

ЧЕБЫШЕВСКИЙ СБОРНИК

Том 22. Выпуск 2.

УДК 532.5.031, 626.131.3

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-2-472-483

О воронке выброса, образующейся при взрыве двух плоских поверхностных шнуровых зарядов

С. Л. Толоконников, В. А. Максименко

Толоконников Сергей Львович — доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: tosl@mail.ru

Максименко Василий Александрович — аспирант, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (г. Москва).

e-mail: vamaksim@bk.ru

Аннотация

В статье рассматривается задача о взаимодействии двух плоских шнуровых зарядов при их взрыве на поверхности грунта. Использована импульсно-гидродинамическая твердодожидкостная модель, в которой действие зарядов на среду определяется импульсом давления, а границей воронки выброса является поверхность с некоторым постоянным значением модуля скорости.

Полагается, что в общем случае заряды имеют различную ширину, и импульсы давления, характеризующие воздействие зарядов на среду, могут быть различными.

Точное решение задачи построено отображением областей изменения комплексного потенциала и комплексной скорости на область изменения вспомогательного параметрического переменного.

Для случая одинаковых зарядов проведен подробный параметрический анализ, изучено поведение решения при изменении основных безразмерных параметров. Указаны ограничения на значения определяющих параметров, исследованы предельные случаи.

Приведены результаты расчетов формы воронки выброса для различных наборов значений определяющих параметров.

Ключевые слова: взрыв, воронка выброса, плоские поверхностные шнуровые заряды, идеальная несжимаемая жидкость, импульсно-гидродинамическая модель.

Библиография: 15 названия.

Для цитирования:

С. Л. Толоконников, В. А. Максименко. О воронке выброса, образующейся при взрыве двух плоских поверхностных шнуровых зарядов // Чебышевский сборник, 2021, т. 22, вып. 2, с. 472–483.

CHEBYSHEVSKII SBORNIK

Vol. 22. No. 2.

UDC 532.5.031, 626.131.3

DOI 10.22405/2226-8383-2021-22-2-472-483

On the crater of an ejection formed by an explosion of two flat surface cord charges

S. L. Tolokonnikov, V. A. Maksimenko

Tolokonnikov Sergey Lvovich — doctor of physical and mathematical sciences, professor, Lomonosov Moscow State University (Moscow).

e-mail: tosl@mail.ru

Maksimenko Vasilij Aleksandrovich — graduate student, Lomonosov Moscow State University (Moscow).

e-mail: vamaksim@bk.ru

Abstract

In article the problem of the interaction of two flat cord charges at explosion on the ground surface is considered. The impulse-hydrodynamic solid-liquid model is used. The action of charges on the medium by the pressure pulse is determined. The boundary of the ejection crater is a surface with some constant speed module value.

It is believed that in general the charges have different widths and pressure pulses characterizing the effect of charges on the medium may be different.

The exact solution to the problem is built by displaying the areas of change complex potential and complex speed per area of change auxiliary parametric variable.

Detailed parametric analysis done for the case of equal charges. The behavior of the solution when changing the main dimensionless parameters is learned. Limitations on values of determining parameters are specified. Limiting cases is investigated.

The results of calculations of the shape of the ejection crater for various sets of values of defining parameters are given.

Keywords: explosion, crater of an ejection, flat surface cord charges, inviscid incompressible fluid, pulse-hydrodynamic model.

Bibliography: 15 titles.

For citation:

S. L. Tolokonnikov, V. A. Maksimenko, 2021, "On the crater of an ejection formed by an explosion of two flat surface cord charges", *Chebyshevskii sbornik*, vol. 22, no. 2, pp. 472–483.

Введение

Исследование воздействия взрыва поверхностных и заглубленных зарядов в грунте представляет интерес благодаря их широкому использованию в промышленности, сельском хозяйстве, строительстве и других областях.

Движение среды, возникающее вследствие взрыва, можно разделить на два этапа. На первом из них, кратковременно существующем сразу после взрыва, происходит разрушение и образование начального поля скоростей среды для второго, «баллистического» этапа взрыва, когда, например, происходит выброс при некамуфлетном взрыве.

