

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 23. Выпуск 3.

УДК 511.1

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-3-282-303

Из истории кафедры теории чисел: к 150-летию Московского педагогического государственного университета

Е. И. Деза, Н. М. Добровольский, Т. К. Иконникова, Л. В. Котова, Е. С. Крупицын,
И. Ю. Реброва, М. Е. Чанга, В. Г. Чирский

Деза Елена Ивановна — доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет (г. Москва).

e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Добровольский Николай Михайлович — доктор физико-математических наук, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Тостого (г. Тула).

e-mail: dobrovol@tsput.ru

Иконникова Татьяна Константиновна — кандидат физико-математических наук, Московский педагогический государственный университет (г. Москва).

e-mail: tk.ikonnikova@gmail.com

Котова Лидия Владимировна — кандидат педагогических наук, Московский педагогический государственный университет (г. Москва).

e-mail: kolv@inbox.ru

Крупицын Евгений Станиславович — кандидат физико-математических наук, Московский педагогический государственный университет (г. Москва).

e-mail: krupitsin@gmail.com

Реброва Ирина Юрьевна — кандидат физико-математических наук, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Тостого (г. Тула).

e-mail: i_rebrova@mail.ru

Чанга Марис Евгеньевич — кандидат физико-математических наук, доцент, Московский педагогический государственный университет (г. Москва).

e-mail: maris_changa@mail.ru

Чирский Владимир Григорьевич — доктор физико-математических наук, доцент, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: vgchirskii@yandex.ru

Аннотация

В статье дан краткий очерк истории кафедры теории чисел МПГУ от ее создания до настоящего времени. В связи со стапятидесятилетием МПГУ представлен короткий рассказ об основных вехах истории, ведущих специалистах, научной и учебно-методической деятельности одной из старейших кафедр Института математики и информатики (до 2018 года — математического факультета) Московского педагогического государственного университета (до 1990 года — Московского государственного педагогического института имени В.И. Ленина).

Ключевые слова: Московский педагогический государственный университет, кафедра теории чисел, аналитическая теория чисел, методика высшего педагогического образования.

Библиография: 45 названий.

Для цитирования:

Е. И. Де́за, Н. М. Добровольский, Т. К. Иконникова, Л. В. Котова, Е. С. Крупицын, И. Ю. Реброва, М. Е. Чанга, В. Г. Чирский. Из истории кафедры теории чисел: к 150-летию Московского педагогического государственного университета // Чебышевский сборник, 2022, т. 23, вып. 3, с. 282 – 303.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 23. No. 3.

UDC 511.1

DOI 10.22405/2226-8383-2022-23-3-282-303

From the history of the department of number theory: to the 150-th anniversary of Moscow State Pedagogical University

E. I. Deza, N. M. Dobrovolskii, T. K. Ikonnikova, L. V. Kotova, E. S. Krupitsyn, I. Ju. Rebrova, M. E. Changa, V.G. Chirskii

Deza Elena Ivanovna — doctor of pedagogical sciences, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Moscow State Pedagogical University (Moscow).

e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Dobrovolskii Nikolai Mikhailovich — doctor of physical and mathematical sciences, Tula State Lev Tostoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: dobrovol@tspu.ru

Ikonnokova Tatyana Konstantinovna — candidate of physical and mathematical sciences, Moscow State Pedagogical University (Moscow).

e-mail: tk.ikonnikova@gmail.com

Kotova Lidiya Vladomirovna — candidate of pedagogical sciences, Moscow State Pedagogical University (Moscow).

e-mail: kolv@inbox.ru

Krupitsyn Evgeny Stanislavovich — candidate of physical and mathematical sciences, Moscow State Pedagogical University (Moscow).

e-mail: krupitsin@gmail.com

Rebrova Irina Yurievna — candidate of physical and mathematical sciences, Tula State Lev Tostoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: i_rebrova@mail.ru

Changa Maris Evgenievich — candidate of physical and mathematical sciences, Moscow State Pedagogical University (Moscow).

e-mail: maris_changa@yahoo.com

Chirskii Vladimir Grigorievich — doctor of physical and mathematical sciences, associate professor, Lomonosov Moscow State University (Moscow).

e-mail: vgchirskii@yandex.ru

Abstract

The article gives a brief outline of the history of the department of Number Theory of MSPU from its creation to the present. In connection with the 150-th anniversary of Moscow State Pedagogical University, a short overview about the main milestones in history, leading specialists, scientific and educational activities of one of the oldest departments of the Institute of Mathematics and Informatics (until 2018 — the Faculty of Mathematics) of Moscow State Pedagogical University (until 1990 — Moscow State Pedagogical Institute named after V.I. Lenin) is presented.

Keywords: Moscow State Pedagogical University, Department of Number Theory, Analytic Number Theory, Methodology of Higher Pedagogical Education.

Bibliography: 45 titles.

For citation:

E. I. Deza, N. M. Dobrovolskii, T. K. Ikonnikova, L. V. Kotova, E. S. Krupitsyn, I. Ju. Rebrova, M. E. Changa, V. G. Chirskii 2022, “From the history of the department of number theory: to the 150-th anniversary of Moscow State Pedagogical University”, *Chebyshevskii sbornik*, vol. 23, no. 3, pp. 282 – 303.

1. Введение

Кафедра теории чисел Института математики и информатики (ИМИ) Московского педагогического государственного университета является подразделением МПГУ, непосредственно включенным в решение ряда важнейших задач. Кафедра занимается:

- подготовкой в области арифметики, теории чисел, защиты информации учителей математики для основного общего и среднего общего образования, а также кадров высшей квалификации по направлениям деятельности, связанной с математикой (теория чисел, защита информации, дискретная математика) и методикой ее преподавания (арифметика, теория чисел, защита информации, дискретная математика);
- подготовкой в области арифметики, теории чисел, защиты информации учителей информатики для основного общего и среднего общего образования;
- подготовкой в области арифметики, теории чисел, защиты информации учителей экономики для общеобразовательных организаций;
- подготовкой в области защиты информации бакалавров прикладной информатики, нацеленных на работу в образовательных организациях в качестве системных администраторов, инженеров, заместителей директоров по информатизации;
- популяризацией математического образования и пр.

Деятельность кафедры теории чисел Института математики и информатики опирается на исторические традиции, сложившиеся на кафедре, на математическом факультете (ИМИ), в МПГУ, и ориентируется на современные векторы развития системы отечественного образования.

2. Основные этапы развития кафедры

Начало

Кафедра теории чисел МПГУ ведет свое начало от двух кафедр: кафедры алгебры и теории чисел Московского государственного педагогического института им. В.И. Ленина и кафедры высшей алгебры и элементарной математики Московского городского педагогического института им. В.П. Потемкина.

Кафедру алгебры и теории чисел МПГУ им. В.И. Ленина возглавлял профессор Александр Адольфович Бухштаб. На кафедре работали преподаватели Дицман А.П., Рубцов Н.Ф., Смирнова Г.Н., Шестопал Г.А. и др.

Кафедрой высшей алгебры и элементарной математики МПГУ им. В.П. Потемкина руководил доцент (а затем профессор) Василий Ильич Нечаев, сменивший на этом посту по

рекомендации академика И.М. Виноградова в 1949 году своего учителя профессора Гребенчу М.К. На кафедре работали преподаватели Алексахин С.П., Гаркави Е.Г., Лемлейн В.Г., Полякова Т.Н. и др.

Становление

В 1960 году произошло объединение упомянутых вузов, объединенная кафедра стала называться кафедрой алгебры и теории чисел, возглавил ее профессор Бухштаб А.А., крупный ученый, труды которого в области развития и совершенствования методов решета и их применения к решению некоторых классических задач теории чисел хорошо известны не только отечественным, но и зарубежным специалистам.

В 1962 году на кафедру пришел профессор Леонид Яковлевич Куликов, и вскоре под его руководством выделилась кафедра алгебры, а оставшаяся часть кафедры алгебры и теории чисел стала называться кафедрой теории чисел и вычислительной математики.

