

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 4.

УДК 517.9

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-4-361-369

Новая мегастабильная система с 2-D полосой скрытых аттракторов и аналитическими решениями

И. М. Буркин, О. И. Кузнецова

Буркин Игорь Михайлович — доктор физико-математических наук, Тульский государственный университет (г. Тула).

e-mail: i-burkin@yandex.ru

Кузнецова Оксана Игоревна — аспирант, Тульский государственный университет (г. Тула).

e-mail: oxxy4893@mail.ru

Аннотация

Многие реальные динамические системы характеризуются наличием множества сосуществующих аттракторов. Это свойство систем называется мультистабильностью. В мультистабильных системах может произойти внезапный переход к нежелательным или неизвестным аттракторам. Такой переход может привести к катастрофическим событиям. Оказалось, что мультистабильность также связана с возникновением непредсказуемых аттракторов, которые называются скрытыми аттракторами. Аттрактор называется скрытым, если его область притяжения не пересекается с небольшими окрестностями неустойчивой неподвижной точки. Одной из определяющих причин изучения мультистабильных хаотических систем с различными характеристиками является широкий спектр их потенциальных инженерных приложений — в теории управления, информатике, криптологии, искусственных нейронных сетях, шифровании изображений, защищенной связи и обнаружении слабых сигналов. В последние годы исследователи обратились к разработке методов искусственного конструирования систем с желаемой динамикой. В этом случае основные усилия сосредоточены на создании систем с бесконечным числом сосуществующих аттракторов — экстремально мультистабильных и мегастабильных систем. Оказалось, что такие системы открывают новые возможности для решения некоторых прикладных задач, например, для реализации контроля амплитуды и полярности сигнала в инженерных системах или для создания новых систем шифрования изображений. В этой статье строится новая гладкая трехмерная динамическая система, обратимая во времени, содержащая аналитическое решение и странный мультифрактальный скрытый аттрактор. Бассейн притяжения аттрактора включает почти все трехмерное пространство, а его размерность "почти 3". Путем замены одной из переменных системы на периодическую функцию этой переменной, строится система, обладающая 1-D полосой скрытых хаотических аттракторов размерности "почти 3" и одновременно бесконечным числом аналитических решений. Специальное преобразование последней системы позволяет построить систему с 2-D полосой скрытых аттракторов.

Ключевые слова: динамические системы, аналитические решения, хаос, мегастабильность, скрытые аттракторы, показатели Ляпунова, размерность Каплана-Йорке.

Библиография: 18 названий.

Для цитирования:

И. М. Буркин, О. И. Кузнецова. Новая мегастабильная система с 2-D полосой скрытых аттракторов и аналитическими решениями // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 4, с. 361–369.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 4.

UDC 517.9

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-4-361-369

New megastable system with 2-D strip of hidden attractors and analytical solutions

I. M. Burkin, O. I. Kuznetsova

Burkin Igor' Mikhailovich — doctor of physical and mathematical sciences, Tula State University (Tula).

e-mail: i-burkin@yandex.ru

Kuznetsova Oksana Igorevna — postgraduate student, Tula State University (Tula).

e-mail: oxxy4893@mail.ru

Abstract

Many real dynamical systems are characterized by the presence of a set coexisting attractors. This property of systems is called multistability. In multistable systems, a sudden transition to unwanted or unknown attractors can occur. Such a transition can lead to catastrophic events. It turned out that multistability is also associated with the emergence of unpredictable attractors, which are called hidden attractors. An attractor is called hidden if its area of attraction does not intersect with small neighborhoods of an unstable fixed point. One of the defining reasons for studying multistable chaotic systems with different characteristics is a wide range of their potential engineering applications - in control theory, computer science, cryptology, artificial neural networks, image encryption, secure communication, and weak signal detection. In recent years, researchers have turned to developing methods for artificially designing systems with desired dynamics. In this case, the main efforts are focused on creating systems with an infinite number of coexisting attractors - extremely multistable and megastable systems. It turned out that such systems open up new possibilities for solving some applied problems, for example, for realizing control of the signal amplitude and polarity in engineering systems or for creating new image encryption systems. In this paper, a new smooth three-dimensional dynamical system is constructed, reversible in time, containing an analytical solution and a strange multifractal hidden attractor. The basin of attraction of the attractor includes almost all three-dimensional space, and its dimension is "almost 3". By replacing one of the variables of the system with a periodic function of this variable, a system is constructed that has a 1-D strip of hidden chaotic attractors of dimension "almost 3" and, at the same time, an infinite number of analytical solutions. A special transformation of the latter system allows us to design a megastable system with a 2-D strip of hidden attractors.

