

## ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 24. Выпуск 1.

УДК 519.716

DOI 10.22405/2226-8383-2023-24-1-264-275

**XVIII век. У истоков регулярного математического просвещения в России. «Полный курс чистой математики» Ефима Дмитриевича Войтяховского**

Т. А. Ласковая, К. К. Рыбников, О. К. Чернобровина

**Ласковая Татьяна Алексеевна** — Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (г. Москва).

*e-mail: talaskovy@mail.ru*

**Рыбников Константин Константинович** — кандидат физико-математических наук, ООО «Полиэдр» (г. Москва).

*e-mail: kkrybnikov@mail.ru*

**Чернобровина Ольга Константиновна** — Мытищинский филиал МГТУ им. Н. Э. Баумана; МБОУ СОШ № 10 с углубленным изучением отдельных предметов городского округа Щелково (г. Фрязино).

*e-mail: talaskovy@mail.ru*

**Аннотация**

Статья посвящена истории математического образования в России во второй половине XVIII века. Основной темой исследования авторов является анализ содержания четырехтомного «Теоретического и практического курса чистой математики» Е. Д. Войтяховского, и его места в российском математическом просвещении. Этот труд интересен тем, что в нем автор предпринял попытку создания наиболее полного учебника, в котором отводилась особая роль целостности теории и практики. Несмотря на то, что этот учебник в первую очередь предназначался для военных училищ, в нем были изложены основные понятия и формулировки общей математики как науки, а также изложены решения большого количества прикладных задач. Наряду с учебниками Л. Ф. Магницкого, С. Я. Румовского, М. Е. Головина, «Курс чистой математики» Е. Д. Войтяховского стал отправной точкой и идеальной методической площадкой для формирования последующих курсов математики. Благодаря этим работам был создан учебный базис для серьезного математического образования, по существу, объединивший опыт создания всех учебников XVIII века.

*Ключевые слова:* Войтяховский Е.Д., «Курс чистой математики», история, математическое образование, архивные рукописи.

*Библиография:* 10 названий.

**Для цитирования:**

Т. А. Ласковая, К. К. Рыбников, О. К. Чернобровина. XVIII век. У истоков регулярного математического просвещения в России. «Полный курс чистой математики» Ефима Дмитриевича Войтяховского // Чебышевский сборник, 2023, т. 24, вып. 1, с. 264–275.

## CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 24. No. 1.

UDC 519.716

DOI 10.22405/2226-8383-2023-24-1-264-275

**XVIII century. At the origins of regular mathematical education in Russia. «The complete course of pure Mathematics» by Yefim Dmitrievich Voityakhovsky**

T. A. Laskovaya, K. K. Rybnikov, O. K. Chernobrovina

**Laskovaya Tatyana Alexeevna** — Bauman Moscow State Technical University (Moscow).*e-mail: talaskovy@mail.ru***Rybnikov Konstantin Konstantinovich** — candidate of physical and mathematical sciences, LLC «Polyhedron» (Moscow).*e-mail: kkrybnikov@mail.ru***Chernobrovina Olga Konstantinovna** — Bauman Moscow State Technical University (Mytishchi branch); MOE SOSH № 10 with In-depth Study of Individual Subjects of the Shchelkovo City District (Fryazino).*e-mail: talaskovy@mail.ru***Abstract**

The article focuses on the history of mathematical education in Russia in the second half of the 18th century. The authors' main research topic is the analysis of the four-volume "Theoretical and Practical Course of Pure Mathematics" by E.D. Voityakhovsky and its place in Russian mathematical education. This book is interesting because the author attempted to create the most comprehensive textbook, in which the integrity of theory and practice played a special role. Although this textbook was primarily intended for military schools, it presented the basic concepts and formulations of general mathematics as a science, as well as solutions to a large number of applied problems. Along with the textbooks by L.F. Magnitsky, S.Ya. Rumovsky, M.E. Golovin, Voityakhovsky's "Course of Pure Mathematics" became a starting point and an ideal methodological platform for the formation of subsequent mathematics courses. Thanks to these works, an educational basis was created for serious mathematical education, essentially combining the experience of creating all the textbooks of the 18th century.

*Keywords:* Voityakhovsky E.D., "Course of Pure Mathematics", history, mathematical education, archival manuscripts.

*Bibliography:* 10 titles.

**For citation:**

T. A. Laskovaya, K. K. Rybnikov, O. K. Chernobrovina, 2023, "XVIII century. At the origins of regular mathematical education in Russia. «The complete course of pure Mathematics» by Yefim Dmitrievich Voityakhovsky", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 24, no. 1, pp. 264–275.

«Российская общая беда – плохая память. Мы не помним, и поэтому постепенно теряем то, что делает нас великой страной».

Дм. Лихачев.

«Зная прошлое своих предков, мы не можем не любить России».

Вал. Пикуль.