В 1970 году по инициативе профессора Бухштаба А.А., обратившегося с письмом в главную газету страны «Правду», математическому факультету была выделена ЭВМ «Минск» и создана кафедра вычислительной математики и программирования. Руководить новой кафедрой был приглашен профессор Владимир Вениаминович Щенников. Костяк этой новой кафедры составили преподаватели кафедры теории чисел и вычислительной математики Ашкенузи В.Г., Кронрод Л.А., Смирнова Г.Н., Шахов Ю.Н., Шестопад Г.А. и др.

Таким образом, из кафедры алгебры и теории чисел выделилась сначала кафедра алгебры, а затем кафедра вычислительной математики и программирования. С этого времени кафедра, руководимая профессором Бухштабом А.А., называется кафедрой теории чисел.



Рис. 1: Бухштаб А.А.

1976 – 1999 годы

С 1978 года Александр Адольфович Бухштаб перешел на должность профессора-консультанта, а заведующим кафедрой теории чисел стал профессор Василий Ильич Нечаев, который известен своими результатами не только в фундаментальной (аналитическая теория чисел), но и в прикладной (основы защиты информации) математике. За работы в области прикладной математики он был награжден орденом «Знак почета». Одновременно Василий Ильич являлся научным сотрудником Математического института им. В.А. Стеклова.

В эти годы ведущими преподавателями кафедры были Алевтина Васильевна Жмулева, Лидия Леонидовна Степанова, Елена Борисовна Гладкова, Владимир Леонидович Топунов. В конце восьмидесятых годов на кафедре стал работать Дмитрий Алексеевич Митькин, ее состав дополнили выпускницы матфака Лариса Владимировна Киселева и Елена Ивановна Пантелеева (Деза), ученицы Василия Ильича Нечаева.

В девяностые годы в преподавательский состав кафедры влились Юлия Николаевна Баулина, Татьяна Константиновна Иконникова и Андрей Леонидович Юрченко, ученики Лидии Леонидовны Степановой, Котова Лидия Владимировна, ученица Дмитрия Алексеевича Митькина.

В эти годы кафедра активно сотрудничала с известными учеными математиками, специалистами в области теории чисел. Среди них профессора МГУ Андрей Борисович Шидловский и Николай Михайлович Коробов, научные сотрудники математического института

им. В.А. Стеклова доктора наук Сергей Михайлович Воронин и Александр Иванович Павлов и другие.



Рис. 2: Нечаев В.И.

Андрей Борисович Шидловский начал работать в МГПИ еще обучаясь в аспирантуре МГУ, и продолжил работать по совместительству уже будучи преподавателем, а потом и заведующим кафедрой теории чисел МГУ. Доктор физико-математических наук, профессор, всемирно известный математик, Андрей Борисович читал на матфаке МГПИ лекции по теории чисел и вел спецкурсы для слушателей ФПК.

В течение нескольких лет на кафедре работал профессор МГУ доктор физико-математических наук Николай Михайлович Коробов. Он читал лекции по теории чисел и вел спецкурс «Метод тригонометрических сумм» для слушателей ФПК. Николай Михайлович руководил аспирантами кафедры, его ученицей была Елена Борисовна Гладкова.

Сергей Михайлович Воронин, доктор физико-математических наук, сотрудник института им. В.А. Стеклова, читал оригинальные курсы по теории чисел и истории математики, руководил аспирантами. Особенно интересными были лекции по истории математики, в которых он поражал слушателей своими энциклопедическими знаниями и широкой эрудицией в самых разных областях естественных и гуманитарных наук.

Александр Иванович Павлов осуществлял руководство аспирантами, под его руководством занимался исследованиями в области аналитической теории чисел Андрей Леонидович Юрченко, защитила кандидатскую диссертацию Татьяна Константиновна Иконникова. Несколько лет Александр Иванович являлся председателем ГЭК по защитах выпускных квалификационных работ бакалавров.



Рис. 3: Сотрудники кафедры

1999 – 2006 годы

С 1999 года и до последних дней жизни кафедрой теории чисел руководил профессор, доктор физико-математических наук Дмитрий Алексеевич Митькин, талантливый математик, специалист в области аддитивной теории чисел, внесший большой вклад в полное решение проблемы Варинга в ее классической постановке.

В эти годы ассистентом кафедры стала работать Светлана Викторовна Орлова, аспирантка Дмитрия Алексеевича. Следуя традициям, Дмитрий Алексеевич пригласил на кафедру читать курс истории математики известного специалиста в этой области Надежду Вячеславовну Александрову.

Несколько лет на кафедре вел занятия со студентами по дискретной математике выпускник матфака, ученик Дмитрия Алексеевича Митькина и Елены Ивановны Деза Дмитрий Лазаревич Модель.



Рис. 4: Митькин Д.А.

2007 – 2020 годы

С 2007 по 2020 год кафедру теории чисел возглавлял профессор, доктор физико-математических наук Владимир Григорьевич Чирский, профессор мехмата МГУ, специалист по теории трансцендентных чисел в p -адических полях.



Рис. 5: Чирский В.Г.

Владимир Григорьевич уделял огромное внимание подготовке смены кадрового состава кафедры из выпускников факультета. Его аспиранты Оксана Юрьевна Баженова и Евгений Станиславович Крупицын, выпускники факультета, подготовили кандидатские диссертации.

Следуя традициям кафедры, Владимир Григорьевич привлекал к работе на кафедре ведущих специалистов из других образовательных и научных организаций. На кафедре несколько лет преподавал Алексей Юрьевич Нестеренко, специалист в области теории защиты информации. Он работал в основном с магистрантами.

По приглашению Владимира Григорьевича на кафедре работает выходец из математического института им. В.А. Стеклова Марис Евгеньевич Чанга, он читает специальные курсы для студентов и магистрантов матфака.

Настоящее время

С 2021 года обязанности заведующего кафедрой исполняет Елена Ивановна Деза, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, выпускница математического факультета МПГИ имени В.И. Ленина 1983 года.

На кафедре работают пять преподавателей.

Иконникова Татьяна Константиновна, выпускница математического факультета МПГУ, ученица Лидии Леонидовны Степановой, подготовившая и защитившая кандидатскую диссертацию «Проблема делителей Ингама на множестве чисел без k -х степеней» по аналитической теории чисел под руководством Павлова А.И.

Котова Лидия Владимировна, выпускница математического факультета МПГУ, ученица ученица Лидии Леонидовны Степановой и Дмитрия Алексеевича Митькина, защитившая в 2018 году кандидатскую диссертацию «Профессиональная направленность математической подготовки учителя информатики при обучении методам и средствам защиты информации» по дидактике высшей школы под руководством Деза Е.И.

Крупицын Евгений Станиславович, ученик Владимира Григорьевича Чирского, защитивший в 2020 году под его руководством кандидатскую диссертацию «Арифметические свойства рядов некоторых классов» по аналитической теории чисел в Совете МГУ.

Чанга Марис Евгеньевич, кандидат физико-математических наук, в прошлом сотрудник института им. В.А. Стеклова, в 2021 году получивший в МПГУ звание доцента.

Профессорско-преподавательский состав кафедры теории чисел сформирован из высококвалифицированных преподавателей, среди которых один доктор наук, четыре кандидата наук, два человека имеют ученое звание доцента. Все преподаватели имеют ученые степени. Четверо из пяти сотрудников являются выпускниками математического факультета МПГУ и связаны с кафедрой теории чисел еще со студенческих лет, пройдя долгий путь профессионального становления от студента, выполняющего свою выпускную квалификационную работу на кафедре теории чисел, до аспиранта, ассистента, старшего преподавателя, доцента, профессора. Все преподаватели – люди неслучайные, творческие, бережно сохраняющие и приумножающие традиции кафедры.



Рис. 6: Деза Е.И.