Широкое распространение для описания процесса взрыва на его первом этапе получил подход, основанный на модели идеальной несжимаемой жидкости. Использование такого подхода объясняется тем, что на этом этапе сжимаемость среды играет второстепенную роль,

а вследствие возникновения больших давлений при взрыве можно считать несущественными прочностные эффекты и полагать тензор напряжений шаровым. Воздействие заряда, как правило, задается импульсом давления, приводящим среду в движение с некоторым потенциальным полем скорости.

Гидродинамические модели взрыва имеют, в свою очередь, две разновидности. В первой из них, так называемой «жидкостной» модели, грунт рассматривается как идеальная несжимаемая жидкость во всей занимаемой ею области. Вторая модель, названная в дальнейшем «твердожидкостной», была предложена академиком М.А. Лаврентьевым [1, 2]. В этой модели грунт также полагается идеальной несжимаемой жидкостью, а воздействие взрыва описывается заданным импульсом давления продуктов взрыва на среду. Дополнительно принимается, что в области, где возникает движение грунта при взрыве, скорость больше некоторого критического значения v_0 . При этом границей воронки выброса, отделяющей вовлеченный в движение грунт от твердого, является поверхность с постоянным значением модуля скорости, равным v_0 . Такая поверхность считается границей воронки выброса при некамуфлетном взрыве, ее форма заранее неизвестна и должна определяться в процессе решения задачи.

Широкое применение на практике получили так называемые шнуровые заряды, которые имеют значительную протяженность. Они представляют собой либо большое количество зарядов, соединенных детонирующим шнуром, либо уложенный в длинную узкую канавку заряд взрывчатого вещества. Такие заряды используются, например, для получения траншеи с большим отношением ее длины к поперечным размерам.

В случае, когда шнуровой заряд имеет значительную протяженность, задача может быть рассмотрена как плоская. Для решения задач такого класса применяются эффективные методы теории функций комплексного переменного.

Задача о взрыве плоского поверхностного шнурового заряда была исследована в [3]. В работах [4, 5] было получено решение аналогичной задачи для случаев, когда заряд имеет клиновидную форму [4] и когда примыкающие к заряду свободные от напряжений прямолинейные участки грунта наклонены к плоскости заряда под некоторыми углами [5]. Работа [6] посвящена исследованию влияния твердого дна и откосов при взрыве на выброс, а также проблеме пробивания пластины взрывом. Случай наклонного твердого дна изучен в [7]. Сравнение результатов, полученных в рамках твердожидкостной модели, с данными экспериментов по пробиванию преграды было проведено в [8]. В [9] рассматривалась задача о взрыве заглубленного заряда в двухслойной среде.

Изучению проблемы взаимодействия двух поверхностных шнуровых зарядов посвящены работы [10, 11]. В [10] рассмотрены случаи двух сосредоточенных и бесконечного числа равномерно распределенных поверхностных зарядов. Сосредоточенные заряды моделировались диполями с заданным моментом. В работе [11] найдено решение задачи о взрыве двух одинаковых плоских поверхностных зарядов с использованием схемы, содержащей в окрестности плоскости симметрии течения твердотельную зону покоя, ограниченную линиями с критическим значением модуля скорости.

Библиография по другим работам в области теории взрыва содержится также в монографиях [12, 13].

В настоящей работе рассматривается плоская задача о взрыве двух поверхностных зарядов, имеющих в общем случае различную ширину, а также различные значения импульса давления, определяющего их воздействие на поверхность грунта.

Постановка задачи

Схема течения, соответствующая твердожидкостной модели, показана на рис. 1, *a*. Здесь отрезки AB и CD — поперечные сечения зарядов, расположенных на поверхности грунта

$y = 0$, занимающего полупространство $y \leq 0$. Ширина зарядов — l_1 и l_2 , расстояние между их крайними точками B и C равно h . Движение среды вызвано одновременным взрывом зарядов, действие которых определяется заданными, в общем случае различными, постоянными импульсами давления p_{t1} и p_{t2} .

Область G_z , в которой в момент взрыва возникло движение среды, ограничена зарядами AB и CD , участками поверхности грунта EA , BC и DF , свободными от напряжений, а также линией $\Gamma_z = EH_1H_2H_3F$, на которой задано некоторое постоянное «критическое» значение модуля скорости v_0 .