## 1. Основной текст статьи

Вряд ли имя Ефима Дмитриевича Войтяховского (1752-1822) что-либо скажет большинству математиков, даже касающихся в своих исследованиях вопросов отечественного просвещения. И тем не менее его учебник «Теоретический и практический курс чистой математики, содержащий в себе Арифметику, Геометрию, Тригонометрию с практикой и описанием пропорционального циркуля или Сектора, Алгебру с высшими степенями, Криволинейную геометрию с теорией и практикой искусства бросания бомб» почти полвека оставался одним из наиболее популярных руководств в России [3].

Первое издание этого четырёхтомного учебника появилось в 1787 году, когда автору исполнилось 35 лет, а последнее, четвёртое, в 1807 году, через двадцать лет.

В 2022 году исполнилось 200 лет со дня смерти автора этой книги. Удивительно, но даже сейчас, с позиции современного преподавателя, следует отметить необыкновенно полное изложение всей программы элементарной математики. В этой статье авторы попытались ответить на ряд исторических вопросов.

Кто же такой автор этого капитального труда и какое место занимает он и его работы в истории раннего российского математического образования? И, наконец, почему он стал объектом исследования авторов этой статьи?

Волей случая в их руки попал «Полный курс чистой математики в пользу и употребление юношества и упражняющихся в математике» Ефима Войтяховского артиллерии штык-юнкера и партикулярного учителя математики, как он сам себя не без некоторого эпатажа обозначил на титульном листе своей книги. Нужно ли говорить о том, какие чувства испытывает историк математики, когда осторожно перелистывает страницы учебника екатерининской эпохи?

Отправной точкой регулярного математического образования в России, видимо, следует признать начало XVIII века, когда в отечественном просвещении появилась такая мощная фигура как Леонтий Филиппович Магницкий (1669-1739). Биография этого человека чем-то напоминает историю жизни Михаила Васильевича Ломоносова. Уроженец города Осташков Тверской губернии, незаконно рожденный ребёнок, формально усыновлённый дьячком одной из церквей, он с рыбным обозом направился в Московский Иосифо-Волоколамский монастырь, где был оставлен чтецом. Впрочем, версий о происхождении и начале жизненного пути Леонтия Магницкого предостаточно.

По одной из версий он был усыновлен не дьячком, а крестьянином, юные годы вынужден был заниматься крестьянской работой, что, вообще-то, маловероятно. По другой версии его дядя был настоятель Нило-Столбенской обители на Селигере Нектарий, не оставивший забот о племяннике.

Несмотря на то, что он был настоящим самоучкой, уровень образования позволил ему не только получить полноценные знания математики того времени, но и научиться переводить и читать голландские, немецкие и итальянские книги. Разумеется, в Московской Славяно-Греко-Латинской академии, где он стал учиться, математику никак не преподавали, но Леонтий Филиппович настолько стал выделяться среди её воспитанников, что получил приглашение учиться, а затем преподавать в только что открытой Математико-Навигацкой школе, где кстати, он затем стал первым русским преподавателем, а потом и возглавил её. Пётр Первый называл его в шутку «магнитом, притягивающим знания» и пожаловал ему новую фамилию. Так Леонтий Теляшин стал Магницким.

Известно, что первый учебник по математике император поручил написать именно Магницкому. Книга «Арифметика, сиречь наука числительная. С разных диалектов на славянский язык переведённая, и воедино собрана, и на две части разделённая» [6] была написана за два года и напечатана в 1703 году рекордным по тем временам тиражом 2400 экземпляров.

«Арифметика» Магницкого стала основным учебником в Математико-Навигацкой школе, а затем в Морской академии в Санкт-Петербурге. Магницкий оказался первым, кто ввел из-

вестные и общепринятые в настоящее время термины: миллион, миллиард, триллион, квадриллион, а также – множитель, делитель, произведение и извлечение корня. Именно об «Арифметике» Магницкого М.В. Ломоносов сказал, что эта книга стала «вратами его учёности».

Серьёзными предпосылками создания учебника Магницкого стали математические учебные пособия голландских математиков. Эти книги по поручению Петра I из Амстердама доставил негодичант Ян Тессинг. Перевод этих книг и подготовку их к изданию в России, правда, ничтожным тиражом, осуществил священник И. Копицкий. В 1699 году им был осуществлен выпуск на русском языке книги «Краткое и полезное руководство во арифметику, или в обучение и познание всякого счёту, в сочтении всяких вещей». В книге рассматривались действия над целыми числами и дробями, а также приводились сведения по определению мер, весов и проведению денежных расчетов. В 1703 году в России были изданы таблицы значений основных тригонометрических функций, а также таблицы логарифмов. Петр I высоко оценил знания Магницкого. По его указанию в 1707 году тот руководил сооружением Тверской крепости.

В книге Магницкого указываются возможные алгебраические приложения для практики, геометрические задачи, а также используются тригонометрические таблицы и вычисления. К этому следует добавить начальные сведения по астрономии, геодезии и навигации.