3. Научная деятельность кафедры

На кафедре сложилась и успешно работает научная школа по аналитической теории чисел, деятельность которой соответствует приоритетным и актуальным направлениям развития отечественного образования в области подготовки кадров высшей квалификации. Научная деятельность кафедры опирается на традиции, заложенные А.А. Бухштабом (развитие и совершенствование методов решета и их применение к решению классических задач теории чисел) и В.И. Нечаевым (оценки в проблеме Варинга для специальных целозначных многочленов, правильные по порядку оценки полных рациональных тригонометрических сумм, теория линейных рекуррентных последовательностей над конечными полями), впоследствии продолженные благодаря Д.А. Митькину, А.Б. Шидловскому, С.М. Воронину, Н.М. Коробову, А.И. Павлову, В.Г. Чирскому, Н.М. Добровольскому и др.

Аспирантурой кафедры подготовлено большое число специалистов высокого класса, эта работа ведется и в настоящее время.

Кафедра теории чисел всегда тесно сотрудничала и сотрудничает в научной области с кафедрой теории чисел МГУ, Тульским государственным педагогическим университетом и другими вузами России.

На кафедре теории чисел разрабатываются и перспективные направления психолого-педагогических исследований, работает научно-методическое объединение, тематика деятельности которого отражает актуальные проблемы развития отечественного образования, цифровизации образования, фундаментального образования по математике и информатике, вопросов прикладной математики.

В рамках научных школ и направлений ведется публикационная деятельность; преподаватели транслируют результаты своих исследований, в том числе и в изданиях, индексируемых

в российских и в международных базах цитирования.

Труды А.А. Бухштаба

Все научные работы А.А. Бухштаба посвящены теории чисел, подавляющая их часть — развитию и совершенствованию методов решета и их применениям к классическим проблемам теории чисел: проблеме Гольдбаха, проблеме близнецов и проблеме представления простых чисел значениями многочлена с целыми коэффициентами.

- А.А. Бухштабу принадлежат важные результаты в изучении поведения известной теоретико-числовой функции $\Phi(x, y) = |\{n \leq x; (n, p) = 1, \forall p < y\}|$. Функция $\Phi(x, y)$ имеет много различных приложений; ее исследование было продолжено многими авторами.
- Современные методы решета в теории чисел были развиты в работах В. Бруна и А. Сельберга. В. Бруну принадлежат первые результаты, относящиеся к проблеме Гольдбаха. Утверждение, что всякое большое четное число представимо в виде $2N = p_a + p_b$, где p_a имеет не более a простых делителей, а p_b — не более b простых делителей (считая кратности), будем записывать в виде (a, b) . В. Брун доказал, что имеет место результат $(9, 9)$. В своей докторской диссертации А.А. Бухштаб получил результат $(4, 4)$.
- Для проблемы близнецов (рассмотрим утверждение “бесконечно часто $p_d + 2 = p_c$ ”) А.А. Бухштаб получил результат $(1, 3)$. Чень Джин-рунь, используя решето с весами, доказал наилучший известный сегодня результат $(1, 2)$. При этом $(1, 1)$ — решение проблемы Гольдбаха — пока не удается получить даже в предположении справедливости расширенной гипотезы Римана.

А.А. Бухштабом получены важные результаты и в усовершенствовании методов решета. Его основной вклад в методы решета состоит в том, что на основе *тождества Бухштаба*, которое в стандартных обозначениях метода решета имеет вид

$$S(A; P; z) = S(A; P, z_1) - \sum_{z_1 \leq p < z, p \in P} S(A_p; P, p),$$

А.А. Бухштаб разработал прием, позволяющий, исходя из известных оценок для S сверху и снизу, построить итерационный процесс, дающий для S более тесные границы. Кроме того, А.А. Бухштаб предложил вариант решета с кусочно постоянными весами. Оптимальный выбор весов сводится к задаче линейного программирования. [1]

Труды В.И. Нечаева

В.И. Нечаеву принадлежат важные результаты в области аналитической теории чисел:

- новые верхние и нижние оценки в проблеме Варинга для специальных целозначных многочленов $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$;
- правильные по порядку оценки сверху полных рациональных тригонометрических сумм, улучшающие оценки Хуа Локена;
- оценки полных тригонометрических сумм и сумм с характеристиками с рекуррентными функциями.

В.И. Нечаев получил также ряд значительных результатов в теории линейно-рекуррентных последовательностей над конечными полями. Его идеи оказали существенное влияние на развитие этой ветви прикладной математики. Научные труды В.И. Нечаева хорошо известны как в нашей стране, так и за рубежом. За работу в области прикладной математики он награжден орденом “Знак Почета”. [21]–[32]

Труды Д.А. Митькина

Еще будучи студентом, Д.А. Митькин получил свои первые научные результаты, относящиеся к вопросу оценки полных рациональных тригонометрических сумм с простым знаменателем.

В 1972 г. он закончил механико-математический факультет МГУ и поступил в аспирантуру на кафедру теории чисел, работая под руководством профессора Н.М. Коробова. Научные исследования Д.А. Митькина этого периода были направлены на развитие элементарного метода доказательства классического результата А. Вейля об оценках сумм символов Лежандра и рациональных тригонометрических сумм от многочленов с простым знаменателем. Ему удалось получить доказательство теорем А. Вейля для случая многочленов четной степени и даже усилить их.

В 1985 – 1988 гг. Д.А. Митькин сделал ряд выдающихся научных открытий, среди которых следует выделить полное решение проблемы Варинга в ее классической постановке – представление больших натуральных чисел в виде суммы ограниченного количества слагаемых, являющихся значениями целозначного алгебраического многочлена. Д.А. Митькин доказал, что функция Харди $G(n)$ в этой проблеме задается соотношениями $G(n) = 2^n - 1$, если n – нечетное, $G(n) = 2^n$, если n – четное, где n – степень многочлена.

Данный результат подвел итог исследований в этом направлении многих математиков, среди которых можно назвать Д. Гильберта, Г. Харди, Дж. Литтлвуда, Хуа Логена, В.И. Нечаева, Чена Джинруна. Следует отметить, что подобные точные результаты в теории чисел встречаются чрезвычайно редко. Вместе с другими замечательными исследованиями, относящимися к проблеме Гильберта-Камке, этот результат составил основу докторской диссертации Д.А. Митькина, защищенной в 1988 г. [13]–[20]

Труды В.Г. Чирского

В конце 80-х годов В.Г. Чирский ввёл в рассмотрение класс F -рядов и распространил на него метод Зигеля-Шидловского, применявшийся ранее для E - и G -функций Зигеля, исследовав вопрос о глобальных соотношениях для таких рядов. Это положило начало разработке теории трансцендентных чисел в полиадической области (кольцо полиадических чисел представляет собой прямое произведение колец целых p -адических чисел). В.Г. Чирским получены общие теоремы о бесконечной линейной и алгебраической независимости значений рядов этого класса. Эти общие теоремы были применены к широкому классу обобщённых гипергеометрических рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha_1)_n \dots (\alpha_r)_n}{(\beta_1)_n \dots (\beta_s)_n} z^n$$

при $r > s$. (Такие ряды (отличные от многочленов) имеют нулевой радиус сходимости в поле комплексных чисел, но имеют радиус сходимости больший 1 в любом поле p -адических чисел). Например, им была доказана бесконечная трансцендентность значений ряда Эйлера $\sum_{n=0}^{\infty} n! z^n$ (значения которого в целых точках представляют собой так называемые полиадические числа). Важными результатами, впервые полученными в работах В.Г. Чирского, являются теоремы об арифметических свойствах значений обобщенных гипергеометрических

рядов, среди параметров которых присутствуют трансцендентные числа (до этого рассматривались лишь ряды с рациональными либо с алгебраическими иррациональными параметрами). В.Г. Чирским и его учениками и коллегами получены результаты, имеющие значение для прикладных задач. [34]–[45]

Труды Е.И. Деза

Е.И. Деза, ученица Л.Л. Степановой и В.И. Нечаева, занималась вопросами многомерной проблемы делителей Дирихле и ее аналогов в числовых полях, в целом, проблемой средних значений арифметических функций, родственной функции делителей.

С 1995 года она под руководством известного французского математика М.М. Деза начала исследования в области обобщенных метрических пространств. В 2006 году вышел в свет Энциклопедический словарь расстояний, чуть позже переросший в Энциклопедию расстояний, претерпевшую до 2016 года 4 издания.