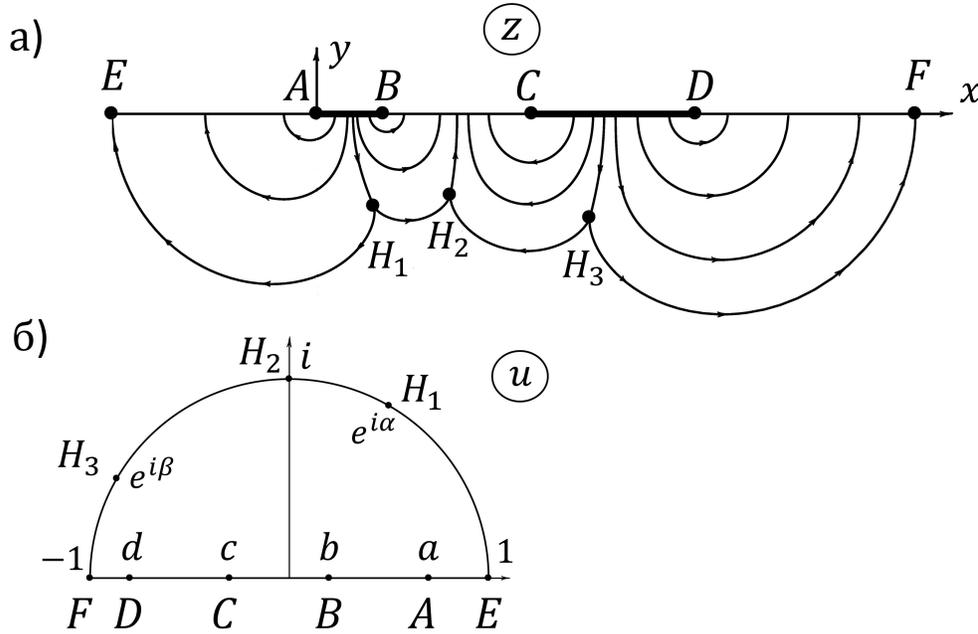


Рис. 1: Схема течения (а), параметрическая область (б)

Поле скорости возникшего течения несжимаемой среды обладает потенциалом $\varphi = -p_t/\rho$, где p_t — импульс давления, ρ — плотность [12]. Из условия несжимаемости следует, что потенциал φ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\varphi = 0$.

Таким образом, задача сводится к следующей задаче для гармонической функции φ в области G_z с частично неизвестной границей:

$$\begin{cases} \Delta\varphi(x, y) = 0 & \text{в области } G_z; \\ \varphi(x, y) = 0, & (x, y) \in EA, BC, DF; \\ \varphi(x, y) = -p_{t1}/\rho = -\varphi_1, & (x, y) \in AB; \\ \varphi(x, y) = -p_{t2}/\rho = -\varphi_2, & (x, y) \in CD; \\ |\text{grad } \varphi(x, y)| = v_0, & (x, y) \in \Gamma_z. \end{cases}$$

Линия Γ_z , принимаемая за границу воронки выброса, имеет заранее неизвестную форму, определяемую в результате решения задачи.

Для рассматриваемого плоскопараллельного течения можно ввести комплексный потенциал $w(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ ($\psi(x, y)$ — функция тока), который является в области G_z аналитической функцией комплексного переменного $z = x + iy$.

Действительная часть комплексного потенциала $\varphi = \text{Re}(w(z))$ должна удовлетворять указанным выше граничным условиям на участках поверхности грунта, а условие на Γ_z записывается в виде $\left| \frac{dw}{dz}(z) \right| = v_0$.

Аналитическое решение

Решение задачи строится отображением областей изменения комплексного потенциала w и комплексной скорости $\frac{dw}{dz}$ течения на область изменения вспомогательного параметрического переменного u , в качестве которого выбирается полукруг единичного радиуса. Соответствие точек физической и параметрической областей указано на рис. 1, *a, б*.

Для построения отображения $\frac{dw}{du}(u)$ проанализируем его особенности в параметрической области.