Keywords: dynamical systems, analytical solutions, chaos, megastability, hidden attractors, Lyapunov exponents, Kaplan-Yorke dimension.

Bibliography: 18 titles.

For citation:

I. M. Burkin, O. I. Kuznetsova, 2021, "New megastable system with 2-D strip of hidden attractors and analytical solutions", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 4, pp. 361–369.

1. Введение

Сложными хаотическими динамическими системами моделируются многие процессы реального мира такие, как климат, ряд экосистем, человеческий мозг, финансовые рынки и многие прикладные инженерные системы [1]. При этом для таких систем характерно наличие множества сосуществующих аттракторов. Это свойство систем называется мультистабильность и относится к системам, которые не являются ни стабильными, ни полностью нестабильными, но в которых наблюдается чередование между двумя или более взаимоисключающими состояниями. Мультистабильные системы очень чувствительны к шуму, начальным условиям и параметрам. При наличии в мультистабильной системе аттракторов с очень маленькими бассейнами притяжения или ранее не идентифицированными аттракторами можно наблюдать внезапный переход к неожиданным нежелательным или неизвестным аттракторам [2]. Такой сдвиг может привести к катастрофическим событиям, начиная от внезапных климатических изменений, серьезных заболеваний и заканчивая финансовыми кризисами и катастрофами технических систем.

Оказалось, что мультистабильность связана также с возникновением непредсказуемых аттракторов, которые были названы скрытыми аттракторами. Аттрактор называется скрытым [3], если его бассейн притяжения не пересекается с малыми окрестностями неустойчивых неподвижных точек. Например, скрытый аттрактор является периодическим или хаотическим аттрактором в системе без равновесий или с единственным устойчивым состоянием равновесия. После того, как впервые был найден скрытый аттрактор в классической системе Чуа [3], многие исследователи сосредоточили усилия на разработке методов обнаружения скрытых аттракторов и поиске систем, обладающих скрытыми аттракторами [4]. Были найдены скрытые аттракторы как в реальных, так и искусственно сконструированных динамических системах, имеющих, например, единственное устойчивое состояние равновесия [5], бесконечное число состояний равновесия [7], не имеющих состояний равновесия [8].

Одной из определяющих причин, побуждающих исследовать мультистабильные хаотические системы с различными характеристиками, является широкий спектр их потенциальных инженерных приложений. В научной литературе последних лет широко представлены приложения хаоса в теории управления, криптологии, искусственных нейронных сетях, шифровании изображений, защищенной связи, обнаружении слабых сигналов, системах радиолокации [1].

Хаос является постоянным и повсеместным предметом научных исследований [6]. В последние годы исследователи обратились к разработке методов искусственного конструирования систем с желаемой динамикой [8-10]. Основные усилия при этом сосредоточены на создании систем с бесконечным числом сосуществующих аттракторов – экстремально мультистабильных и мегастабильных систем [11-15]. Оказалось, что такие системы предоставляют новые возможности для решения некоторых прикладных задач, например, для осуществления амплитудного контроля в инженерных системах, или для создания новых систем хаотического шифрования изображений.

2. Новая хаотическая система

В своей недавней работе [16] Спротт рассмотрел следующую систему с разрывной нелинейностью, являющуюся модификацией известной системы Носе-Хувера [17]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -x - y \operatorname{sign}(z), \\ \dot{z} &= y^2 - e^{-x^2}.\end{aligned}\tag{1}$$

При этом Спротт написал: "Why is this system interesting and worth publishing? It's because it is time-reversible and dissipative with a strange multifractal attractor that is hidden but whose basin includes the whole of the three-dimensional space so that every initial condition goes to the attractor. Even more remarkably, every initial condition apparently lies on the attractor which fills all of space with a highly nonuniform measure and a capacity dimension of 3.0, and it is just one member in a large family of systems with those properties. It violates every expectation that most of us have developed over the years about respectable chaotic attractors." Аттрактор системы (1) имеет показатели Ляпунова $(0.2280, 0, -0.2480)$ и размерность Каплана-Йорке 2.9194, что резко отличает ее от подавляющего большинства трехмерных систем. Спротт заключает свою работу следующим призывом: "In the near-term, I look forward to additional, truly novel examples of chaotic systems in this and other similar journals".