С начала 90-х годов по настоящее время внимание Е.И. Деза привлекают специальные числа натурального ряда. В этой области вышло несколько монографий, в том числе “Figurate numbers” (2012), “Mersenne numbers and Fermat numbers” (2021), “Perfect and amicable numbers” (2022). [3]–[12]

Аспиранты кафедры

Аспирантурой кафедры подготовлено большое число специалистов высокого класса. Воспитанники кафедры работают ректорами, проректорами, заведующими кафедрами педагогических университетов во многих городах России от Благовещенска до Мурманска и ближнего и дальнего зарубежья.

Среди учеников А.А. Бухштаба отметим двух известных математиков, Григория Фреймана и Илью Пятецкого-Шапиро.

Василий Ильич Нечаев руководил аспирантами по трем различным направлениям. У него было много учеников по прикладным вопросам теории чисел, для широкого круга ученых хорошо известны результаты его учеников по аналитической теории чисел и по методике преподавания математики.

Многие годы основу кафедры теории чисел составляли выпускники математического факультета МПГУ: Баулина Ю.Н., Гладкова Е.Б., Деза (Пантелеева) Е.И., Жмулева А.В., Иконникова Т.К., Киселева Л.В., Котова Л.В., Топунов В.Л., Степанова Л.Л., Юрченко А.Л. Многие из них защитили кандидатские диссертации по руководством В.И. Нечаева:

- Жмулева Алевтина Васильевна, “Теория делимости целых чисел. Факультативный курс”;
- Киселева Лариса Владимировна, “О количестве нулей дзета-функции Римана на коротких промежутках критической прямой”;
- Пантелеева (Деза) Елена Ивановна, “О проблеме делителей Дирихле и ее аналогах в числовых полях”;
- Неискашова Елена Валентиновна, “Профессиональная направленность обучения студентов педагогических вузов в процессе углубленного изучения понятия числа”;
- Баулина Юлия Николаевна, “Формулы для числа решений уравнений марковского типа в конечных полях” и др.

Работа по развитию научных идей В.И. Нечаева продолжается. Алевтина Васильевна Жмулева стала его первой защищенной аспиранткой, а разработанный ею факультативный курс “Теория делимости” и сейчас активно востребован в педагогической практике.

В декабре 2012 года Елена Ивановна Деза защитила в МПГУ диссертацию на соискание степени доктора педагогических наук по теме “Индивидуальные траектории фундаментальной подготовки учителя математики в условиях вариативного образования”. Работа была основана на исследовании теоретико-числовой и дискретной содержательных линий подготовки будущего учителя математики и опиралась на многолетний опыт работы автора на кафедре теории чисел.

В 2018 году, продолжая дело Василия Ильича по освещению и популяризации современных математических достижений в области криптографии, защитила кандидатскую диссертацию “Профессиональная направленность математической подготовки учителей информатики при обучении методам и средствам защиты информации” Лидия Владимировна Котова.

Под руководством А.И. Павлова защитила диссертацию Татьяна Константиновна Иконникова.

Дмитрий Алексеевич Митькин руководил подготовкой и защитой более 10 диссертаций. Своих последних аспирантов, Андрееву Т.Ю. и Орлову С.В., он довел до защиты кандидатских диссертаций, будучи уже тяжело больным и прикованным к постели.

Под руководством В.Г. Чирского в 2020 году защитил кандидатскую диссертацию Евгений Станиславович Крупицын.

Кафедра теории чисел послужила трамплином к плодотворной научной, преподавательской, административной деятельности для многих выпускников матфака МГПИ-МПГУ. Так, Д.Л. Модель, выпускник матфака 2001 года, ученик Е.И. Деза, является сегодня директором образовательного комплекса, ведет активную исследовательскую работу в области дидактики высшего и общего образования. Ученица В.И. Нечаева, выпускница матфака 1991 года Е.В. Неискашова сегодня — заведующая кафедрой высшей математики Российского государственного аграрного университета — МСХА имени К.А. Тимирязева, кандидат педагогических наук, почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации. А.Л. Чекин, выпускник матфака 1979 года, ученик А.А. Бухштаба, кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, возглавляет в настоящее время кафедру математики и информатики в начальной школе Института детства МПГУ.

Сотрудничество с Тульской школой теории чисел

Многие годы кафедра сотрудничает с Тульским государственным педагогическим университетом в лице доктора физико-математических наук профессора Николая Михайловича Добровольского. Он руководил аспирантами кафедры, являлся членом совета математического факультета по защите кандидатских диссертаций, неоднократно входил в состав итоговых аттестационных комиссий.

Определенные научные связи кафедры с Тульской школой теории чисел установились более 50 лет тому назад, когда В.Д. Подсыпанин и М.Н. Добровольский выступали с докладами по результатам своих исследований по полиномам Туэ и матричным разложениям алгебраических иррациональностей на научно-исследовательском семинаре кафедры теории чисел МГУ под руководством член-корреспондента АН СССР А.О. Гельфонда в 1965 году.

Развитие этих связей было продолжено в 1986 году, когда Василий Ильич Нечаев взял на кафедру соискателем В.С. Ванькову, преподавателя Тульского государственного педагогического института им. Л.Н. Толстого. Со стороны МПГУ сотрудничество осуществлялось профессорами В.И. Нечаевым, Д.А. Митькиным, С.М. Ворониным, В.Г. Чирским, А.В. Жмулевой. Ряд представителей тульской школы теории чисел учились в аспирантуре при кафедре теории чисел МПГУ и защищали диссертации в Совете, долгое время возглавляемым Дмитрием Алексеевичем Митькиным. Благодаря этому сотрудничеству были подготовлены кандидатские диссертации по теории чисел:

- В.С. Ванькова “Многомерные теоретико-числовые сетки” (МПГУ, 1992 г., рук. В.И. Нечаев);
- А.Л. Рощеня “Аналитическое продолжение гиперболической дзета-функции решеток” (МПГУ, 1998 г., рук. В.И. Нечаев);
- И.Ю. Реброва “Пространство решеток и функции на нем” (МПГУ, 2000 г., рук. В.И. Нечаев, Н.М. Добровольский);
- О.В. Родионова “Обобщенные параллелепипедальные сетки и их приложения” (МПГУ, 2000 г., рук. Д.А. Митькин, Н.М. Добровольский);
- Г.Т. Вронская “Квадратичное отклонение плоских сеток” (МПГУ, 2005 г., рук. Н.М. Добровольский);
- Л.П. Добровольская “Алгоритмы вычисления оптимальных коэффициентов” (МПГУ, 2009 г., рук. В.Н. Чубариков);
- А.С. Герцог “Чисто-вещественные биквадратичные алгебраические поля и их приложения” (МПГУ, 2012 г., рук. Н.М. Добровольский);
- Е.Д. Ребров “Некоторые теоретико-числовые методы приближенных вычислений” (МГУ, 2013 г., рук. Н.М. Добровольский).

Сотрудничество между кафедрой теории чисел МПГУ и кафедрой алгебры, математического анализа и геометрии ТГПУ им. Л.Н. Толстого по подготовке аспирантов успешно продолжается и сейчас.

Другое важное направление научного сотрудничества связано с организацией и проведением научных конференций сначала по теории чисел, а потом по алгебре и теории чисел. Василий Ильич Нечаев и Дмитрий Алексеевич Митькин стояли у истоков создания традиционной Международной научной конференции “Современные проблемы теории чисел и приложений”, первая из которых прошла в 1993 году, активно участвовали в организации и проведении последующих Международных конференций. Преподаватели кафедры теории чисел являются активными участниками этих конференций и сегодня, когда ТГПУ готовится принять участников уже XXI конференции.

4. Учебно-методическая деятельность кафедры

Кафедрой теории чисел Института математики и информатики проводится предметная подготовка в области арифметики, теории чисел, защиты информации профессиональных кадров для работы в образовательных учреждениях разного уровня и типа, от основной школы до вуза.

