

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 4.

УДК 539.3

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-4-352-360

Математическое эффективное уравнение разгрузки пористых металлических композиционных материалов

И. К. Архипов, В. И. Абрамова, С. Н. Кутепов, А. Е. Гвоздев, О. В. Кузовлева

Архипов Игорь Константинович — доктор технических наук, профессор, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: iarh@list.ru

Абрамова Влада Игоревна — кандидат технических наук, доцент, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: abramova_vi@mail.ru

Кутепов Сергей Николаевич — кандидат педагогических наук, доцент, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: kutepov.sergei@mail.ru

Гвоздев Александр Евгеньевич — доктор технических наук, профессор, Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого (г. Тула).

e-mail: gwozdew.alexandr2013@yandex.ru

Кузовлева Ольга Владимировна — кандидат технических наук, доцент, Российский государственный университет правосудия (г. Москва).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Аннотация

С учетом микропластичности в окрестностях пор получено эффективное уравнение разгрузки. Учтено влияние пористости на остаточную деформацию при одноосном растяжении образца пористого металлического композита. Установлена нелинейность по деформациям кривой разгрузки, которая вызвана микропластичностью. Приведены численные расчеты остаточной деформации в зависимости от начального напряжения и пористости.

Ключевые слова: композиционные материалы, матрица, микропластические зоны, остаточные деформации, пористость.

Библиография: 22 названия.

Для цитирования:

И. К. Архипов, В. И. Абрамова, С. Н. Кутепов, А. Е. Гвоздев, О. В. Кузовлева. Математическое эффективное уравнение разгрузки пористых металлических композиционных материалов // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 4, с. 352–360.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 4.

UDC 539.3

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-4-352-360

Mathematical effective equation of unloading of porous metal composite materials

I. K. Arkhipov, V. I. Abramova, S. N. Kutepov, A. E. Gvozdev, O. V. Kuzovleva

Arkhipov Igor Konstantinovich — doctor of technical sciences, professor, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: iarh@list.ru

Abramova Vlada Igorevna — candidate of technical sciences, associate professor, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: abramova_vi@mail.ru

Kutepov Sergey Nikolaevich — candidate of pedagogical science, associate professor, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: kutepov.sergei@mail.ru

Gvozdev Alexander Evgenievich — doctor of engineering, professor, Tula State Lev Tolstoy Pedagogical University (Tula).

e-mail: gvozdev.alexandr2013@yandex.ru

Kuzovleva Olga Vladimirovna — candidate of technical sciences, docent, Russian State University of Justice (Moscow).

e-mail: kusovleva@yandex.ru

Abstract

Taking into account the microplasticity in the vicinity of the pores, an effective discharge equation is obtained. The influence of porosity on the residual deformation under uniaxial tension of a sample of a porous metal composite is taken into account. The nonlinearity in the deformations of the discharge curve, which is caused by microplasticity, is established. Numerical calculations of the residual strain as a function of the initial stress and porosity are given.

Keywords: composite materials, matrix, microplastic zones, residual deformations, porosity.

Bibliography: 22 titles.

For citation:

I. K. Arkhipov, V. I. Abramova, S. N. Kutepov, A. E. Gvozdev, O. V. Kuzovleva, 2021, "Mathematical effective equation of unloading of porous metal composite materials", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 4, pp. 352–360.

1. Введение

В работе [1] получены соотношения между напряжениями и деформациями композитов с хаотическим армированием.