Более двух десятилетий учебник Магницкого оставался почти единственным пособием на русском языке для изучения математики и применения ее на практике.

В качестве последователей Магницкого следует упомянуть Степана Яковлевича Румовского (1734-1812) и Михаила Евсеевича Головина (1756-1790).

Свою научную карьеру Степан Румовский начинал с гимназии при Московском университете, первый набор которой курировал М.В. Ломоносов. Как и все гимназисты этого набора, происхождения он был незнатного. Родился он в селе Старый Погост Тверской губернии. В дальнейшем увлекался астрономией. С 1767 года стал членом Петербургской Академии наук, а с 1800 года по 1803 год был её вице-президентом. С 1803 года по 1812 год был попечителем Казанского учебного округа. Как организатор российского просвещения стал известен как создатель трехступенчатой системы школ: начальных, городских и средних.

Широкую известность С. Я. Румовский завоевал в научном мире как квалифицированный переводчик и комментатор научных трудов Леонарда Эйлера. В 1756 году он начал свою педагогическую деятельность в Петербургской академии наук, в качестве преподавателя математики. Он справедливо полагал, что одним из препятствий для развития наук в России является отсутствие учебной литературы на родном языке. Чтобы восполнить этот недостаток, Румовский взялся за составление учебного пособия по математике на русском языке для студентов академического университета.

В 1760 году была издана книга «Сокращённая математики, часть первая, содержащая начальные основания арифметики, геометрии и тригонометрии» [10]. Видимо сам автор планировал продолжение этого учебного курса, так как назвал эту книгу частью I. От других пособий по математике учебник Румовского выгодно отличали «доступность и простота изложения, более совершенная по сравнению с предыдущими учебниками терминология, включение новейших математических исследований, в частности исследований Эйлера»<sup>1</sup>.

Среди учебников по математике в XVIII веке следует отметить также книги по геометрии Михаила Евсеевича Головина (1756 – 1790), племянника М.В. Ломоносова, родившегося в селе Матигоры Архангельской губернии.

По рекомендации дяди, в юные годы Головин был зачислен в гимназию при Петербургской Академии наук, а затем стал студентом Академии. Изучал математику под руководством Леонарда Эйлера. Был назначен адъюнктом Академии. Хорошее знание французского языка позволило Головину, наряду с Румовским, стать одним из лучших переводчиков Эйлера,

<sup>1</sup>Павлова Г. Е. Степан Яковлевич Румовский (1734 – 1812). – М.: Наука, 1979. – с. 46

вклад которого в российское просвещение и науку трудно переоценить. В частности, Головин осуществил в 1778 году перевод книги Эйлера «Морская наука», подготовленный для учащихся морских школ, где излагаемые основы кораблестроения и кораблевождения опирались на технику расчетов, аппарат которых излагался в базовых пособиях Л. Эйлера «Руководство к арифметике» (нем изд. 1738-40, русский перевод 1740, 1760) и «Универсальная арифметика» (1768-1769).

Последние годы своей жизни Головин работал в Петербургском главном народном училище, в комиссии училищ и учительской семинарии. Был введён в комиссию Министерства народного просвещения по работе училищ. В 1786 году был избран Почетным членом Петербургской Академии наук. По поручению комиссии он написал и издал несколько книг по арифметике и геометрии: «Руководство к арифметике для употребления в народных училищах» (ч.1-1783, ч.2-1786), «Краткое руководство к геометрии для народных училищ» (1786) и «Плоская и сферическая геометрия с алгебраическими доказательствами» (1789). Эти учебники долгое время были единственными руководствами для начальных училищ в нашей стране.

Однако, даже на фоне достаточно интенсивного процесса становления системы математического образования в XVIII веке, четырёхтомный учебник Ефима Дмитриевича Войтяховского заметен, и более того, явно претендует на роль наиболее полного и многогранного педагогического труда. Представленный автором труд охватывает практически все разделы, так называемой, элементарной математики (том I — Арифметика, том II — Геометрия, том III — Тригонометрия и её приложения, том IV — Алгебра, включая дополнительный раздел «Теория и искусство бросания бомб»).

Немного о самом Войтяховском. Больших связей в высшем свете он не имел. Не особо знатный витебский шляхтич, не преуспевавший в чинах, он мог рассчитывать только на свои знания. Кстати, чин штык-юнкера, который он с гордостью носил, просуществовал в русской армии относительно недолго. Он был введён в артиллерию Петром I во время Северной войны как аналог такого же низшего офицерского чина в шведской армии. Позднее чин штык-юнкера сохранился как условный в юнкерских училищах, подобно званию вице-сержанта в советских суворовских училищах.