Неоценим вклад в дело подготовки учителей математики А.А. Бухштаба. Он принимал активное участие в написании и составлении программ и учебных планов для пединститутов. Он – автор широко известного учебника «Теория чисел», которым пользуются многие поколения студентов. [2]

В.И. Нечаев был одним из крупнейших специалистов по вопросам высшего педагогического образования, автором учебных программ по алгебре, теории чисел, числовым системам, элементарной математике, прикладным вопросам теории чисел; автором нескольких учебников, многочисленных статей в Математической энциклопедии, Детской и Школьной математических энциклопедиях. За многолетнюю работу по совершенствованию дидактики высшей школы, существенный вклад в дело подготовки отечественных педагогических кадров он был награжден знаком “Отличник народного просвещения”.

В.И. Нечаев стоял у истоков внедрения в образовательный процесс высшей и общеобразовательной школы компьютерных технологий. Он был создателем первой программы для ЭВМ, позволяющей проверить вычислительные навыки школьников. Эта работа была отмечена Золотой медалью ВДНХ.

Разработанный В.И. Нечаевым курс "Числовые системы" и написанный на его основе учебник для студентов педагогических вузов давно стал классикой предметной подготовки учителей математики и информатики. [29]

Курсы «Теория чисел» и «Числовые системы» входят сегодня в образовательные программы всех педвузов РФ, а по учебникам А.А. Бухштаба «Теория чисел», В.И. Нечаева «Числовые системы» занимаются студенты большинства педагогических университетов России и некоторых зарубежных вузов.

Программы по элементарной математике (арифметика и комбинаторика), разработанные на кафедре теории чисел под руководством В.И. Нечаева, послужили основой для создания нескольких учебных пособий указанной тематики, в том числе пособия В.Л. Топунова "Комбинаторика", пособия Л.Л. Степановой и А.В. Жмулевой "Арифметика: практикум по решению задач". В 2008 году последнее пособие было переиздано при активном участии Московского центра непрерывного математического образования и до сих пор активно используется в образовательной практике. Пользуется постоянным спросом и вызывает непреходящий интерес у студентов пособие Л.Л. Степановой "Дополнительные главы теории чисел".

В.И. Нечаев был инициатором введения в образовательные программы математических факультетов педагогических вузов дисциплины "Основы дискретной математики", автором первой программы по дискретной математике для педагогических вузов. Указанный курс давно и прочно занял важное место в учебных планах, в 2010 году на его основе было создано учебное пособие Е.И. Деза и Д.Л. Моделя "Основы дискретной математики".

В.И. Нечаев много лет работал в области прикладной математики. Будучи ведущим отечественным специалистом в вопросах защиты информации, он внес большой вклад не только в развитие, но и в популяризацию новой науки, создав первое в своем роде пособие по криптографии для студентов педагогических вузов, осветив в нем исторические аспекты и математические основы последних достижений. Он был одним из инициаторов включения дисциплины "Криптография. Основы защиты информации" в учебную программу математического факультета МПГУ. Цикл лекций, прочитанный им по прикладным вопросам теории чисел — элементам криптографии — лег в основу пособия "Элементы криптографии (Основы теории защиты информации)". Будучи тяжело болен, он до последних дней жизни продолжал работать над этой книгой. [33]

В течение последних двадцати лет работа по внедрению элементов криптографии в образовательный процесс значительно продвинулась. Сегодня соответствующие курсы читаются практически на всех направлениях подготовки, реализуемых Институтом математики и информатики МПГУ. В 2018 году вышло учебное пособие Е.И. Деза и Л.В. Котовой "Теоретико-числовые основы защиты информации", основанное на идеях В.И. Нечаева. Оно опирается на теперь уже многолетний опыт практической работы преподавателей кафедры в этой области, работы, начало которой было положено В.И. Нечаевым.

Дмитрий Алексеевич Митькин уделял большое внимание математическому образованию школьников, причем не только нашей страны: с 1991 года входил в состав предметной методической комиссии Всероссийских математических олимпиад, публиковал статьи для учителей в журнале «Математика в школе», готовил команду школьников Турции к международным математическим олимпиадам.

Владимир Григорьевич Чирский многие годы был старшим экзаменатором на вступительных экзаменах по математике на различных факультетах МГУ. Опыт этих экзаменов нашел отражение в шести пособиях по элементарной математике.

Список наиболее значимых учебных изданий, подготовленных преподавателями кафедры,

представлен ниже.

- Бухштаб А.А. «Теория чисел» (1966 г.).
- Нечаев В.И. «Числовые системы» (1975 г.), «Элементы криптографии: основы теории защиты информации» (1999 г.).
- Жмулева А.В. «Теория делимости целых чисел» (1980 г.), «Арифметика. Практикум по решению задач» (в соавторстве с Л.Л. Степановой, 1986 г.), «Практикум по элементарной математике: арифметика» (в соавторстве с Л.Л. Степановой и Е.И. Деза, 2008 г.), «Сборник задач по теории чисел» (2009 г.).
- Чирский В.Г. «Уравнения элементарной математики» (1999 г.), «Задачи с параметрами и другие сложные задачи» (2007 г.).
- Степанова Л.Л. «Арифметика. Практикум по решению задач» (в соавторстве с А.В. Жмулевой, 1986 г.), «Дополнительные главы теории чисел» (2001 г.), «Практикум по элементарной математике: арифметика» (в соавторстве с А.В. Жмулевой и Е.И. Деза, 2008 г.).
- Топунов В.Л. «Комбинаторика» (2016 г.).
- Деза Е.И., Котова Л.В. «Сборник задач по теории чисел» (2012 г.), «Теоретико-числовые основы защиты информации» (2018 г.).
- Деза Е.И. «Figurate numbers» (2012 г.), «Mersenne numbers and Fermat numbers» (2021 г.).
- Крупицын Е.С., Нестеренко А.Ю. «Теоретико-числовые методы в криптографии» (2011 г.).

Сегодня преподаватели кафедры читают лекции и ведут практические занятия по дисциплинам «Теория чисел», «Числовые системы», «Прикладные вопросы математики», «История математики», «Информационная безопасность», «Основы защиты информации» и др. Вниманию студентов предлагается ряд специальных курсов и факультативов по аналитической и алгебраической теории чисел, прикладным вопросам теории чисел, специальным числам натурального ряда, элементарной математике и др.

Ведется активная работа по модернизации учебных планов и программ. Осенью 2021 года кафедра принимала активное участие в разработке предметно-методического модуля программы «Ядро педагогического образования» в части выделения основных структурных составляющих и содержательного наполнения дисциплин «Теория чисел», «Числовые системы», а также блока «Арифметика» дисциплины «Элементарная математика».

Кафедра теории чисел ведет активную работу по поддержке учебно-исследовательской деятельности студентов. Преподаватели кафедры осуществляют руководство курсовыми работами, ВКР бакалавра, магистерскими диссертациями по математике, информатике, методике преподавания математики и информатики. Основными направлениями исследований являются избранные вопросы аналитической теории чисел, алгебраической теории чисел, прикладных вопросов теории чисел, дискретной математики, теории специальных чисел натурального ряда, теории обобщенных метрических пространств; для работ по методике преподавания математики – дополнительно избранные вопросы арифметики. Результаты научно-методических, учебно-методических исследований, методических разработок преподавателей внедряются в учебный процесс, включаются в учебники и учебно-методические пособия.

Сотрудники кафедры принимали и принимают активное участие в работе Ученого Совета университета и Института математики и информатики, Диссертационных советов, редколлегий математических и научно-методических журналов.

