

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 23. Выпуск 5.

УДК 539.621

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-5-188-197

Эмпирическая математическая модель изменения фактической площади контакта металлов в зависимости от пути трения¹

А. Д. Бреки, В. А. Яхимович, С. Г. Чулкин, А. А. Москалец, И. А. Шульгин, Е. Б. Седакова, Ю. Г. Барабанщиков, С. Н. Кутепов, О. В. Кузовлева

Бреки Александр Джалюльевич — кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

e-mail: albreki@yandex.ru

Яхимович Валерий Александрович — ведущий инженер, аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

e-mail: valera_spb@inbox.ru

Чулкин Сергей Георгиевич — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный морской технический университет; Институт проблем машиноведения РАН (г. Санкт-Петербург).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Москалец Артём Анатольевич — кандидат технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

e-mail: artem.moskalec@gmail.com

Шульгин Игорь Андреевич — аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

e-mail: igorshulgin@polihimnpp.ru

Седакова Елена Борисовна — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; Институт проблем машиноведения РАН (г. Санкт-Петербург).

e-mail: elenasedakova2006@yandex.ru

Барабанщиков Юрий Германович — доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

e-mail: ugb@mail.ru

Кутепов Сергей Николаевич — кандидат педагогических наук, доцент, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: kutepovsn@yandex.ru

Кузовлева Ольга Владимировна — кандидат технических наук, доцент, ФГБОУ ВО Российский государственный университет правосудия (г. Москва).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

¹Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда по приоритетному направлению деятельности Российского научного фонда «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами» научного проекта: "Применение цифрового моделирования и больших данных для повышения эффективности механической обработки титановых лопаток паровых турбин и их эксплуатации в условиях каплеударной эрозии № 22-19-00178.

Аннотация

В статье приведена новая эмпирическая математическая модель для описания изменения фактической площади контакта металлов в зависимости от пути трения, включающая такие характеристики как резкость изменения фактической площади контакта, исходная интенсивность изменения фактической площади контакта, приращение интенсивности изменения фактической площади контакта, значение пути трения, соответствующее минимальному «ускорению» изменения фактической площади контакта. Показана справедливость разработанной математической модели при трении пирамидальных инденторов из алюминия, меди и стали Ст.3 по стальной поверхности.

Ключевые слова: математическая модель, трение, фактическая площадь контакта, индентор, фрикционное взаимодействие.

Библиография: 10 названий.

Для цитирования:

А. Д. Бреки, В. А. Яхимович, С. Г. Чулкин, А. А. Москалец, И. А. Шульгин, Е. Б. Седакова, Ю. Г. Барабанщиков, С. Н. Кутепов, О. В. Кузовлева. Эмпирическая математическая модель изменения фактической площади контакта металлов в зависимости от пути трения // Чебышевский сборник, 2022, т. 23, вып. 5, с. 188–197.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 23. No. 5.

UDC 539.621

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-5-188-197

Empirical mathematical model of change in the actual contact area of metals depending on the friction path²

A. D. Breki, V. A. Yakhimovich, S. G. Chulkin, A. A. Moskalets, I. A. Shulgin, E. B. Sedakova, Yu. G. Barabanshchikov, S. N. Kutepov, O. V. Kuzovleva

Breki Alexander Dzhalyulevich — candidate of technical sciences, associate professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg).

e-mail: albreki@yandex.ru

Yakhimovich Valery Alexandrovich — postgraduate student, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg).

e-mail: valera_spb@inbox.ru

Chulkin Sergey Georgievich — doctor of technical sciences, professor, St. Petersburg State Marine Technical University; Institute of Problems of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences (St. Petersburg).

e-mail: sergej.chulkin@yandex.ru

Moskalets Artem Anatolyevich — candidate of technical sciences, associate professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg).

e-mail: artem.moskalec@gmail.com

Shulgin Igor Andreevich — postgraduate student, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg).