Как ученый Войтяховский также не был известен, с Академией Наук не сотрудничал. Однако, как преподаватель достиг значительной известности. Преподавал в артиллерийском и инженерном шляхетских кадетских корпусах и даже занимал профессорскую кафедру. Считался одним из лучших частных (или как тогда говорили – партикулярных) учителей. Одно время руководил своей частной школой в Москве.

Среди его учеников были известные будущие полководцы: граф Николай Михайлович Каменский, граф Александр Иванович Кутайсов, легендарный генерал Алексей Петрович Ермолов.

Популярность Войтяховского в значительной степени была обусловлена его учебным курсом, содержащим практически основы точных расчетов при артиллерийской стрельбе, и принципов фортификации, а также тем, что каким-то образом он оказался известен при дворе. По одной версии он преподавал математику великим князьям Александру Павловичу (будущему императору Александру I) и Константину Павловичу. Кстати, именно им он посвятил свой «Курс чистой математики». По другой версии, его представил вступившему на престол императору Павлу Первому его коллега по шляхетским кадетским корпусам Николай Васильевич Верещагин (1744-1807), который и преподавал математику великим князьям, используя книгу Войтяховского.

Ясно одно: книгу эту император оценил достаточно высоко, равно как и её автора. Этой, в общем-то, объективной оценке не помешали некоторые «политические обстоятельства». «Курс чистой математики» был издан впервые в екатерининские времена задолго до воцарения императора Павла. Разумеется, Войтяховский счел необходимым сказать в своей книге хвалебные слова об императрице Екатерине II.

«Премудрая и Чадолубивая Матерь отечества Всеавгустейшая наша Монархиня, облекая Россию извне славою и крепостию, внутрь же преобразуя сердца и умы своего народа, между прочими спасительными установлениями начертала новый, удобнейший и кратчайший способ к просвещению умов юных, и тем оживила ревность и усердие упражняющихся в учении».

Сама книга имеет обращение к внукам императрицы - «их императорским высочествам благоверным князьям российским Александру Павловичу и Константину Павловичу», которым автор с «достождолжным благоговением приносит к стопам» свой труд, надеясь на то, что они «удостоят своего воззрения» его сочинение, «возбуждающее прилежность в юношах, пользе которых оно посвящено», которые будучи, «оживотворенные Высочайшей милостью», возбуждают в авторе «новое рвение к продолжению подобных упражнений».

Заметим, что автор избегает упоминания об их отце, будущем императоре Павле Первом, который был подвергнут полуопале-полунемилости своей венценосной матери. Впрочем, до коронации Павла I оставалось почти 10 лет, по истечении которых оказалось, что новый император высоко оценивает знания и труды Войтяховского, не принимая во внимание каких-либо домыслов.

Войтяховский был буквально обласкан императором, от которого неоднократно получал в дар золотые табакерки и перстни с драгоценными камнями. Такие подарки котировались при дворе наравне со знаками отличия. Он получил также в дар значительные лесные угодья на границе Болховского и Козельского уездов (так называемую Дубинскую засеку или, как говорили тогда, лесную дачу). Эти земли удачно примыкали к сельцу Кудиново, купленному Войтяховским в 1802 году. В честь императора он называет систему хуторов и деревень на этих землях именем Павлодар. Хозяином он был рачительным и умелым. Соседей он поразил устройством в своем доме и хозяйственных постройках водопровода с чистой водой.

После смерти императора Павла I он практически постоянно жил в своем имении. Здесь он продолжал давать уроки детям соседей – помещиков. Об этом свидетельствуют воспоминания Николая Гавриловича Лёвшина (1788-1845) – будущего героя Отечественной войны 1812 года. С 1840 года Лёвшин писал тетради («Домашний Памятник»), в которых изложил характерные черты жизни дворян своего времени, генеалогию своего рода. «Домашний Памятник» был издан в ежемесячном историческом журнале «Русская Старина», в 1873 и 1876 годах по тетрадям, доставленным в редакцию сыном Н. Г. Левшина [10].

В своих записках Лёвшин необыкновенно живо описывает и своего учителя, и своё состояние на его уроках. В отличие от своего брата Петра, больших успехов он достигнуть не смог. Он вспоминает свое состояние страха перед уроком, поскольку Войтяховский учителем был строгим и часто повышал голос, распекая нерадивого ученика. Внешний вид учителя автор описывает так: «Ефим Дмитриевич одевался по старинному в немецкие разноцветные кафтаны, со стеклянными и бронзовыми пуговицами, напудрен, с буклями и длинной косой; перстень бриллиантовый на пальце, жалованная табакерка в глазетовом жилете и часы жалованные, с бриллиантовыми брелоками; шуба и шапка соболья, верх бархатный»<sup>2</sup> Конечно, это были подарки самого императора, которые он получал после того, как царственные юноши выдерживали экзамен по математике!