5. Мы помним

Александр Адольфович Бухштаб

Александр Адольфович Бухштаб родился 4 октября 1905 г. в г. Ставрополе в семье врача Адольфа Александровича Бухштаба. В 1921 г. он поступил в Ростовский политехнический институт, а в 1922 г. перевелся на физико-математический факультет Ростовского университета. В 1924 г. он был переведен на механико-математический факультет Московского университета, который закончил в 1928 г. После окончания МГУ он работал ассистентом в Московском Высшем Техническом училище, а в 1930–32 гг. обучался в аспирантуре механико-математического факультета МГУ под руководством А.Я. Хинчина. По окончании аспирантуры он работал доцентом МВТУ. С 1930 г. по 1939 г. работал в Азербайджанском университете сначала заведующим кафедры алгебры и теории функций, а с 1935 г. — деканом физико-математического факультета АзГУ. В 1939 г. после защиты в МГУ кандидатской диссертации А.А. Бухштаб был утвержден в ученой степени кандидата физико-математических наук и ученом звании профессора. В том же году он поступил в докторантуру Математического института им. В.А. Стеклова АН СССР и стал профессором кафедры алгебры Московского государственного педагогического института им. В.И. Ленина.

В 1941 г. А.А. Бухштаб эвакуировался в Баку и работал профессором АзГУ, а затем в Высшем военно-морском инженерном училище им. Ф.Э. Дзержинского. В 1943 г. он возвратился в Москву и продолжил работу в докторантуре МИАН. В 1944 г. А.А. Бухштаб защитил докторскую диссертацию на тему «Новые исследования по методу эратосфенова решета» и возобновил работу в качестве профессора МГПИ, где работал до конца своей жизни.

Василий Ильич Нечаев

Василий Ильич Нечаев родился 11 января 1920 года в Москве. В 1937 году он поступил на физико-математический факультет Московского городского педагогического института имени В.П. Потемкина и окончил его с отличием в июне 1941 года.

15 октября 1941 года, в труднейшие дни исторической битвы за Москву, В.И. Нечаев добровольцем ушел в Красную Армию. Прошел с боями всю войну, закончив ее младшим лейтенантом. За боевые заслуги был награжден орденами Красного Знамени и Отечественной войны II степени, многочисленными медалями.

Демобилизовавшись из армии, он возвращается в Московский городской педагогический институт имени В.П. Потемкина и учится в аспирантуре под руководством профессора Михаила Кузьмича Гребенчи (1897 – 1948 г.г.). В 1948 году защищает кандидатскую диссертацию. По окончании аспирантуры в 1949 году по рекомендации академика Ивана Матвеевича Виноградова становится заведующим кафедры алгебры и элементарной математики Московского городского педагогического института, сменив на этом посту своего учителя М.К. Гребенчу.

В 1960 году Московский городской педагогический институт имени В.П. Потемкина был объединен с Московским государственным педагогическим институтом имени В.И. Ленина. В 1970 году, после отделения кафедры алгебры (1962 г.) и создания кафедры вычислительной математики и программирования (1970 г.) кафедра алгебры и теории чисел МГПИ имени В.И. Ленина стала называться кафедрой теории чисел. Именно на этой кафедре — кафедре теории чисел математического факультета МГПИ (позднее — МПГУ), — почти сорок лет проработал В.И. Нечаев, более 20 лет — с 1978 года и до конца жизни — являясь ее заведующим.

С 1948 года Василий Ильич Нечаев — кандидат физико-математических наук, с 1975 года — доктор физико-математических наук, профессор. С 1963 года — старший, а затем — ведущий научный сотрудник Математического института имени В.А. Стеклова Академии наук СССР (позднее РАН).

Дмитрий Алексеевич Митькин

Дмитрий Алексеевич Митькин родился 25 апреля 1951 г. в г. Владивостоке. В 1967 г. он закончил специализированную школу-интернат физико-математического профиля при МГУ и в том же году поступил на механико-математический факультет Московского университета. В 1972 г. он закончил механико-математический факультет МГУ и поступил в аспирантуру отделения математики того же факультета на кафедру теории чисел. Научные исследования Д.А. Митькина этого периода были направлены на развитие элементарного метода доказательства классического результата А. Вейля об оценках сумм символов Лежандра и рациональных тригонометрических сумм от многочленов с простым знаменателем. Указанные исследования составили основу его кандидатской диссертации на тему “О некоторых вопросах аналитической теории чисел”, защищенную в 1975 г. В 1975 г. Д.А. Митькин начал свою трудовую деятельность в ВЦ в г. Химки. В 1981 г. он перешел на преподавательскую работу в МГПИ им. В.И. Ленина на кафедру теории чисел математического факультета.

Докторскую диссертацию на тему “Точные оценки для числа слагаемых в аддитивных проблемах варингсовского типа” Дмитрий Алексеевич в 1989 г. В 1991 г. Д.А. Митькин получил звание профессора, а в 1999 г. стал заведовать кафедрой теории чисел математического факультета Московского педагогического государственного университета, которую возглавлял до своей кончины.

Профессор Митькин Д.А. несколько лет возглавлял совет математического факультета по защите кандидатских диссертаций по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел. До последних дней жизни он вёл семинар по аналитической теории чисел, который посещали не только аспиранты МПГУ, но и аспиранты и преподаватели других вузов. Активно работая в науке, Дмитрий Алексеевич уделял большое внимание математическому образованию школьников. С 1991 года он входил в состав предметной методической комиссии всероссийских математических олимпиад.

Алевтина Васильевна Жмулева

Алевтина Васильевна Жмулева родилась 12 августа 1936 года. Она заинтересовалась теорией чисел еще в студенческие годы. Все ее курсовые работы, выполненные под руководством В.И. Нечаева, были посвящены теоретико-числовой тематике. В 1959 году Алевтина Васильевна окончила с отличием Московский городской педагогический институт им. В.П. Потемкина и два года работала в школе по распределению. В 1961 году, после объединения Московского городского педагогического института им. В.П. Потемкина и Московского государственного педагогического института им. В.И. Ленина, она, по рекомендации В.И. Нечаева, была принята ассистентом на кафедру высшей алгебры, элементарной математики и теории чисел, которой руководил профессор А.А. Бухштаб. На ней Алевтина Васильевна работала — старшим преподавателем, доцентом, профессором до последних дней своей жизни, более 58 лет. Когда в практику работы школы были введены факультативные курсы, А.В. Жмулева была направлена в институт усовершенствования учителей читать лекции для учителей Москвы и Московской области по темам факультативов, рекомендованных министерством просвещения для средней школы. Это были факультативы по теории делимости целых чисел и по системам счисления. В 1980 году по материалам этих лекций ею была защищена диссертация «Теория делимости целых чисел. Факультативный курс» на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. Научным руководителем был В.И. Нечаев.

Более полувека Алевтина Васильевна вела активную преподавательскую и научно-исследовательскую деятельность в стенах Московского педагогического государственного университета. За это время она внесла огромный вклад в развитие преподавания арифметики и теории чисел не только в МПГУ, но и в системе отечественного педагогического образования

в целом, в подготовку многих поколений учителей математики. Любовь к своей профессии, блестящее владение материалом, уважительное и бережное отношение к студентам всегда позволяли ей заинтересовывать теоретико-числовой тематикой широкую аудиторию. На факультете в настоящее время работает немало преподавателей, которых она учила. Есть они и среди авторов этой статьи — возможно, именно лекции А.В. Жмулевой стали для них когда-то первой ступенькой как в науку, так и в профессию педагога.

Ее труд был отмечен несколькими медалями. Она была награждена знаком «Отличник народного просвещения».

Лидия Леонидовна Степанова

Лидия Леонидовна Степанова родилась в Москве 13 апреля 1941 г. В 1959 году она поступила на математический факультет Московского городского педагогического института им. В.П. Потемкина. В 1960 г. Потемкинский и Ленинский пединституты объединили, и Лидия Леонидовна стала студенткой Ленинского пединститута.

Училась она великолепно, состояла в студенческом научном обществе, была ленинским стипендиатом. Дипломная работа Л.Л. Степановой была посвящена популярному в те времена направлению в педагогике — «программированному обучению».

Сразу после окончания института Лидия Леонидовна поступила в аспирантуру на очное отделение кафедры алгебры и теории чисел к В.И. Нечаеву, ставшему ее учителем и впоследствии близким другом, которому она помогала в самых тяжелых жизненных ситуациях. В предисловии к своей книге «Избранные главы теории чисел» Лидия Леонидовна писала: «На всем пути формирования содержания этой книги и программы курса неоценимы была поддержка и советы моего Учителя — Василия Ильича Нечаева, светлой памяти которого кланяюсь». Вместе они участвовали в разработке программ по курсу теории чисел для педвузов. Уже на втором курсе аспирантуры — в 1965 году — Лидию Леонидовну привлекли к преподаванию на родном факультете, где она и проработала всю жизнь.