Рассмотрим гладкую систему

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -x - y \operatorname{arctg}(50z), \\ \dot{z} &= y^4 - \frac{a}{1+x^8}.\end{aligned}\tag{2}$$

где $a > 0$, которая, так же как система (1) является обратимой. Эта система имеет аналитическое решение $x(t) \equiv y(t) \equiv 0, z = z(0) - at$.

Проанализируем поведение решений системы (2), опираясь на рассуждения, приведенные Г.А. Леоновым в работе [18] при исследовании системы Носе-Хувера. Очевидно, что решение $(x(t), y(t), z(t))$ системы (2) удовлетворяет соотношению

$$\ddot{x}(t) + \alpha(t)\dot{x} + x(t), \alpha(t) = \operatorname{arctg}(50z(t)).\tag{3}$$

Если $z(t) < 0$ при всех $t \geq 0$, то выполнено одно из следующих соотношений [18]:

- 1) $\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{x}(t)]^2 = \infty$,
- 2) $\lim_{t \rightarrow \infty} ([\dot{x}(t)]^2 + x(t)^2) = \infty$,
- 3) существует последовательность $t_k \rightarrow +\infty$ такая, что $\lim_{t \rightarrow \infty} ([\dot{x}(t)]^2 + x(t)^2) = C < \infty$.

В случае 3) система (2) имеет периодическое решение. Но из (3) следует, что для этого периодического решения выполнено либо 1), либо 2). Значит, случай 3) невозможен. Из третьего уравнения системы (2) и предположения $z(t) < 0$ при $t \geq 0$ также следует, что случаи 1) и 2) невозможны. Поэтому существует число $T > 0$ такое, что $z(T) = 0$.

Пусть теперь $z(t) > 0$ при всех $t \geq 0$. Тогда из (3) следует [18], что $\lim_{t \rightarrow \infty} [\dot{x}(t)]^2 = 0$. При этом из третьего уравнения системы (2) вытекает существование $T > 0$, для которого $z(T) = 0$.

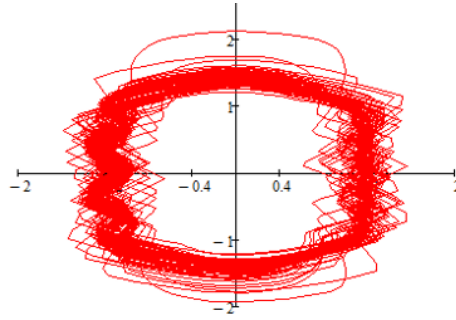
Из приведенных рассуждений следует справедливость следующего утверждения.

ЛЕММА 1. *Для любого решения $(x(t), y(t), z(t))$ системы (2), отличного от её аналитического решения, функция $z(t)$ бесконечное число раз меняет знак при $t \rightarrow +\infty$.*

С использованием леммы 1 в работе [18] для системы Носе-Хувера доказана теорема, утверждение которой, как можно убедиться, остается справедливым и для системы (2).

ТЕОРЕМА. *Для системы (2) существует число $r(a)$ такое, что любая её траектория с начальными данными $x(0)^2 + y(0)^2 > 0$ имеет предельную точку в множестве $\{x, y, z : z = 0, x^2 + y^2 \leq r(a)\}$.*

Так как система (2) не имеет состояний равновесия, то из приведенных рассуждений вытекает, что в поглощающем множестве $\Omega = \{x, y, z : x^2 + y^2 \leq r(a)\}$ может содержаться аттрактор этой системы, заведомо отличный от её аналитического решения. Бассейном притяжения этого аттрактора являются почти всё пространство R^3 . Действительно, численное интегрирование

Рис. 1: Проекция аттрактора системы (2) на плоскость (x, y) .

системы (2) с $a = 2$ и начальными условиями $(0, 2, 0)$ визуализирует хаотический аттрактор, представленный на рисунке 1.

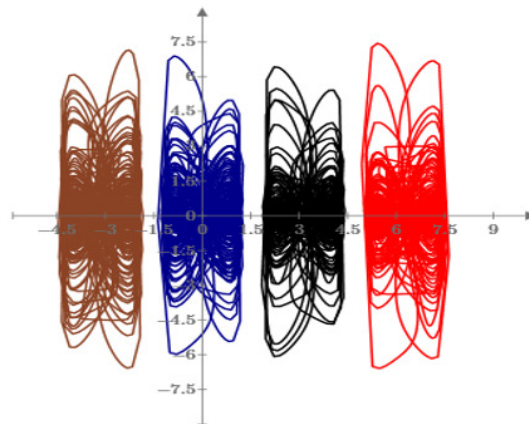
Показатели Ляпунова этого аттрактора $\Lambda_1 = 0.3270, \Lambda_2 = 0, \Lambda_3 = -0.3580$ и размерность Каплана — Йорке $D_{KY} = 2 + \frac{\Lambda_1 + \Lambda_2}{|\Lambda_3|} = 2.9134$.