Как часто такие случайные воспоминания, воспроизведённые на бумаге и поэтому оставшиеся нам как свидетельство былой жизни, обеспечивают долгую память об исторических персонажах, о которых, быть может, все впоследствии забыли бы. Такими оказались и воспоминания Николая Лёвшина. Он же упомянул о семейной драме старого учителя. Единственный сын Ефима Дмитриевича доставлял ему немало огорчений, ибо был пустым человеком, бездельником и мотом. В семидесятилетнем возрасте Войтяховский скончался. Благодаря тому же Николаю Лёвшину мы знаем, что похоронен он был на кладбище села Лунево Болховского уезда, что находится на северо-западе Орловской губернии недалеко от границы соседней

<sup>2</sup>Лёвшин Н. Г. Домашний памятник. . . 1788—1804 // Русская старина. — 1873. — Т. 8, № 12. — С. 841

Калужской. После его смерти случилось то, чего старик так опасался при жизни. Сын быстро распродал по частям легендарный Павлодар, окончив жизнь практически в нищете. Часть имения купил отец Алексея Апухтина. Известно, что поэт был дружен с Петром Ильичом Чайковским, посещавшим друга в его имении.

Осталась ли память о штык-юнкере артиллерии Ефиме Дмитриевиче Войтяховском?

Николай Лёвшин горестно пишет: «Исчезло все, как большей частью все исчезает, как дым: о Войтяховском все забыли, а его «Курс чистой математики» оставлен; редко кто о нем что знает. Имение его разошлось по рукам наследников, - не осталось ничего теперь и помянуть некому!»<sup>3</sup>. Горькие слова. Однако, именно эти слова привела на памятной табличке, прикрепленной к кресту, воздвигнутому на его могиле, орловский исследователь-краевед Валентина Михайловна Афоничева.

Так ли это? Вернёмся к анализу книги Войтяховского.

В части первой «Курса чистой математики» Войтяховский счел необходимым сделать то, что современные авторы, пытаясь избежать перегрузки школьников, не считают обязательным включать в свои учебники, что, разумеется, имеет свою разумную подоплеку.

Так, например, исходный раздел «О математике вообще» начинается с определения математики как науки: «Математика есть наука о величинах или количествах, показывающая правила, как из известных количеств находить другие нам еще неизвестные».

Далее идут понятия «смешанной» и «чистой» математики, величины или количества, а также математического порядка.

Интересны и другие формулировки:

«Понятие или идея есть всякое воображение или помышление о всякой вещи», «Определение есть такое предложение, которое через ясное и полное понятие так ограничивает вещь, что она всегда от прочих различить можно».

В таком же духе даются понятия аксиомы, задачи, леммы, положения, доказательства.

Следующий раздел «О арифметике и счислении» также начинается определением арифметики: «Арифметика есть наука о числах, и о правилах способных к решению разных случающихся в обществе задач». Далее подробно описываются действия над целыми числами и дробями, методы решения задач с пропорциями, арифметические и геометрические прогрессии.

Особое внимание автор уделил таблицам измерений весов, линейных размеров и объемов в разных странах, указывая соответствия между ними.

Простые арифметические задачи Войтяховский приводит в качестве примеров, сопровождая их решениями. В этих решениях он избегает составления систем уравнений. Типичным примером является следующая задача.

«Некто принял к себе слугу на месяц с таким условием, чтобы за каждый рабочий день давать ему 20 копеек, а за нерабочий день вычитать у работника по 10 копеек; но по прошествии месяца слуга получил только 2 руб. 50 коп. Спрашивается число рабочих и нерабочих дней в месяце». (стр. 229 – 300 [1]).

Казалось бы, вводя неизвестные  $x$  и  $y$  как число рабочих и соответственно нерабочих дней, составим систему

$$\begin{cases} 20 \cdot x - 10 \cdot y = 250 \\ x + y = 30 \end{cases}$$

и легко решаем задачу. Однако, автор решает задачу, как сейчас бы выразились, «по действиям». Кстати, решениями задачи не являются целые числа ( $x = 18\frac{1}{3}$ ,  $y = 11\frac{2}{3}$ ).

В разделе «Прогрессии» Войтяховский приводит знаменитую задачу Зенона об Ахиллесе и черепахе.

<sup>3</sup>Лёвшин Н. Г. Домашний памятник... 1788—1804 // Русская старина. — 1873. — Т. 8, № 12. — С. 842

Уравнения и системы уравнений Войтяховский использует для решения задач только в последнем томе своего сочинения «Алгебра».

Задачи, где анализируются совместные ресурсы, Войтяховский предлагает решать, используя представленные в условии пропорции, называя такой подход «Тройным складным правилом».

Современному ученику весьма трудно понять его рекомендации и определения: «Правило складное или товарищества есть способ, с помощью которого данное число разделяется на части, другим данным числам пропорциональное.

Примечание. Правило складное состоит в простом тройном правиле столько раз повторенном, сколько тех разделов учинить случится, как то из нижеследующих примеров видно».