²The work was supported by a grant from the Russian Science Foundation for the priority area of activity of the Russian Science Foundation “Conducting fundamental scientific research and exploratory scientific research by individual scientific groups” to the scientific project: Application of digital modeling and big data to improve the efficiency of mechanical processing of titanium steam turbine blades and their operation under conditions of drop impact erosion № 22-19-00178.

e-mail: igorshulgin@polihimnpp.ru

Sedakova Elena Borisovna — doctor of technical sciences, professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; Institute of Mechanical Engineering Problems of the Russian Academy of Sciences (St. Petersburg).

e-mail: elenasedakova2006@yandex.ru

Barabanshchikov Yuri Germanovich — doctor of technical sciences, professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg).

e-mail: ugb@mail.ru

Kutepov Sergey Nikolaevich — candidate of pedagogical sciences, associate professor, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: kutepovsn@yandex.ru

Kuzovleva Olga Vladimirovna — candidate of technical sciences, associate professor, Russian State University of Justice (Moscow).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Abstract

The article presents a new empirical mathematical model for describing the change in the actual contact area of metals depending on the friction path, including such characteristics as the sharpness of the change in the actual contact area, the initial intensity of the change in the actual contact area, the increment in the intensity of the change in the actual contact area, the value of the friction path corresponding to the minimum "acceleration" of changes in the actual area of contact. The validity of the developed mathematical model is shown for the friction of pyramidal indenters made of aluminum, copper and steel St.3 on a steel surface.

Keywords: mathematical model, friction, actual contact area, indenter, frictional interaction.

Bibliography: 10 titles.

For citation:

A. D. Breki, V. A. Yakhimovich, S. G. Chulkin, A. A. Moskalets, I. A. Shulgin, E. B. Sedakova, Yu. G. Barabanshchikov, S. N. Kutepov, O. V. Kuzovleva, 2022, "Empirical mathematical model of change in the actual contact area of metals depending on the friction path", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 23, no. 5, pp. 188–197.

1. Введение

Известно [1], что «реальные поверхности деталей машин по своей общей форме и местному рельефу лишь приближаются к своим идеальным прообразам. Понятие пятна контакта как меры плотности прилегания отдельных сопрягающихся элементов применимо к реальным поверхностям. Контакт реальных поверхностей отличается от идеального номинального контакта, площадь которого равна номинальной площади соприкосновения двух поверхностей, заданных в чертежах одинаковыми параметрами». В соответствии с этим различают фактическую и контурную площади контакта. Фактической площадью контакта (ФПК) называется площадь, по которой осуществляется контакт микронеровностей, образующих шероховатость [2]. Фактическая площадь контакта обычно составляет от номинальной десятые и даже сотые доли процента, а контурная — несколько процентов [3]. Величина фактической площади контакта [4] «во многом характеризует такие параметры неподвижных соединений деталей как прочность, теплопроводность, электрическое сопротивление и т. д. В частности, учет параметров упругопластического взаимодействия сопряженных деталей позволяет уменьшить погрешность определения нагрузочной способности неподвижного соединения. Кроме того,

передача тепловой и электрической энергии в соединениях деталей происходит в пятнах контакта, что свидетельствует о том, что энергоэффективность соединений напрямую зависит от параметров контакта шероховатых поверхностей сопрягаемых деталей».

Проводится ряд важных исследований фактической площади контакта. В работе [5] показано, что «величина износа и коэффициент трения зависят от фактической площади контакта. Для процесса изнашивания важна не только величина фактической площади контакта, но и распределение контактных пятен по поверхности соприкасающихся тел». В работе [6]: «рассмотрено влияние на фактическую площадь контакта шероховатых плоских поверхностей некоторых параметров, таких как соотношение твердостей, среднее давление, радиус микровыступов шероховатости. Анализ проводился с помощью известных зависимостей, описывающих упругопластическое контактное взаимодействие шероховатых поверхностей». В работе [7] сказано, что «на основе закономерностей упругопластического контакта отдельной микронеровности шероховатой поверхности получены зависимости для определения сближения и фактической площади контакта плоских поверхностей при близких твердостях их материалов».