Лидия Леонидовна принимала активное участие в жизни факультета. Она была куратором группы, состояла в профбюро факультета, разрабатывала учебные программы по курсу теории чисел для педвузов. В середине 80-х годов Л.Л. Степанова заняла должность заместителя декана. Ее всегда можно было найти на факультете, она оставалась здесь допоздна.

Лидия Леонидовна долго работала на подготовительных курсах математического факультета. Благодаря ей многие школьники поступили в институт и успешно его окончили.

6. Заключение

Кафедра теории чисел многие годы давала возможность студентам матфака получать фундаментальные знания, общаться со многими выдающимися математиками, замечательными педагогами, прекрасными людьми и многому у них учиться.

Сегодня кафедра теории чисел продолжает жить, развиваться, укреплять и развивать свои традиции.

Свою стратегическую цель в современных условиях кафедра видит в построении научно-образовательного пространства фундаментальной подготовки в области арифметики, теории чисел и защиты информации высококвалифицированных педагогов по математике, информатике, экономике, на высоком профессиональном уровне владеющих математическим аппаратом, способных квалифицированно взаимодействовать с меняющимся, вариативным контингентом обучающихся в различных институциональных условиях на основе идеи гуманизации профессиональной педагогической деятельности, эффективно использующих современные педагогические и цифровые технологии в профессиональной деятельности.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухштаб А.А. Асимптотическая оценка одной общей теоретико-числовой функции // Математический сборник. Т. 2 (44). № 6. 1937.
2. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.
3. Пантелеева (Деза) Е.И. О проблеме делителей в числовых полях // Математические заметки. 1988. Т. 44. № 4. 1988.
4. Пантелеева (Деза) Е.И. Одно замечание о проблеме делителей Дирихле // Математические заметки. 1993. Т. 53. № 4.
5. Пантелеева (Деза) Е.И. О средних значениях некоторых арифметических функций // Математические заметки. 1994. Т. 55. № 2.
6. Deza M., Panteleeva (Deza) E. Quasi-semi-metrics, Oriented Multi-cuts and Related Polyhedra // European Journal of Combinatorics. 2000. Vol. 21. № 6.
7. Deza E., Varukhina L. On mean values of some arithmetic functions in number fields // Discrete Mathematics. 2008. Vol. 308, 21.
8. Deza E.I., Deza M.M. Figurate numbers. - World Scientific Publishing Company, 2012.
9. Деза М.М., Деза Е.И., Дютур Сикирич М. Полиэдральные конструкции, связанные с квази-метриками // Чебышевский сборник. 2015. Том 16, выпуск 2.
10. Deza M.M., Deza E.I. Encyclopedia of Distances. - Springer: Berlin-Heidelberg, 2016.
11. Deza, E.I., Deza M.M., Dutour Sicirić M. Generaliations of finite metrics and cuts. - World Scientific Publishing Company, 2016.
12. Deza E. Mersenne and Fermat Numbers. - World Scientific Publishing Company, 2021.
13. Митькин Д.А. К оценке рациональной тригонометрической суммы с простым знаменателем // Вестник МГУ. Сер. матем. и мех. 1972. № 5.
14. Митькин Д.А. Оценка суммы символов Лежандра от многочленов четной степени // Математические заметки. 1973. Т. 141. № 1.
15. Митькин Д.А. Об оценках рациональных тригонометрических сумм специального вида // Доклады АН СССР. 1975. Т. 224. № 4.
16. Митькин Д.А. Об оценках и асимптотических формулах для рациональных тригонометрических сумм, близких к полным // Математический сборник. 1983. Т. 122(164). № 4(12).
17. Митькин Д.А. Многочлены с минимальным множеством значений и уравнение $f(x) = f(y)$ в простом конечном поле // Математические заметки. 1985. Т. 38. № 1.
18. Митькин Д.А. Об оценке числа корней некоторых сравнений по методу Степанова // Математические заметки. 1992. Т. 51. № 6.
19. Митькин Д.А. Об оценке числа решений некоторых “выщербленных” систем уравнений // Математические заметки. 1995. Т. 57. № 5.
20. Митькин Д.А. Уточнение оценки для суммы символов Лежандра от многочленов нечетной степени // Чебышевский сборник. 2005. Т. 6. Вып. 3(15). С. 123–126.

21. Нечаев В.И. Представлении натуральных чисел суммой слагаемых вида $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ // Доклады АН СССР. 1949. Т. 64.
22. Нечаев В.И. Проблема Варинга для многочленов // Тр. МИАН СССР. 1951. Т. 38, № 1.
23. Нечаев В.И. О представлении натуральных чисел суммой слагаемых вида $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1953. Т. 17, № 6.
24. Нечаев В.И. Группы невырожденных матриц над конечными полями и рекуррентные последовательности // Доклады АН СССР. 1963. Т. 152.
25. Нечаев В.И. Неулучшаемая оценка тригонометрических сумм с рекуррентными функциями с непостоянными коэффициентами // Доклады АН СССР. 1964. Т. 154.
26. Нечаев В.И. Линейные рекуррентные сравнения с периодическими коэффициентами // Математические заметки. 1968. Т. 3, № 6.
27. Нечаев В.И. Тригонометрические суммы для рекуррентных последовательностей // Доклады АН СССР. 1972. Т. 206, № 2.
28. Нечаев В.И. Оценка полной рациональной тригонометрической суммы // Математические заметки. 1975. Т. 17, № 6.
29. Нечаев В.И. Числовые системы. - М.: Просвещение, 1975.
30. Нечаев В.И. К вопросу о представлении натуральных чисел суммой слагаемых вида $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ // Труды МИАН СССР. 1976. Т. 142, № 1.
31. Нечаев В.И. К вопросу о сложности детерминированного алгоритма для дискретного логарифма // Математические заметки. 1994. Т. 55. Вып. 2.
32. Нечаев В.И. Распределение знаков в последовательности прямоугольных матриц над конечным полем // Труды МИАН. 1996. Т. 218.
33. Нечаев В.И. Элементы криптографии (Основы теории защиты информации). – М.: Высшая школа, 1999.
34. Чирский В.Г. О глобальных соотношениях // Математические заметки. 1990. Т. 48. № 2.
35. Чирский В.Г. Арифметические свойства полиадических рядов с периодическими коэффициентами // Доклады Академии наук. 2014. Т. 459. № 6.
36. Чирский В.Г., Нестеренко А.Ю. Об одном подходе к преобразованию периодических последовательностей // Дискретная математика. 2015. Т. 27. № 4.
37. Чирский В.Г. Представление натуральных чисел слагаемыми определенного вида // Современные проблемы математики. 2017. № 24.
38. Чирский В.Г. Арифметические свойства полиадических рядов с периодическими коэффициентами // Известия РАН. Серия математическая. 2017. Т. 81, № 2.
39. Chirskii V.G. Topical problems of the theory of Transcendental numbers: Developments of approaches to their solutions in the works of Yu.V. Nesterenko // Russian Journal of Mathematical Physics. 2017. Т. 24. № 2.

40. Чирский В.Г. Арифметические свойства обобщенных гипергеометрических F -рядов // Доклады Академии наук. 2018. Т. 483. № 3.
41. Cirskii V.G. Product formula, global relations and polyadic integers Russian Journal of Mathematical Physics. 2019. Vol. 26. № 3.
42. Чирский В.Г. Арифметические свойства рядов эйлера типа с параметром - лиувиллевым полиадическим числом // Доклады Академии наук. 2020. Т. 494.
43. Chirskii V.G. Arithmetic Properties of an Euler-Type Series with Polyadic Liouville Parameter // Russian Journal of Mathematical Physics. 2021. Vol. 28. № 3.
44. Чирский В.Г., Козко А.И., Лужина Л.М., Попов А.Ю. Функция потребления в модели экономического роста Рамсея-Касса-Купманса в случае стационарности функции сбережения // Чебышевский сборник. 2022. Т. 23, № 1.
45. Чирский В.Г. Бесконечная линейная независимость с ограничениями на подмножество простых чисел значений рядов эйлера типа с полиадическим лиувиллевым параметром // Чебышевский сборник. 2022. Т. 23, № 1.

