv.* 2002., vol. 57, no. 2, pp. 407–409.
15. Frank Vallentin. 2003, "Sphere coverings, lattices, and tilings (in Low Dimensions)", *D. Dissertation. Technische Universität München.*
16. Anzin, M. M. 2003, "On the density of a lattice covering for  $n = 13$  and  $n = 15$ ", *Algebra and number theory: modern problems and applications: Proceedings of the V international Conf., — Tula: Izd-vo Tul. state Ped. University n.a. L. N. Tolstoy, Russia, Tula.*, pp. 15–17. (Russian).
17. Anzin, M. M. 2006, "On the density of a lattice covering for  $n = 13$  and  $n = 15$ ", *Mat. Zametki*, vol. 79, no. 5, pp. 781–784. (Russian); translation in *Math. Notes.* 2006., vol. 79, no. 5, pp. 721–725.
18. Anzin, M. M. 2004, "On a problem of Ryškov concerning lattice coverings of  $n$ -dimensional Euclidean space", *Diskrete matematiks and applications: Proceedings of the VIII international Seminar, — Moscow: Izd-vo Mekh.-Mat. Dept. Mos. state University n.a. M. V. Lomonosov, Russia, Moscow.*, pp. 374–377. (Russian).
19. Coxeter, H. S. M. 1951, "Extreme forms", *Canad. J. Math.*, vol. 3, pp. 391–441.

ОАО «Т-Платформы», г. Москва.

Поступило 9.06.2015