Известно [8], что фактическая площадь контакта в случае движения металлического индентора по стальной отполированной поверхности изменяется по сложным зависимостям, включающим как участки линейного, так и участки нелинейного изменения, для которых в настоящее время ещё не создано соответствующих математических моделей. В связи с этим, в границах данной работы, предлагается новая математическая модель, описывающая закономерности влияния перемещения (пути трения) на фактическую площадь контакта.

2. Результаты и их обсуждение

В работах [9, 10] предложена следующая зависимость, которая была использована для описания обобщённого закона внешнего трения, а также закона динамики изнашивания:

$$F(x) = C + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta C_i}{s_i} \ln [1 + \exp (s_i \cdot (x - x_i))]. \quad (1)$$

Анализ данных работы [8] позволил предположить, что зависимость фактической площади контакта от пути трения, может быть представлена с использованием (1) в следующем виде:

$$A_r = J_{r0} \cdot l_f + A_{r0} - \frac{\Delta J_r}{\Psi_l} \ln [1 + \exp (\Psi_l \cdot (l_f - l_{f\Omega}))], \quad (2)$$

где Ψ_l — резкость изменения фактической площади контакта; J_{r0} — исходная интенсивность изменения фактической площади контакта; ΔJ_r — приращение интенсивности изменения фактической площади контакта; l_f — путь трения; $l_{f\Omega}$ — значение пути трения, соответствующее минимальному «ускорению» изменения фактической площади контакта; A_{r0} — фактическая площадь контакта покоящихся тел.

В работе [8] профессором Н.Б. Демкиным получены важные зависимости фактической площади контакта при фрикционном взаимодействии трёхгранных пирамидок из алюминия, меди, стали Ст.3 по плоскости из стали 12X1. Условия испытаний: прямолинейное скольжение трёхгранной пирамиды по стальной плоскости со скоростью 0,1 мм/с, при нагрузке 3Н на расстояние 5мм. Автор [8] установил зависимости фактической площади контакта от пути трения в графическом виде, однако не было найдено их аналитического представления.

В данной работе реализована точная оцифровка графиков из работы [8] и осуществлена аппроксимация выявленных точек с использованием разработанной формулы (2).

На рисунке 1 показаны точки, полученные при оцифровке графика [8] для пирамиды из алюминия, скользящей по стальной поверхности, и соответствующий график аппроксимирующей функции.

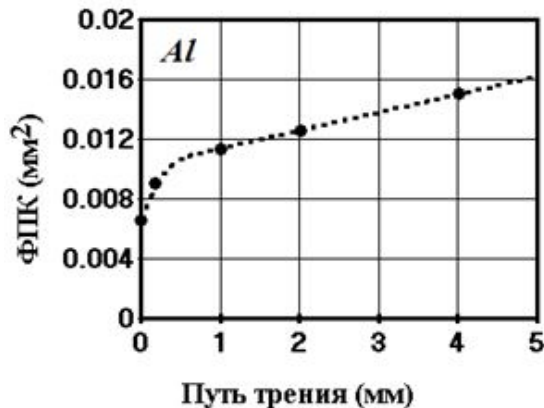


Рис 1: Зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из алюминия, скользящей по стальной поверхности

Аналитически, зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из алюминия, скользящей по стальной поверхности выражается формулой:

$$A_r = 0,0136l_f + 0,0066 - \left(\frac{0,0124}{10}\right) \cdot \ln(1 + \exp(10(l_f - 0,29))). \quad (3)$$

Интегрирование (3) по всему интервалу от 0 до 5 мм и деление полученного результата на длину данного интервала даёт среднее значение ФПК, равное 0,0131 мм².

Дифференцируя (3) получаем зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамидки из алюминия:

$$J_r = 0,0136 - \frac{0,0124}{1 + \exp(-10(l_f - 0,29))} \quad (4)$$

График функции (4) показан на рисунке 2.