2. Основная часть

В частности для пористых композитов (при отсутствии наполнителя) указанные физические соотношения для одноосного нагружения имеют вид:

$$\langle \sigma_1 \rangle = E^*(p) \langle \varepsilon_1 \rangle - E_p^*(p) (\langle e_1 \rangle) \langle e_1 \rangle, \quad (1)$$

где $E^*(p)$ — эффективный упругий модуль Юнга для пористого композита, p — пористость, угловыми скобками обозначены средние по композиту деформации e_1 ; $E_p^*(\langle e_1 \rangle)$ — нелинейная эффективная часть модуля Юнга, зависящая от концентрации микропластических зон $c_p(\langle e_1 \rangle)$, определяемая по формуле [1]:

$$E_p^*(\langle e_1 \rangle) = c_p(\langle e_1 \rangle)(1-p) \left\{ \frac{4}{3} \mu_2 (1 - \nu_2) - \chi \left[\left(3D_{\lambda\lambda}^p + 4D_{\mu\mu}^p \right) (1 - 2\nu_2) + \frac{4D_{\mu\mu}^p}{1-p} \right] \right\} \quad (2)$$

где $D_{\lambda\lambda}^p, D_{\mu\mu}^p, D_{\mu\lambda}^p$ — дисперсии упругопластических жесткостей $\lambda^p(\langle e_1 \rangle), \mu^p(\langle e_1 \rangle)$, определяемые для пористого материала по формулам [1]:

$$D_{\lambda\lambda}^p = p \left(K_2^2 - \frac{4}{3} K_2 \mu_2 \right) - 4D_{\mu\mu}^p \quad (3)$$

$$D_{\mu\lambda}^p = p \left(K_2 \mu_2 - \frac{2}{3} D_{\mu\mu}^p \right), \quad D_{\mu\mu}^p = \mu_2^2 \quad (4)$$

$$\chi = \frac{(2\lambda_2 + 7\mu_2)}{15\mu_2(1-p)(\lambda_2 + 2\mu_2)}. \quad (5)$$

В формулах (3)-(5) приняты следующие обозначения: λ_2, K_2, μ_2 — упругие модули материала матрицы.

Концентрация микропластических зон определяется из статистической модели [1] по формулам:

$$C_p = C_2[1 - \Phi(y)]; \quad \Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad y = \frac{\sigma_{S2} - \langle \sigma \rangle}{\sqrt{D_{\sigma\sigma}}}, \quad (6)$$

где дисперсия напряжений $D_{\sigma\sigma}$ определяется по формуле [2]:

$$D_{\sigma\sigma} = p(1-p) \frac{\mu_2^2}{\mu_*^2} \langle \sigma \rangle^2 \chi_0^2, \quad (7)$$

где $\chi_0 = \frac{3-4\nu_2}{5(1-\nu_2)}$, ν_2 — коэффициент Пуассона материала матрицы, C_2 — объемная концентрация матрицы, σ_{S2} — предел текучести матрицы при растяжении, $\langle \sigma \rangle$ — среднее напряжение в композите.

Эффективный модуль сдвига μ_* для пористого композита в корреляционном приближении [2] определяется по формуле:

$$\mu_* = \frac{\mu_2(1-p)^2 \chi_1}{p + (1-p) \chi_1}, \quad (8)$$

где $\chi_1 = \frac{7-5\nu_2}{2(4-5\nu_2)}$.

При снятии нагрузки при начальном напряжении σ_0 остаточная деформация $\varepsilon_{ост}$ будет отлична от нуля только для нелинейной (пластической) части соотношения (1) (см. рис. 1).

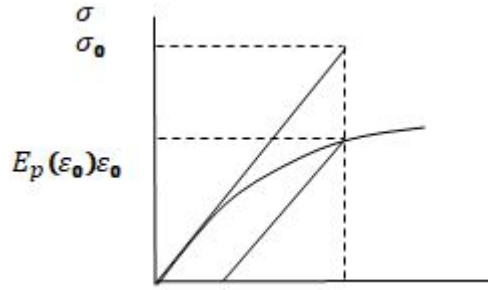


Рис. 1: Схема разгрузки пористого композита

В этом случае $\langle \sigma_1 \rangle = 0$. Таким образом, для определения остаточной деформации требуется решить нелинейное уравнение:

$$[E_* - E_p^*(\varepsilon_0)] \varepsilon_0 = \sigma_0 \quad (9)$$

или $\varepsilon_0^{(1)} = \frac{\sigma_0}{E_* - E_p^*(\varepsilon_0^{(1)})}$, тогда

$$\varepsilon_{\text{ост}}^{(1)} = \varepsilon_0^{(1)} - \frac{\sigma_0}{E_*} \quad (10)$$

В первом приближении $\varepsilon_{\text{ост}}^{(1)}$ будем считать закон разгрузки линейным.