3. Конструирование системы с 2-D полосой хаотических аттракторов

Заметим, что система (2) является смещаемой по переменной y (variable-boostable system [12]). Последнее обстоятельство позволяет сконструировать самовоспроизводящуюся систему, обладающую 1-D полосой идентичных аттракторов, путем подходящей замены переменной y на периодическую функцию этой переменной [12–15]. Произведем в системе (2) замену $y \rightarrow \text{tg}(y)$. Система

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \text{tg}(y), \\ \dot{y} &= -x - \arctg(50z) \text{tg}(y), \\ \dot{z} &= (\text{tg}(y))^4 - \frac{a}{1 + x^8}. \end{aligned} \quad (4)$$

обладает 1-D полосой хаотических аттракторов, фрагмент которой представлен на рисунке 2 ($a = 2$). Аттракторы на рисунке 2 имеют показатели Ляпунова $(1.326, 0, -1.329)$ и размерность Каплана–Йорке 2.998.

Рис. 2: 1-D полоса аттракторов системы (4) (проекция на плоскость (y, z)).

Любая точка пространства R^3 , кроме точек, прямых $L_k = \{x, y, z : x = 0, y = \pi k, z \in (-\infty; +\infty), k \in Z\}$, принадлежит бассейну притяжения одного из аттракторов, представленных на рисунке 2. Заметим, что система (4) при $a = 2$ имеет бесконечное число аналитических решений $x = 0, y = \pi k, z = z(0) - 2t, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. При этом численным интегрированием, например, методом Рунге-Кутты с адаптированным шагом, удастся обнаружить только решение $x(t) = 0, y(t) = 0, z(t) = z(0) - 2t$. При численном интегрировании системы (4) с начальным условием $(0, \pi, 2)$ вместо решения $x(t) = 0, y(t) = \pi, z(t) = 2 - 2t$ после достаточно длительного переходного процесса визуализируется такой же аттрактор, как и при численном интегрировании с начальными условиями $(-0.87, 2.91, -1.26)$. График переходного процесса при численном интегрировании с начальным условием $(0, \pi, 2)$ на промежутке $[0, 160\pi]$ представлен на рисунке 3. Продолжая процесс численного интегрирования, визуализируем хаотический аттрактор.

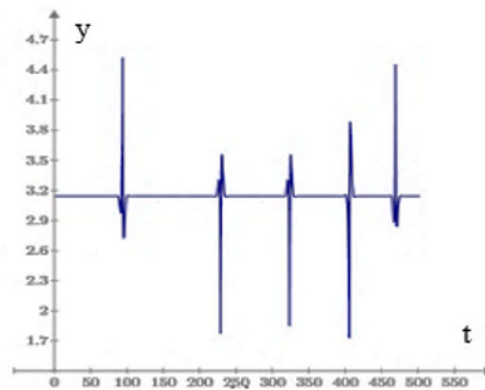


Рис. 3: График переходного процесса при численном интегрировании системы (4) с начальным условием $(0, \pi, 2)$.

Для построения системы, обладающей 2-D полосой хаотических аттракторов, воспользуемся приемом, предложенным в работе [10]. Для этого заметим, что на решении $(x(t), y(t), z(t))$ системы (4) при $a = 2$, принадлежащем любому аттрактору, справедлива оценка $|z(t)| < 10$. Поэтому можно выполнить такое преобразование системы (4), которое одновременно сдвигает все ее аттракторы в полуплоскость $\{x, y, z : z > 0\}$, и генерирует их копию, симметричную относительно плоскости $\{x, y, z : z = 0\}$. В результате получим систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \operatorname{tg}(y), \\ \dot{y} &= -x - \operatorname{arctg}(|50z| - 10) \operatorname{tg}(y), \\ \dot{z} &= ((\operatorname{tg}(y))^4 - \frac{a}{1+x^8}) \operatorname{sign}(z). \end{aligned} \quad (5)$$

Фрагмент 2-D полосы аттракторов системы (5) представлен на рисунке 4.