Вот некоторые из этих примеров.

«Трое сложились торговать вместе, первый из них в торг положил 1400 рублей, второй 1500 рублей, третий 1600 рублей, коими в некоторое время приторговали 5000 рублей; спрашивается, сколько каждому из сей суммы получить должно?»

**Решение автора.**

1. Определяется общая сумма начальных вкладов (в рублях):

$$1400 + 1500 + 1600 = 4500.$$

2. Положим  $x$  – барыш первого купца,  $y$  – барыш второго купца,  $z$  – барыш третьего купца;

3. Далее используются простые пропорции:

$$\frac{4500}{5000} = \frac{1400}{x}, \quad \frac{4500}{5000} = \frac{1500}{y}, \quad \frac{4500}{5000} = \frac{1600}{z}$$

Отсюда

$$x = 1555\frac{5}{9}, \quad y = 1666\frac{6}{9}, \quad z = 1777\frac{7}{9}$$

$x + y + z = 5000$  руб. – общая прибыль.

Интересно, что задачи на совместную работу Войтяховский также решает только с помощью пропорций. Такова следующая задача (также из раздела «Тройное складное правило»).

Содержание задачи таково:

«Когда один человек М сработал некую вещь в 16 дней, а с товарищем В сделали такое же дело в  $7\frac{1}{2}$  дней; то в какое время оное дело сделать может один человек В?»

Рекомендации автора:

«Для решения сей задачи следует прежде узнать, какую часть той вещи человек М в  $7\frac{1}{2}$  дней сделает, потом вычтя оную из единицы, останется часть вещи, которую человек В в  $7\frac{1}{2}$  дней сделать может? а напоследок поступиай как следует:

дни вещи

$16 : 1 = 7\frac{1}{2} : \frac{15}{32}$  такую часть сделал в  $7\frac{1}{2}$  дней человек М;

$\frac{32}{32} - \frac{15}{32} = \frac{17}{32}$  такую часть сделает человек В в  $7\frac{1}{2}$  дней;

$\frac{17}{32} : 7\frac{1}{2} = \frac{32}{14\frac{2}{7}}$  дней в такое время человек В эту вещь сделать может.

Таким образом, используются две пропорции:

$$\frac{16}{1} = \frac{7\frac{1}{2}}{x},$$

где  $x$  – часть, которую сделал в  $7\frac{1}{2}$  дней человек М, и

$$\frac{\frac{17}{32}}{7\frac{1}{2}} = \frac{\frac{32}{14\frac{2}{7}}}{y},$$

где  $y$  – время, в которое сделать вещь может человек В.

Современные нам методические рекомендации исходят из того, что мы можем определить часть работы, которую могут сделать в один день первый человек М и человек В и двое вместе.

В самом деле, если В делает всю вещь за  $x$  дней, а, как известно из условия М делает все за 16 дней, то за один день они вместе выполняют

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{16}\right) - \text{часть работы.}$$

Отсюда

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{16}\right) \cdot 7\frac{1}{2} = 1.$$

Решая это уравнение, находим  $x = 14\frac{2}{7}$  дней.

II и III тома «Курса чистой математики» посвящены основам геометрии и прикладной тригонометрии. Второй том «Курса чистой математики» называется «Геометрия». Как и в других томах, вначале дано определение геометрии, как науки: «Геометрия есть наука о свойствах величин, имеющих пространство или протяжение в длину, ширину, высоту или глубину, и о измерении их». Интересно привести названия разделов курса: деление и сложение плоскостей (речь идет о построении равновеликих фигур), о составлении поверхностей тел из бумаги, об измерении толстоты тел (объема – в современном понимании), о сложении тел, о вычитании тел, и др. В этот же том вошли задачи с окружностями и эллипсами, причем, интересно заметить, что автор включил сюда задачу о построении эллипса: «По данным двум осям АВ и СD начертить эллипс посредством шнура». Обращает на себя внимание и то, что курс стереометрии рассматривается как прикладное направление в практических исследованиях.

Третий том носит название «Тригонометрия с практикою и описанием циркуля или сектора».

Интересно, что автор сразу в разделе «О прямолинейной Тригонометрии вообще, и о свойствах линий, в ней употребляемых» (§ 1 том III) сразу приводит определение, ясно показывающее методическое место тригонометрии в планиметрии: «Тригонометрия есть часть Геометрии, показывающая правила, как по трем каким-нибудь данным частям, из двух углов и трех боков треугольника, находить прочие неизвестные его части».

Большое внимание уделяется задачам измерения высоты объектов:

1. § 98. Задача. Найти высоту башни, к которой подойти можно;
2. § 102. Задача. Найти высоту неприступной башни, стоящей перпендикулярно на униженном горизонте, с наклонной плоскости.
3. § 105. Задача. Найти высоту неприступной башни посредством зеркала.
4. § 109. Сочинить план положения болота или озера и вычислить сколько в нем десятин.