В этом случае остаточная деформация определяется по формуле (10).

Поскольку σ_0 — нелинейно зависит от ε_0 , что следует из уравнения (9), предлагается следующий итерационный алгоритм расчета:

1. Задаёмся значением $\sigma_0 < \sigma_{S2}$.
2. По формуле (6) определяем значения

$$y_1 = \frac{k_1 - 1}{\varphi(p)}, \quad \text{где} \quad k_1 = \frac{\sigma_{S2}}{\sigma_0} > 1; \quad \varphi(p) = \sqrt{\frac{p}{(1-p)^3}} \chi_0; \quad \Phi(y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y_1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

где значение $\Phi(y_1)$ находят по таблице нормального распределения [4] в зависимости от y_1 .

3. Находим концентрацию микропластических зон $C_p(y_1)$:

$$C_p(y_1) = C_2[1 - \Phi(y_1)]$$

4. Для каждого значения пористости p из формулы (9) находим ε_0 в первом приближении:

$$\varepsilon_0^{(1)} = \frac{\sigma_0}{E_* - E_p(\sigma_0)},$$

где $E_p(\sigma_0)$ определяется по формуле (2) с заменой $C_p(\varepsilon_0)$ на $C_p(y_1)$.

5. Находим остаточную деформацию $\varepsilon_{\text{ост}}^{(1)}$ в первом приближении:

$$\varepsilon_{\text{ост}}^{(1)} = \varepsilon_0^{(1)} - \frac{\sigma_0}{E_*}.$$

6. В следующих приближениях $n = 2, 3 \dots$ находим:

$$y_n = \frac{k_n - 1}{\varphi(p)}, \quad \text{где} \quad k_n = \frac{\varepsilon_{S2}}{\varepsilon_0^{(n-1)}}, \quad \Phi(y_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y_n} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

$$C_p(y_n) = C_2[1 - \Phi(y_n)]; \quad \varepsilon_0^{(n)} = \frac{\sigma_0}{E_* - E_p(\varepsilon_0^{(n-1)})};$$

$$\varepsilon_{\text{ост}}^{(n)} = \varepsilon_0^{(n)} - \frac{\sigma_0}{E_*}.$$

Результаты расчета $\varepsilon_{\text{ост}}$ в первом приближении приведены в табл. 1

Таблица 1: Зависимость остаточной деформации $\varepsilon_{\text{ост}}$ от пористости и напряжения перед разгрузкой σ_0 при разгрузке пористой хромоникелевой стали 07X18H12M2

p	0,25			0,5		
k	2	1,75	1,5	2	1,75	1,5
	0,022	0,031	0,470	0,073	0,102	0,146
C_p %	0,375	1,95	7,5	8,0	11,3	16,0

Упруго-пластические характеристики пористой стали:

1. Предел текучести матрицы при одноосном растяжении $\sigma_{S2} = 600$ МПа.
2. Эффективный модуль Юнга $E_* = 11,7$ ГПа.
3. Эффективный модуль сдвига $\mu_* = 6,58$ ГПа.
4. Эффективный коэффициент Пуассона $\nu_* = 0,31$.

Из табл. 1 следует, что концентрация микропластических зон и остаточных деформаций растет с ростом пористости и с ростом начального напряжения перед разгрузкой σ_0 .