В точке H_1 происходит раздвоение линии тока, поэтому при обходе этой точки в параметрической области по бесконечно малой полуокружности увеличению $\arg(u - e^{i\alpha})$ на π соответствует увеличение $\arg(w(u) - w(e^{i\alpha}))$ на 2π . Поэтому в тейлоровском разложении $w(u)$ отсутствует линейный член и функция $\frac{dw}{du}(u)$ имеет в точке $u = e^{i\alpha}$ нуль первого порядка.

Аналогично устанавливаем, что отображение $\frac{dw}{du}(u)$ имеет простые нули в точках H_2 ($u = i$) и H_3 ($u = e^{i\beta}$).

В плоскости w точке A соответствует бесконечно удаленная точка полосы, поэтому в A ($u = a$) функция $w(u)$ имеет логарифмическую особенность, а $\frac{dw}{du}(u)$ — простой полюс. По этой же причине в B ($u = b$), C ($u = c$), D ($u = d$) будут также полюса первого порядка.

В точках E ($u = 1$) и F ($u = -1$) функция $\frac{dw}{du}(u)$ не имеет ни нулей, ни особенностей. Действительно, эти точки в параметрической области расположены в вершинах прямых углов, и поэтому нарушения конформности отображения $w(u)$ не происходит.

При аналитическом продолжении $\frac{dw}{du}(u)$ на всю плоскость u согласно принципу симметрии [14, 15] добавляются простые нули в точках $u = e^{-i\alpha}$, $u = e^{-i\beta}$, $u = -i$ и простые полюса в $u = 1/a$, $u = 1/b$, $u = 1/c$, $u = 1/d$. Других, кроме указанных выше, нулей и особенностей отображение $\frac{dw}{du}(u)$ не имеет, поэтому согласно теореме Лиувилля [14, 15] находим

$$\frac{dw}{du} = N \frac{(u - e^{i\alpha})(u - e^{-i\alpha})(u - e^{i\beta})(u - e^{-i\beta})(u - i)(u + i)}{(u - a)(1 - au)(u - b)(1 - bu)(u - c)(1 - cu)(u - d)(1 - du)},$$

где N — некоторая постоянная.

Это соотношение с учетом обозначений $f(u, \gamma) = u^2 - 2u \cos \gamma + 1$, $g(u, n) = (u - n)(1 - nu)$ записывается в виде:

$$\frac{dw}{du}(u) = N \frac{f(u, \alpha)f(u, \beta)(u^2 + 1)}{g(u, a)g(u, b)g(u, c)g(u, d)}. \quad (1)$$

Интегрируя (1) по бесконечно малой полуокружности вокруг точки A ($u = a$) с учетом того, что при переходе с EA на AB изменение w равно $-\varphi_1$, находим

$$-\varphi_1 = N \frac{(1 + a^2)f(a, \alpha)f(a, \beta)}{(1 - a^2)g(a, b)g(a, c)g(a, d)} \pi i. \quad (2)$$

Аналогичное интегрирование вокруг точек B ($u = b$), C ($u = c$), D ($u = d$) позволяет получить

$$\varphi_1 = N \frac{(1 + b^2)f(b, \alpha)f(b, \beta)}{(1 - b^2)g(b, a)g(b, c)g(b, d)} \pi i, \quad (3)$$

$$-\varphi_2 = N \frac{(1 + c^2)f(c, \alpha)f(c, \beta)}{(1 - c^2)g(c, a)g(c, b)g(c, d)} \pi i, \quad (4)$$

$$\varphi_2 = N \frac{(1+d^2)f(c,\alpha)f(c,\beta)}{(1-d^2)g(c,a)g(c,b)g(c,d)} \pi i. \quad (5)$$

Из (2) – (5) следуют соотношения

$$\frac{(1+a^2)(1-b^2)f(a,\alpha)f(a,\beta)g(b,c)g(b,d)}{(1-a^2)(1+b^2)f(b,\alpha)f(b,\beta)g(a,c)g(a,d)} = 1, \quad (6)$$

$$\frac{(1+c^2)(1-d^2)f(c,\alpha)f(c,\beta)g(a,d)g(b,d)}{(1-c^2)(1+d^2)f(d,\alpha)f(d,\beta)g(a,c)g(b,c)} = 1, \quad (7)$$

$$\frac{(1+a^2)(1-c^2)f(a,\alpha)f(a,\beta)g(b,c)g(c,d)}{(1-a^2)(1+c^2)f(c,\alpha)f(c,\beta)g(a,b)g(a,d)} = \tilde{\varphi}, \quad (8)$$

$$N = \frac{Q_1 \varphi_1}{\pi} i = \frac{Q_2 \varphi_2}{\pi} i, \quad (9)$$

где $\tilde{\varphi} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$, $Q_1 = \frac{(1-b^2)g(a,b)g(b,c)g(b,d)}{(1+b^2)f(b,\alpha)f(b,\beta)}$, $Q_2 = \frac{(1-d^2)g(a,d)g(b,d)g(c,d)}{(1+d^2)f(d,\alpha)f(d,\beta)}$.