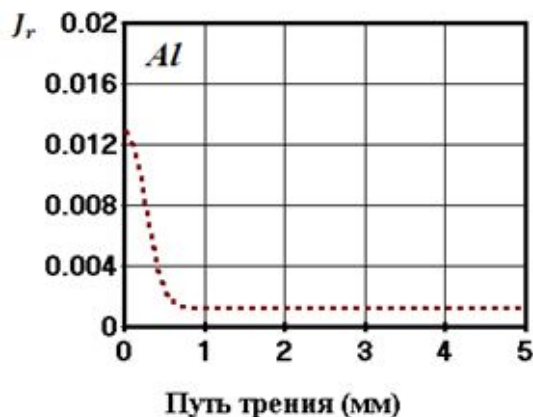


Рис 2: Зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамиды из алюминия, скользящей по стальной поверхности

Из рис. 2 видно, что интенсивность изменения ФПК вначале резко падает, а затем устанавливается на значении $0,0012 \text{ мм}^2/\text{мм}$.

На рисунке 3 показаны точки, полученные при оцифровке графика [8] для пирамиды из меди, скользящей по стальной поверхности, и соответствующий график аппроксимирующей функции.

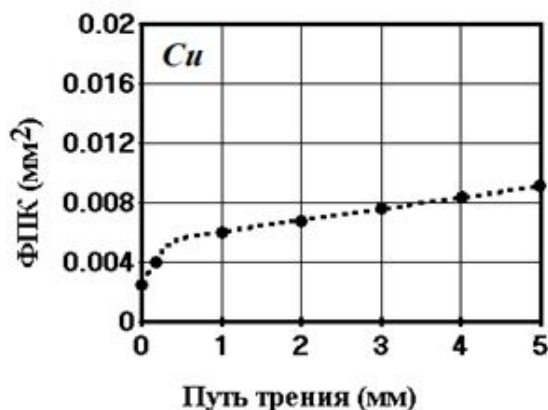


Рис 3: Зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из меди, скользящей по стальной поверхности

Аналитически, зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из меди, скользящей по стальной поверхности выражается формулой:

$$A_r = 0,0121l_f + 0,00244 - \left(\frac{0,01124}{10} \right) \cdot \ln(1 + \exp(10(l_f - 0,255))). \quad (5)$$

Интегрирование (5) по всему интервалу от 0 до 5 мм и деление полученного результата на длину данного интервала даёт среднее значение ФПК, равное $0,0071 \text{ мм}^2$.

Дифференцируя (5) получаем зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамидки из меди:

$$J_r = 0,012 - \frac{0,01124}{1 + \exp(-10(l_f - 0,255))}. \quad (6)$$

График функции (6) показан на рисунке 4.

Из рис. 4 видно, что интенсивность изменения ФПК вначале резко падает, а затем устанавливается на значении $0,00076 \text{ мм}^2/\text{мм}$.

На рисунке 5 показаны точки, полученные при оцифровке графика [8] для пирамиды из стали Ст.3, скользящей по стальной поверхности, и соответствующий график аппроксимирующей функции.

Аналитически, зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из стали Ст.3, скользящей по стальной поверхности выражается формулой:

$$A_r = 0,007l_f = 0,00122 - \left(\frac{0,0067}{12} \right) \cdot \ln(1 + \exp(12(l_f - 0,15))). \quad (7)$$

Интегрирование (7) по всему интервалу от 0 до 5 мм и деление полученного результата на длину данного интервала даёт среднее значение ФПК, равное $0,00295 \text{ мм}^2$.

Дифференцируя (7) получаем зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамидки из стали Ст.3:

$$J_r = 0,007 - \frac{0,0067}{1 + \exp(-12(l_f - 0,15))}. \quad (8)$$

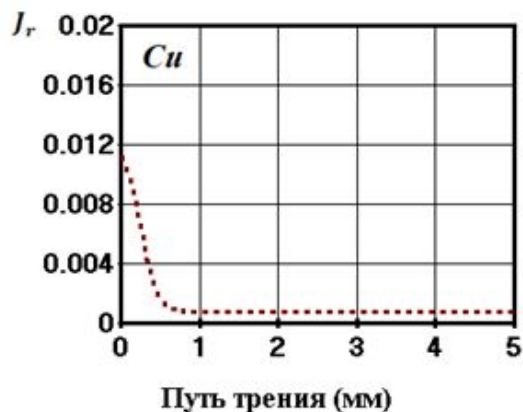


Рис 4: Зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамиды из меди, скользящей по стальной поверхности