В этом томе автор, наряду с решением ряда практических задач, приводит принципы работы с астролябией и останавливается особо на нахождении географических координат (широты и долготы) объекта. Так, например, есть разделы «О действиях производимых на поле цепью, кольями и астролябией», «О геодезии или межевании вообще . . . с кратким описанием свойств магнита и компасных стрелок».

Наибольшее значение автор придает курсу алгебры, целиком сосредоточенной в четвертом томе «Алгебра». Это следует прежде всего из предисловия к этому тому. Войтяховский цитирует профессора Румовского, одного из своих знаменитых предшественников: «Происхождение Алгебры не можно лучше представить, как ежели Арифметику и Геометрию сравнить с

двумя реками, из коих каждая, сначала имея особенное течение, напоследок соединившись составили одну, пространством, стремлением и глубиной несравненно прежних превосходящую.

Никакая из Математических наук не приносит столько чести разуму человеческому, как Алгебра; поелику мы ясно видим, что Механика, Астрономия, и все части смешанной Математики, совершенством обязаны сей науке».

Верный своей манере автор сопровождает определениями все используемые им понятия, включая определение исследуемого предмета. Свое определение предмета Алгебры он приводит в начале IV тома:

«Алгебра или общая арифметика есть наука, по известным величинам, изображая их азбучными буквами, сыскивать неизвестные количества . . . Всякая буква означать может все возможные числа, на примере буква d может значить 5, 12, 174 и прочая; так же принимается и вместо  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{7}{12}$  и проч.».

Содержание курса алгебры в значительной степени напоминает современный школьный курс. Основные алгебраические преобразования, уравнения первой степени, прогрессии арифметические и геометрические, квадратичные уравнения, уравнения третьей и четвертой степени, автор так же приводит некоторые соображения, связанные с приближенным решением уравнений.

Анализируя возможности решения уравнений 3-й и 4-й степеней, Войтяховский приводит известные формулы Джероламо Кардано (1501-1576) и Ферро дель Сципиона (1465-1526). (В написании Войтяховского «Сципион Феррей»).

При этом он не упоминает о споре Кардано и Тартальи об авторстве этих формул.

Прошло более ста лет. При формировании учебного курса алгебры для мужских и женских гимназий, а также реальных училищ, так называемые формулы Кардано для решения уравнений 3-й и 4-й степеней, исчезли из учебников средней школы (см., например, популярный курс элементарной алгебры А. Киселева, кстати рекомендованный и для духовных семинарий, и для кадетских корпусов [4]).

В то же время А. Киселев приводит (без доказательств) следующие утверждения:

- Всякое алгебраическое уравнение имеет вещественный или мнимый корень (теорема Коши);
- Алгебраическое уравнение имеет столько корней, вещественных или мнимых, сколько единиц в показателе его степени.

В учебнике А. Киселева также упоминаются возможности снижения порядка уравнения при знании корня (или корней) уравнения. Такая же схема излагается в учебниках советского периода. В то же время у Войтяховского и его последователей, включая А. Киселева, нет упоминания о том, что уравнения 5-й и выше степеней неразрешимы в радикалах.

Остановимся в заключение на оценке «Курса чистой математики» Ефима Дмитриевича Войтяховского и его места в российском математическом просвещении.

Был создан учебный базис для серьезного математического образования, по существу объединивший опыт создания всех учебников XVIII века. При этом автор ясно видел свою педагогическую задачу в сохранении целостности теории и практики. Об этом он говорит прямо в «Предисловии к читателю»: «Хотя математических книг довольно число уже издано на российском языке: но как в некоторых из них видим мы одну только теорию без всякого принадлежащего к ней употребления, а в иных содержатся практические правила без оснований, и изъясняются одними только примерами; то часто случается, что молодые люди, не усиливая привычкою к тому рассуждения, и обучив на основании оных книг одну только теорию, с немалым трудом приступают к решению и самых легчайших задач; а другие затвердя одни только примеры, и несколько приуча себя без всякого доказательства к решению оных, вступают иногда в такие споры, о основании коих сами слабое понятие имеют».

В книге Войтяховского были изложены основные понятия и формулировки общей математики как науки, включая исходные понятия «для постигающих её».

«Курс чистой математики» стал отправной точкой и идеальной методической площадкой для формирования последующих курсов математики.

Конечно, нельзя не заметить чисто стилистические особенности изложения математических курсов XVIII и XIX веков, что объясняется не только меняющейся во времени логикой рассуждений, но и чисто языковой трансформацией, условно сравнимой, быть может, с переходом от архаизмов языка Третьяковского, Ломоносова и Сумарокова к поэтической речи Жуковского и Пушкина.