3. Заключение

Полученные результаты могут быть использованы при создании ресурсосберегающих технологических термомеханических процессов обработки композиционных материалов с использованием рекомендаций работ [5-22].

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архипов И. К., Толоконников Л. А. Эффективные соотношения между напряжениями и деформациями в корреляционной теории упругопластических деформаций. Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1984. – №2. – С. 196-198.
2. Архипов И. К., Абрамова В. И., Гвоздев А. Е., Колмаков А. Г., Панин А. В. Моделирование микропластичности и механического поведения пористых материалов // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №1. – С.23-29.
3. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. – М.: Наука, 1977. – 399 с.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа 1995. – 402 с.

5. Гвоздев А. Е., Кузовлева О. В. Экстремальные эффекты прочности и пластичности в металлических гетерофазных слитковых и порошковых системах и композиционных материалах: монография: 3-е изд., испр. и доп. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2020. – 498 с.
6. Структура и свойства коррозионностойких и износостойких биметаллических композиционных материалов: монография / Н. Н. Сергеев, А. Н. Сергеев, С. Н. Кутепов, А. Е. Гвоздев, Д. С. Клементьев. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2021. – 120 с.
7. Эффективные характеристики вязкоупругости металлических и полимерных композитов / И. К. Архипов, В. И. Абрамова, О. М. Губанов, А. Е. Гвоздев, С. Н. Кутепов // Технология металлов. – № 10. – С. 14-18.
8. Формирование поверхности реза и поверхностное упрочнение при лазерной резке звездочек цепных передач из сталей Ст3 и 30ХГСА / И. В. Минаев, И. В. Тихонова, А. Е. Гвоздев, А. Г. Колмаков, Е. А. Архипова // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – № 9. – С. 16-21.
9. Formation of the Cut Surface and the Surface Hardening of Chain Sprockets Made of St3 and 30KhGSA Steels during Laser Cutting / I. V. Minaev, I. V. Tikhonova, A. E. Gvozdev, A. G. Kolmakov, E. A. Arkhipova // Russian Metallurgy (Metally). Vol. 2021. No. 4. P. 501–506.
10. Бреки А. Д., Гвоздев А. Е., Колмаков А. Г. Полуэмпирические математические модели трения верчения стали ШХ-15 по стали Р6М5, по схеме шар-плоскость с учетом износа / Материаловедение. – 2019. – № 2. – С. 43-48.
11. Temperature field calculation at incomplete hot processing of metal alloys / G. M. Zhuravlev, D. N. Romanenko, A. E. Gvozdev, S. N. Kutepov, O. M. Gubanov // Steel in Translation. – 2019. – Т. 49. – № 10. – С. 716-719.
12. Breki A. D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G. Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of ShKh15 steel over R6M5 steel according to the ball-plane scheme with consideration of wear // Inorganic Materials: Applied Research. – 2019. – Т. 10. – № 4. – С. 1008-1013.
13. Estimation of mechanical properties of wrapping polyethylene films / O. V. Kuzovleva, A. N. Sergeev, A. E. Gvozdev, D. V. Maliy, A. G. Kolmakov // Inorganic Materials: Applied Research. – 2019. – Т. 10. – № 1. – С. 210-213.
14. Mechanism of the hydrogen cracking of metals and alloys, part I (review) / N. N. Sergeev, A. N. Sergeev, S. N. Kutepov, A. E. Gvozdev, A. G. Kolmakov // Inorganic Materials: Applied Research. – 2019. – Vol. 10. – № 1. – P. 24-31.
15. Mechanism of the hydrogen cracking of metals and alloys, part II (review) / N. N. Sergeev, A. N. Sergeev, S. N. Kutepov, A. E. Gvozdev, A. G. Kolmakov // Inorganic Materials: Applied Research. – 2019. – Vol. 10. – № 1. – P. 32-41.
16. Сергеев Н. Н., Сергеев А. Н. Механические свойства и внутреннее трение высокопрочных сталей в коррозионных средах: монография – Тула: Изд-во ТулГУ, 2018. – 430 с.
17. Power required in the plastic deformation of metallic powder materials / E. S. Makarov, G. M. Zhuravlev, M. V. Kazakov, A. E. Cheglov, A. E. Gvozdev, N. N. Sergeev, V. S. Yusupov, O. M. Gubanov, A. D. Breki // Steel in Translation. 2018. – Т. 48. – № 9. – С. 597-602.
18. Antifriction properties of plasma-chemical coatings based on SiO₂ with MoS₂ nanoparticles under conditions of spinning friction on ShKh15 steel / A. D. Breki, S. E. Aleksandrov, K. S.