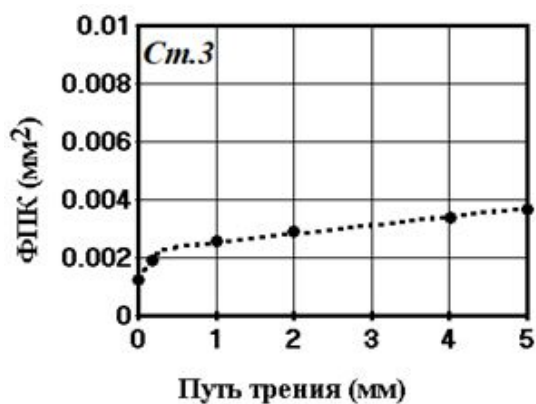


Рис 5: Зависимость фактической площади контакта от пути трения для пирамиды из стали Ст.3, скользящей по стальной поверхности

График функции (8) показан на рисунке 6.

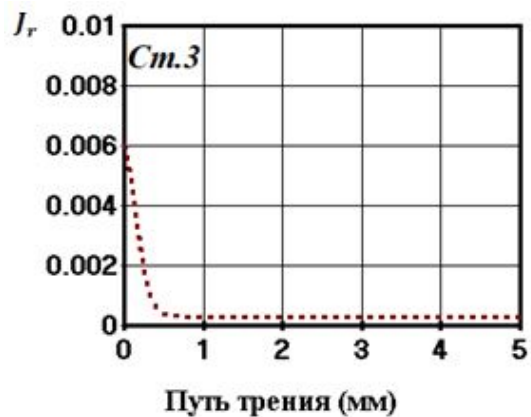


Рис 6: Зависимость интенсивности изменения ФПК от пути трения для пирамиды из стали Ст.3, скользящей по стальной поверхности

Соответственно с увеличением твёрдости уменьшается как среднее значение ФПК, так и

установившееся значение интенсивности её изменения.

3. Заключение

В результате проведённого исследования:

1. Показано, что функция, которая была использована для описания обобщённого закона внешнего трения, а также закона динамики изнашивания подходит для описания изменения фактической площади контакта металлического индентора со стальной поверхностью в зависимости от пути трения.
2. Разработана математическая модель для описания изменения фактической площади контакта металлов в зависимости от пути трения, включающая такие характеристики как резкость изменения фактической площади контакта, исходная интенсивность изменения фактической площади контакта, приращение интенсивности изменения фактической площади контакта, значение пути трения, соответствующее минимальному «ускорению» изменения фактической площади контакта.
3. Реализована оцифровка экспериментальных данных профессора Демкина Н.Б. и проведён их анализ, с использованием разработанной математической модели, подтвердивший справедливость данной эмпирической модели для рассматриваемого комплекса условий испытаний.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грязев В.М. «Определение фактической площади контакта поверхностей взаимодействующих деталей» Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2012. № 11-1. С. 287-292.
2. Демкин Н.Б., Ланков А.А. Определение фактической площади касания двух тел при помощи угольных плёнок. // Заводская лаборатория. 1965. № 6. С. 739-740.
3. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 224 с.
4. Влияние соотношения твердостей материалов, среднего давления и параметров шероховатости на фактическую площадь контакта сопрягаемых поверхностей / М.М. Матлин, В.А. Казанкин, Е.Н. Казанкина, Е.В. Капиносова // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2021. № 6(253). С. 32-36.
5. Ермоленко И.Ю. Исследование фактической площади контакта тормозных колодок вагонов на испытательном стенде / И. Ю. Ермоленко, Н. П. Рычков // Наука и образование транспорта. 2018. № 1. С. 21-24.
6. Капиносова Е.В. Исследование фактической площади контакта при различных параметрах контактирующих поверхностей / Е. В. Капиносова // XXVI Региональная конференция молодых ученых и исследователей Волгоградской области: сборник материалов конференции, Волгоград, 16–28 ноября 2021 года. Волгоград: Волгоградский государственный технический университет, 2022. С. 50-52.
7. Матлин М.М. Расчет сближения и фактической площади контакта плоских шероховатых поверхностей при близких твердостях их материалов / М.М. Матлин, Е.Н. Казанкина, В.А. Казанкин // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2013. № 6(109). С. 82-84.