4. Заключение

В работе построена гладкая трехмерная обратимая система, обладающая аналитическим решением и мультифрактальным хаотическим аттрактором. Бассейн притяжения аттрактора содержит почти все точки фазового пространства, а его размерность Каплана-Йорке близка к 3. На основе этой системы строятся мегастабильная система, обладающая счетным числом хаотических аттракторов и аналитических решений, из которых только одно удастся обнаружить численным интегрированием. Благодаря наличию в системе (5) нелинейности $\operatorname{sign}(z)$,

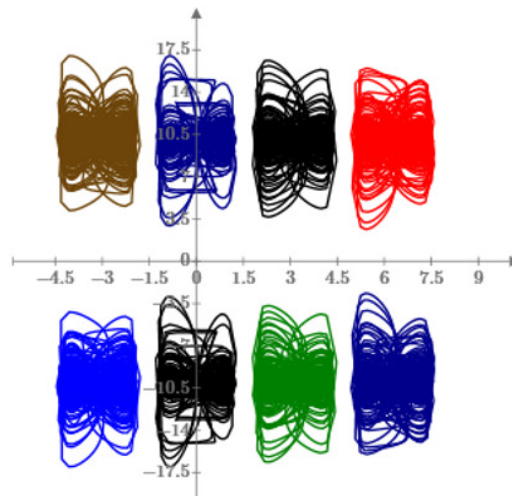


Рис. 4: 2-D полоса аттракторов системы (5) (проекция на плоскость (y, z)).

плоскость $\{x, y, z : z = 0\}$ инвариантна для траекторий этой системы и разделяет области притяжения ее аттракторов, расположенных в полуплоскостях $z > 0$ и $z < 0$. Динамика системы (5) в плоскости $\{x, y, z : z = 0\}$ описывается первыми двумя её уравнениями. Бассейны притяжения аттракторов системы (5) имеют достаточно сложную структуру. Последнее обстоятельство делает потенциально интересным ее использование в инженерных приложениях на основе хаоса, например, для шифрования изображений [6].

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rossler O., Adryaman Y., Shaukat S. and all. Chaos Theory and Applications in applied sciences and engineering // An interdisciplinary journal of nonlinear science. 2020. Vol. 2, №1.
2. Pisarchik A. N., Feudel U. Control of multistability // Phys. Rep. 2014. Vol. 540. P. 167–218.
3. Leonov G., Kuznetsov N. Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2013. Vol. 23, №1. art. no. 1330002.
4. Burkin I., Nguen N. K. Analytical-Numerical Methods of Finding Hidden Oscillations in Multidimensional Dy-namical Systems // Diff. Equations. 2014. Vol. 50, №13. P. 1695–1717.
5. Wei Z., Zhang W. Hidden Hyperchaotic Attractors in a Modified Lorenz-Stenflo System with Only One Stable Equilibrium // Int. J. Bifurcation Chaos. 2014. Vol. 24, №10. art. no. 1450127.
6. Guanrong C. Chaos Theory and Applications: A New Trend // Chaos Theory and Applications. 2021. Vol. 3, №1. P. 1-2.
7. Буркин И. М. Скрытые аттракторы некоторых мультистабильных систем с бесконечным числом состояний равновесия // Чебышевский сб. 2017. Т. 18, Вып. 2. С. 18–33.
8. Pham V-T., Volos C., Jafari S., Wei Z., Wang X. Constructing a novel no-equilibrium chaotic system. //Int. J. Bifurcation Chaos.2014. Vol. 24, № 5. Art. no. 1450073.
9. Faghani Z. Nazarimehr F., Jafari S., Sprott J.C. Simple Chaotic Systems with Specific Analytical Solutions // Int. J. Bifurcation Chaos. 2019. Vol. 29, №9. art. no. 1950116.

10. Li C., Lu T., Chen G., Xing H. Doubling the coexisting attractors // *Chaos*. 2019. Vol. 29. Art. no.051102.
11. Zhang X., Chen G. Constructing an autonomous system with infinitely many chaotic attractors // *Chaos*. 2017. Vol. 27, №7. Art. no. 071101.
12. Li C., Sprott J. C., Hu W., Xu Y. Infinite multistability in a self-reproducing chaotic system // *Int J Bifurc. Chaos*. 2017. Vol. 27(10). Art. no. 1750160.
13. Буркин И. М., Кузнецова О. И. Конструирование мегастабильных систем с многомерной решеткой хаотических аттракторов // *Чебышевский сборник*. 2021. Т. 22, Вып. 1, С. 105–117.
14. Burkin I. M., Kuznetsova O. I. On some methods for generating extremely multistable systems // *Journal of Physics: Conf. Series*. 2019. 1368: 042050.
15. Burkin I. M., Kuznetsova O. I. Generation of Extremely Multistable Systems Based on Lurie Systems // *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*. 2019. Vol. 52, №4. P. 342–348.
16. Sprott J. Do We Need More Chaos Examples // *Chaos Theory and Applications*. 2020. Vol. 2, №2. P. 1–3.
17. Sprott J., Hoover W., Hoover C. Heat Condition, and the Lack Thereof, in Time-Reversible Dynamical Systems: Generalized Nos'e-Hoover Oscillators with a Temperature Gradient // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 89. 042914.
18. Leonov G. A. Analytical analysis of a Nose–Hoover generator // *Dokl. Phys.* 2016. Vol. 6. P. 340–342.