REFERENCES

1. Buchstab, A.A. 1937, "Asymptotic estimation of a general number-theoretic function", *Matematicheskii Sbornik*, Vol. 2(44), 6. (Russian)
2. Buchstab, A.A. 1966, "Number Theory", *Prosveshenie*. (Russian)
3. Panteleeva (Deza), E.I. 1988, "About divisor problem in number fields", *Math. Notes*, Vol. 44, 4. (Russian)
4. Panteleeva (Deza), E.I. 1993, "One observation on Dirichlet divisor problem", *Math. Notes*, Vol. 53, 4. (Russian)
5. Panteleeva (Deza), E.I. 1994, "On mean values of certain arithmetical sums", *Math. Notes*, Vol. 55, 2. (Russian)
6. Deza, M.M., Panteleeva (Deza), E.I. 2000, "Quasi-semi-metrics, Oriented Multi-cuts and Related Polyhedra", *European Journal of Combinatorics*, Vol. 21, 6.
7. Deza, E.I., Varukhina L.V. 2008, "On mean values of some arithmetic functions in number fields", *Discrete Mathematics*, Vol. 308, Issue 21.
8. Deza, E.I., Deza, M.M. 2012, "Figurate numbers", *World Scientific Publishing Company*.
9. Deza, M.M., Deza, E.I., Dutour Sikirić, M. 2015, "Polyhedral structures associated with quasi-metrics", *Chebyshevskii sbornik*, Vol. 16 (2). (Russian)
10. Deza, M. M., Deza, E.I. 2016, "Encyclopedia of Distances," *Springer, Berlin - Heidelberg*.
11. Deza, E., Deza, M.M., Dutour Sicirić, M. 2016, "Generalizations of finite metrics and cuts", *World Scientific Publishing Company*.
12. Deza, E. 2021, "Mersenne and Fermat Numbers", *World Scientific Publishing Company*.
13. Mitkin, D.A. 1972, "To the assessment of the rational trigonometric sum with a simple denominator", *Bulletin of Moscow State University, Ser. math. and mech.*, vol. 5. (Russian)

14. Mitkin, D.A. 1973, "Estimating the sum of the Legendre symbols from polynomials of even degree", *Math. notes*, vol. 141, 1. (Russian)
15. Mitkin, D.A. 1975, "On estimates of rational trigonometric sums of a special type", *Reports of the USSR Academy of Sciences*, vol. 224, 4. (Russian)
16. Mitkin, D.A. 1983, "On estimates and asymptotic formulas for rational trigonometric sums close to complete", *Mathematical sbornik*, vol. 122 (164), 4(12). (Russian)
17. Mitkin, D.A. 1985, "Minimum set polynomials and equation $f(x) = f(y)$ in a simple finite field", *Math. notes*, vol. 38, 1. (Russian)
18. Mitkin, D.A. 1992, "On assessing the number of roots of some comparisons using the Stepanov method", *Math. notes*, vol. 51, 6. (Russian)
19. Mitkin, D.A. 1995, "On the estimation of the number of solutions to some "polished" systems of equations", *Math. notes*, vol. 57, 5. (Russian)
20. Mitkin, D.A. 2005, "Clarification of the estimate for the sum of Legendre symbols from odd degree polynomials", *Chebyshevsky sbornik*, vol. 6, 3 (15). (Russian)
21. Nechaev, V.I. 1949, "The representation of integers by sums of terms of the form $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ ", *Doklady Akad. Nauk SSSR*, vol. 64. (Russian)
22. Nechaev, V.I. 1951, "Waring's problem for polynomials", *Trudy Mat. Inst. Steklov*, vol. 38, 1. (Russian)
23. Nechaev, V.I. 1953, "On the representation of natural numbers as a sum of terms of the form $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ ", *Izvestiya Akad. Nauk SSSR, ser. math.*, vol. 17, 6. (Russian)
24. Nechaev, V.I. 1963, "The group of non-singular matrices over a finite field, and recurrent sequences", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 152. (Russian)
25. Nechaev, V.I. 1964, "A best-possible estimate of trigonometric sums for recurrent functions with non-constant coefficients", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 154. (Russian)
26. Nechaev, V.I. 1968, "Linear recurrent congruences with periodic coefficients", *Math. notes*, vol. 3, 6. (Russian)
27. Nechaev, V.I. 1972, "Trigonometric sums for recurrent sequences", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 206. (Russian)
28. Nechaev, V.I. 1975, "An estimate of the complete rational trigonometric sum", *Math. notes*, vol. 17, 6. (Russian)
29. Nechaev, V.I. 1975, "Numeric systems", *Prosveshenie*, Moscow. (Russian)
30. Nechaev, V.I. 1976, "On the question of representing natural numbers by a sum of terms of the form $\frac{x(x+1)\dots(x+n-1)}{n!}$ ", *Trudy Math. Inst. Steklov*, vol. 142. (Russian)
31. Nechaev, V.I. 1994, "On the complexity of a deterministic algorithm for a discrete logarithm", *Math. notes*, vol. 55, 2. (Russian)
32. Nechaev, V.I. 1996, "Distribution of signs in a sequence of rectangular matrices over a finite field", *Tr. Math. Inst. Steklov*, vol. 218. (Russian)

-
33. Nechaev, V.I. 1999, "Elements of cryptography (Osnovy teorii zashchity informatsii)", *Vyssh. Shkola*, Moscow. (Russian)
 34. Chirskii, V.G. 1990, "About global relations", *Math. notes*, vol. 48, 2. (Russian)
 35. Chirskii, V.G. 2014, "Arithmetic properties of polyadic series with periodic coefficients", *Report of the Academy of Sciences*, vol. 459, 6. (Russian)
 36. Chirskii, V.G., Nesterenko A.Yu. "About one approach to converting periodic sequences" *Discrete Mathematics*, vol. 27, 4. (Russian)
 37. Chirskii, V.G. 2017, "Representation of natural numbers by terms of a certain form", *Modern Problems of Mathematics*, 24. (Russian)
 38. Chirskii, V.G. 2017, "Arithmetic properties of polyadic series with periodic coefficients", *Izvestia RAS. Mathematical Series*, vol. 81, 2. (Russian)
 39. Chirskii, V.G. 2017, "Topical problems of the theory of Transcendental numbers: Developments of approaches to their solutions in the works of Yu.V. Nesterenko", *Russian Journal of Mathematical Physics*, vol. 24, 2.
 40. Chirsky, V.G. 2018, "Arithmetic properties of generalized hypergeometric F -series", *Reports of the Academy of Sciences*, vol. 483, 3. (Russian)
 41. Chirskii, V.G. 2019, "Product formula, global relations and polyadic integers", *Russian Journal of Mathematical Physics*, vol. 26, 3.
 42. Chirskii, V.G. 2020, "Arithmetic properties of Euler series with parameter - Liouville polyadic number", *Reports of the Academy of Sciences*, vol. 494. (Russian)
 43. Chirskii, V.G. 2021, "Arithmetic Properties of an Euler-Type Series with Polyadic Liouville Parameter", *Russian Journal of Mathematical Physics*, vol. 28, 3.
 44. Chirskii, V.G., Kozko A.I., Luzhina L.M., Popov A.Yu. 2022, "Consumption function in the Ramsay-Kass-Kupmans economic growth model in case of stationary saving function", *Chebyshevsky sbornik*, vol. 23, 1. (Russian)
 45. Chirskii, V.G. 2022, "Infinite linear independence with restrictions on a subset of primes of values of the row of Euler type with a polyadic liouville parameter", *Chebyshevsky sbornik*, vol. 23, 1. (Russian)

Получено 18.07.2022

Принято в печать 14.09.2022