8. Демкин Н.Б. Контакт твёрдых тел при статическом нагружении и трении / Теория трения и износа [Текст]: [Сборник статей] // Акад. наук СССР. Науч. совет по трению и смазкам. Москва: Наука, 1965. С. 26-29.
9. Бреки А.Д. Триботехнические характеристики материалов пар трения и смазочных сред в условиях самопроизвольных изменений состояний фрикционного контакта: диссертация ... доктора технических наук: 05.02.04 / Бреки Александр Джалюльевич; [Место защиты: ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»]. Санкт-Петербург, 2021. 378 с.
10. Бреки А.Д. Триботехнические характеристики материалов пар трения и смазочных сред в условиях самопроизвольных изменений состояний фрикционного контакта: автореферат дис. ... доктора технических наук: 05.02.04 / Бреки Александр Джалюльевич; [Место защиты: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого]. - Санкт-Петербург, 2021. 43 с.

REFERENCES

1. Gryazev V.M. 2012, «Determination of the actual contact area of the surfaces of interacting parts», *News of the Tula State University, Technical Sciences*, No. 11-1. pp. 287-292.
2. Demkin N.B., Lankov A.A. 1965, «Determination of the actual area of contact between two bodies using carbon films», *Factory laboratory*, No. 6. pp. 739-740.
3. Demkin N.B., Ryzhov E.V. *Surface quality and contact of machine parts*. M.: Mashinostroenie, 1981. 224 p.
4. Matlin M.M., Kazankin V.A., Kazankina E.N., Kapinosova E.V. 2021, «Influence of the ratio of hardness of materials, average pressure and roughness parameters on the actual area of contact of mating surfaces», *Proceedings of the Volgograd State Technical University*. No. 6 (253). pp. 32-36.
5. Ermolenko I.Yu., Rychkov N.P. 2018, «Research of the actual area of contact of the brake pads of wagons on the test bench», *Science and education for transport*, No. 1. pp. 21-24.
6. Kapinosova E.V. 2022, «Study of the actual contact area for various parameters of contact surfaces», *XXVI Regional Conference of Young Scientists and Researchers of the Volgograd Region: Collection of Conference Proceedings*, Volgograd, November 16–28, 2021. Volgograd: Volgograd State Technical University, pp. 50-52.
7. Matlin M.M., Kazankina E.N., Kazankin V.A. 2013, «Calculation of convergence and actual contact area of flat rough surfaces with close hardness of their materials», *Proceedings of the Volgograd State Technical University*, No. 6 (109). pp. 82-84.
8. Demkin N.B. 1965, «Contact of solid bodies under static loading and friction», *Theory of friction and wear*, Acad. sciences of the USSR. Scientific advice on friction and lubrication, pp. 26-29.
9. Breki A.D. 2021, *Tribological characteristics of materials of friction pairs and lubricating media under conditions of spontaneous changes in the states of friction contact*: dissertation ... Doctor of Technical Sciences: 05.02.04 / Breki Alexander Dzhallulevich; [Place of defense: FGAOU VO «St. Petersburg Polytechnic University of Peter the Great»]. St. Petersburg. 378 p.

10. Breki A.D. 2021, *Tribotechnical characteristics of materials of friction pairs and lubricating media under conditions of spontaneous changes in the states of friction contact*: Abstract of the thesis. ... Doctor of Technical Sciences: 05.02.04 / Alexander Dzhalyulyevich Breki; [Place of defense: Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University]. St. Petersburg. 43 p.

Получено: 21.09.2022

Принято в печать: 22.12.2022