- Tyurikov, A. G. Kolmakov, A. E. Gvozdev, A. A. Kalinin // *Inorganic Materials: Applied Research*. – 2018. – Т. 9. – № 4. – С. 714-718.
19. Breki A. D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G. Application of generalized pascal triangle for description of oscillations offriction forces // *Inorganic Materials: Applied Research*. – 2017. – Т. 8. – № 4. – С. 509-514.
20. Закономерности трения верчения стали ШХ15 по поверхности покрытия наоснове SiO₂, содержащего наночастицы MoS₂ со средним размером 70 нм,нанесённого на подложку из стали 12Х18Н10Т / А.Д. Бреки, С.Е. Александров, К.С. Тюриков, А.Е. Гвоздев, А.А. Калинин, Е.В. Агеев, А.Г. Ивахненко // *Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и технологии*. – 2017. – Т. 7. – № 3 (24). – С. 48-59.
21. Вариант расчета максимального упрочнения малоуглеродистых сталей в процессах пластической деформации / Г.М. Журавлев, А.Е. Гвоздев, Н.Н. Сергеев, Д.А. Провоторов // *Производство проката*. – 2016. – № 7. – С. 9-13.
22. Макаров Э. С., Гвоздев А. Е., Журавлев Г. М. Теория пластичности дилатирующих сред: монография; под ред. А.Е. Гвоздева. 2-е издание, переработанное и дополненное. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2015. – 337 с.

REFERENCES

1. Arkhipov I. K., Tolokonnikov L. A. 1984, «Effective relations between stresses and deformations in the correlation theory of elastic-plastic deformations», *Izvestiya ANSSSR. Solid state mechanics*, No.2. pp. 196-198.
2. Arkhipov I. K., Abramova V. I., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G., Panin A.V. 2021, «Modeling of microplasticity and mechanical behavior of porous materials», *Deformation and destruction of materials*, No.1, pp. 23-29.
3. Shermergor T. D. 1977, *Theory of elasticity of micro-homogeneous media*. Moscow: Nauka. 399 p.
4. Gmurman V. E. 1995, *Theory of probability and mathematical statistics*. Moscow: Higher school. 402 p.
5. Gvozdev A. E. Kuzovlev O. V. 2020, *Extreme effects of strength and plasticity in heterogeneous metal ingot and powder systems and composite materials: monograph*. Tula: TulGU. 498 p.
6. Sergeev N. N., Sergeev A. N., Kutepov S. N., Gvozdev A. E., Klementyev D. S. 2021, *Structure and properties of corrosion-resistant and wear-resistant bimetallic composite materials*. Tula: TulSU Publishing House. 120 p.
7. Arkhipov I. K., Abramova V. I., Gubanov O. M., Gvozdev A. E., Kutepov S. N. 2021, «Effective characteristics of viscoelasticity of metal and polymer composites», *Technology of metals*, No.10. pp. 14-18.
8. Minaev I. V., Tikhonova I. V., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G., Arkhipova E. A. 2020, «Formation of the cutting surface and surface hardening during laser cutting of chain gear sprockets made of St3 and 30XGSA steels», *Deformation and destruction of materials*, No.9. pp. 16-21.