REFERENCES

1. Rossler, O., Adryaman Y., Shaukat S. & all. 2020, “Chaos Theory and Applications in applied sciences and engineering“, *An interdisciplinary journal of nonlinear science*, vol. 2, no. 1.
2. Pisarchik, A. N. & Feudel, U. 2014, “Control of multistability“, *Phys. Rep.*, vol. 540. pp. 167-218.
3. Leonov, G. A. & Kuznetsov, N. V. 2013, “Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert-Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractors in Chua circuits“, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 23, no. 1. art. no. 1330002.
4. Burkin, I. & Nguen, N. K. 2014, “Analytical-Numerical Methods of Finding Hidden Oscillations in Multidimensional Dy-namical Systems“, *Diff. Equations*, vol. 50, no. 13, pp. 1695–1717.
5. Wei, Z. & Zhang, W. 2014, “Hidden Hyperchaotic Attractors in a Modified Lorenz-Stenflo System with Only One Stable Equilibrium“, *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 24, no. 10. art. no. 1450127.
6. Guanrong, C. 2021, “Chaos Theory and Applications: A New Trend“, *Chaos Theory and Application*, vol. 3, no. 1, pp. 1–2.
7. Burkin, I. M. 2017, “Hidden attractors of some multistable systems with infinite number of equilibria“, *Chebyshevskii Sb.*, vol. 18, no. 2, pp. 18–33.

8. Pham, V-T., Volos, C., Jafari, S., Wei, Z. & Wang, X. 2014, “Constructing a novel no-equilibrium chaotic system“, *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 24, no. 5, art. no. 1450073.
9. Faghani, Z., Nazarimehr, F., Jafari, S. & Sprott J. C. 2019, “Simple Chaotic Systems with Specific Analytical Solutions“, *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 29, no. 9, art. no. 1950116.
10. Li, C., Lu, T., Chen, G. & Xing, H. 2019, “Doubling the coexisting attractors“, *Chaos*, vol. 29, art. no. 051102.
11. Zhang, X. & Chen, G. 2017, “Constructing an autonomous system with infinitely many chaotic attractors“, *Chaos*, vol. 27, no. 7, art. no. 071101.
12. Li, C., Sprott, J. C., Hu, W. & Xu, Y. 2017, “Infinite multistability in a self-reproducing chaotic system“, *Int J Bifurc. Chaos*, vol. 27(10), art. no. 1750160.
13. Burkin, I. M. & Kuznetsova, O.I. 2021, “Designing megastable systems with multidimensional lattice of chaotic attractors“, *Chebyshevskii Sb.*, vol. 22, no. 1, pp. 105–117.
14. Burkin, I. M. & Kuznetsova, O.I. 2109, “On some methods for generating extremely multistable systems“, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 1368 042050.
15. Burkin, I. M. & Kuznetsova, O.I. 2019, “Generation of Extremely Multistable Systems Based on Lurie Systems“, *Vestnik St. Petersburg University, Mathematics*, vol. 52, no. 4, pp. 342–348.
16. Sprott, J. C., 2020, “Do We Need More Chaos Examples“, *Chaos Theory and Applications*, vol. 2, no. 2, pp. 1–3.
17. Sprott, J. C., Hoover, W. & Hoover, C. 2014, “Heat Condition, and the Lack Thereof, in Time-Reversible Dynamical Systems: Generalized Nos’e-Hoover Oscillators with a Temperature Gradient“, *Phys. Rev. E.*, vol. 89, 042914
18. Leonov, G. A. 2016, “Analytical analysis of a Nose–Hoover generator“, *Dokl. Phys.*, vol. 6, pp. 340–342.

Получено 26.07.2021 г.

Принято в печать 6.12.2021 г.