К началу XX столетия сложились стабильные курсы алгебры и геометрии, появились отдельно изданные сборники задач (см. напр. [1], [8]). Среди них наибольшую популярность имел задачник Н.А. Шапошникова и Н.Н. Вальцова, сочетавший задачи различной степени сложности. Решебник к этому задачнику широко использовался гимназистами. Упоминание об этом можно найти даже в известном романе Льва Кассиля «Кондуит и Швамбрания» при описании импровизированной олимпиады.

Если сопоставлять далее объем математических программ книги Войтяховского с учебниками начала XX века, а впоследствии советского периода, то надо признать, что его курс несколько богаче в прикладном отношении, хотя при этом не включает в себя ряд тем (например, «Теорему Безу» и «Бином Ньютона»), которые входили в программу реальных училищ [2] и школ советского периода до «реформы А.Н. Колмогорова».

Что же касается памяти о математике Ефиме Дмитриевиче Войтяховском, то его имя избежало полного забвения, хотя мы думаем, что вряд ли кто-либо из историков математического просвещения его помнит. Скорее справедливы строки Константина Случевского:

«Те почтенные люди прошли,  
Что касались былого со страхом,  
Те, что письма отцов берегли,  
Не пускали их памяти прахом».

Однако, штык-юнкер артиллерии Ефим Дмитриевич Войтяховский сам себе поставил памятник – свою книгу, которая уже никогда не исчезнет в реке Истории, подобной мифической Лете, а живые воспоминания его ученика Николая Лёвшина навсегда вдохнули душу в этот памятник.

## СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баграмов А. Полные решения и подробные объяснения всех без исключения алгебраических задач сборника Н. А. Шапошникова и Н. Н. Вальцова. Одесса: книгоиздательство М. С. Козмана – 1905.
2. Блюмберг Я. Дополнительные статьи алгебры. Курс VII (дополнительного) класса Реальных училищ. – Митава: Типография И. Ф. Штеффенгагена и сына – 1901.
3. Ефим Войтяховский. Теоретический и практический курс чистой математики, содержащий в себе Арифметику, Геометрию, Тригонометрию с практикою и описанием пропорционального циркуля или Сектора, Алгебру с высшими степенями, Криволинейную геометрию с теорией и практикой искусства бросания бомб. – Москва, Печатано в вольной типографии у Хр. Клаудия, 1787.
4. Киселев А. Элементарная алгебра, изд. 14-е, - Москва, Печатня С.П. Яковлева – 1903 год.

5. Лёвшин Н. Г. Домашний памятник 1788—1804 // Русская старина. — 1873. — Т. 8, № 12. — С. 839-842.
6. Магницкий Л. Ф. Арифметика. — М., 1703 — 669с.
7. Павлова Г. Е. Степан Яковлевич Румовский (1734 — 1812). — М.: Наука, 1979. — 200 с.
8. Пржевальский Е. Собрание алгебраических задач. Москва: Типография Г. Лиснера и Д. Собко — 1901 год.
9. Прудников В.Е. Русские педагоги — математики XVIII — XIX веков. М.: - 1956. — 640 с.
10. Румовский С.Я. Сокращения математики, часть первая, содержащая начальные основания арифметики, геометрии и тригонометрии. — СПб.: Императорская академия наук, 1760. — 462с.

## REFERENCES

1. Bagramov A. Complete solutions and detailed explanations of all algebraic problems without exception in the collection of N. A. Shaposhnikov and N. N. Valtsov. Odessa: the publishing house of M. S. Kozman — 1905.
2. Blumberg Ya. Additional algebra articles. The course of the VII (additional) class of Real schools. — Mitava: Printing house of I. F. Steffen and son — 1901.
3. Yefim Voityakhovsky. Theoretical and practical course of pure mathematics, containing Arithmetic, Geometry, Trigonometry with practice and description of proportional compasses or Sectors, Algebra with higher degrees, Curved geometry with theory and practice of the art of throwing bombs. — Moscow, Printed in the free printing house at Hr. Claudia, 1787.
4. Kiselev A. Elementary Algebra, ed. 14-th, - Moscow, Printing House of S.P. Yakovlev — 1903.
5. Levshin N. G., 1873, “Home monument 1788—1804” // Russian antiquity. — Vol. 8, № 12. — pp. 839-842.
6. Magnitsky L. F. Arithmetic. — М., 1703 — 669 p.
7. Pavlova G. E. Stepan Yakovlevich Rumovsky (1734-1812). — Moscow: Nauka, 1979. — 200 p.
8. Przhevalsky E. Collection of algebraic problems. Moscow: Printing house of G. Lissner and D. Sobko — 1901.
9. Prudnikov V.E. Russian teachers — mathematicians of the XVIII - XIX centuries. М.: - 1956. — 640 p.
10. Rumovsky S.Ya. Abbreviations of mathematics, part one, containing the initial foundations of arithmetic, geometry and trigonometry. — St. Petersburg: Imperial Academy of Sciences, 1760. — 462 p.

Получено: 16.01.2023

Принято в печать: 24.04.2023