9. Minaev I.V., Tikhonova I.V., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G., Arkhipova E.A. 2021, «Formation of the Cut Surface and the Surface Hardening of Chain Sprockets Made of St3 and 30KhGSA Steels during Laser Cutting», *Russian Metallurgy (Metally)*, Vol.4. pp. 501-506.
10. Breki A.D., Gvozdev A. E., Kolmakov A. G. 2019, «Semi-empirical mathematical models of the spinning friction of steel SHH-15 postali P6M5, according to the ball-plane scheme taking into account wear», *Materials Science*, No.2. pp. 43-48.
11. Zhuravlev G.M., Romanenko D.N., Gvozdev A.E., Kutepov S.N., Gubanov O.M. 2019, «Temperature field calculation at incomplete hot processing of metal alloys», *Steel in Translation*, Vol.49. №10. pp. 716-719.
12. Breki A.D., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2019, «Semiempirical mathematical models of the pivoting friction of ShKh15 steel over R6M5 steel according to the ball-plane scheme with consideration of wear», *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.10. №4. pp. 1008-1013.
13. Kuzovleva O.V., Sergeev A.N. , Gvozdev A.E., Maliy D.V., Kolmakov A.G. 2019, «Estimation of mechanical properties of wrapping polyethylene films», *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.10. №1. pp. 210-213.
14. Sergeev N.N., Sergeev A.N. , Kutepov S.N., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2019, «Mechanism of the hydrogen cracking of metals and alloys», part I (review) *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.10. №1. pp. 24-31.
15. Sergeev N.N., Sergeev A.N., Kutepov S.N., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2019, «Mechanism of the hydrogen cracking of metals and alloys», part II (review) *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.10. №1. pp. 32-41.
16. Sergeev N. N., Sergeev A. N. 2018, *Mechanical properties and internal friction of high-strength steels in corrosive environments*. Tula: TulSU Publishing House. 430 p.
17. Makarov E.S., Zhuravlev G.M. , Kazakov M.V., Cheglov A.E., Gvozdev A.E., Sergeev N.N., Yusupov V.S., Gubanov O.M., Breki A.D. 2018, «Power required in the plastic deformation of metallic powder materials», *Steel in Translation*, Vol.48. №9. pp. 597-602.
18. Breki A.D., Aleksandrov S.E., Tyurikov K.S. , Kolmakov A.G., Gvozdev A.E., Kalinin A.A. 2018, «Antifriction properties of plasma-chemical coatings based on SiO₂ with MoS₂ nanoparticles under conditions of spinning friction on ShKh15 steel», *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.9. №4. pp. 714-718.
19. Breki A.D., Gvozdev A.E., Kolmakov A.G. 2017, «Application of generalized pascal triangle for description of oscillations offriction forces», *Inorganic Materials: Applied Research*, Vol.8. №4. pp. 509-514.
20. Breki A.D., Alexandrov S.E., Tyurikov K. S., Gvozdev A. E., Kalinin A. A., Ageev E. V., Ivakhnenko A. G. 2017, «Regularities of the friction of twisting of steel SHX15 on the surface of a coating based on SiO₂ containing MoS₂ nanoparticles with an average size of 70 nm, deposited on a substrate made of steel 12X18H10T», *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Series: Engineering and technology*, Vol.7. №3(24). pp. 48-59.
21. Zhuravlev G. M., Gvozdev A. E., Sergeev N. N., Provotorov D. A. 2016, «Variant of calculating the maximum hardening of low-carbon steels in the processes of plastic deformation», *Production of rolled products*, No.7. pp. 9-13.

22. Makarov E. S., Gvozdev A. E., Zhuravlev G. M. 2015, *Theory of plasticity of dilating media*: monograph; ed. by A. E. Gvozdev. 2nd edition, revised and expanded. Tula: TulSU Publishing House. 337 p.

Получено 13.07.2021 г.

Принято в печать 6.12.2021 г.