Перейдем к построению отображения $\frac{dw}{dz}(u)$. Эта функция в точках F и E ($u = \pm 1$) является регулярной, поскольку этим точкам, размещенным в вершинах прямых углов в параметрической области, в плоскости годографа (плоскости dw/dz) также соответствуют точки, являющиеся вершинами прямых углов.

При обходе точки A ($u = a$) увеличению $\arg(u - a)$ на π соответствует уменьшение $\arg(dw/dz)$ на π . Следовательно, $\frac{dw}{dz}(u)$ в $u = a$ имеет полюс первого порядка. Такие же особенности отображение $\frac{dw}{dz}(u)$ имеет в точках $u = b$, $u = c$, $u = d$.

Так как на линии Γ_z выполнено условие $\left| \frac{dw}{dz} \right| = v_0 = \text{const}$, то при аналитическом продолжении на всю плоскость u добавляются нули первого порядка в точках $u = 1/a$, $u = 1/b$, $u = 1/c$ и $u = 1/d$.

Таким образом,

$$\frac{dw}{dz}(u) = M \frac{(1-au)(1-bu)(1-cu)(1-du)}{(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)}. \quad (10)$$

В точках E и F известно значение $\frac{dw}{dz}(\pm 1) = -iv_0$. С помощью (10) находим $M = -iv_0$.

Из (1), (10) следует

$$\frac{dz}{du}(u) = \frac{N}{M} F(u), \quad F(u) = \frac{f(u,\alpha)f(u,\beta)(u^2+1)}{(1-au)^2(1-bu)^2(1-cu)^2(1-du)^2}. \quad (11)$$

При интегрировании (11) вдоль AB получаем соотношение

$$-l_1 = \int_b^a \frac{dz}{du}(u) du = \frac{N}{M} J_1, \quad J_1 = \int_b^a F(u) du,$$

с использованием которого (11) записывается в виде:

$$\frac{1}{l_1} \frac{dz}{du}(u) = -\frac{1}{J_1} F(u). \quad (12)$$

С помощью (9) находим

$$k_1 = \frac{l_1 v_0}{\varphi_1} = \frac{Q_1 J_1}{\pi}. \quad (13)$$

Интегрируя (12) вдоль CD и BC , получаем

$$\tilde{l} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{J_2}{J_1}, \quad (14)$$

$$\tilde{h} = \frac{h}{l_1} = \frac{J_3}{J_1}, \quad (15)$$

где $J_2 = \int_b^a F(u)du$, $J_3 = \int_c^b F(u)du$.

С помощью (9, 13, 14) находим $k_2 = \frac{l_2 v_0}{\varphi_2} = \frac{Q_2 J_2}{\pi}$.

Таким образом, независимыми безразмерными определяющими параметрами можно выбрать величины $\tilde{\varphi}$, k_1 , \tilde{l} и \tilde{h} . При заданных их значениях система уравнений (6) – (8) и (13) – (15) служит для определения входящих в общее решение (10), (12) неизвестных параметров a , b , c , d , α , β , удовлетворяющих требованиям $-1 < d < c < b < a < 1$ и $0 < \alpha < \pi/2 < \beta < \pi$.

После решения указанной системы можно рассчитать форму границы воронки выброса Γ_z , параметрическое уравнение которой имеет вид $z = z(e^{it})$, $t \in [0, \pi]$, где функция $z(u)$ находится интегрированием (12).

Явный вид функции $z(u)$ и выражений для величин J_1 , J_2 и J_3 из-за их громоздкости здесь не приводится.

Система уравнений (6) – (8) и (13) – (15) является сложной, и поэтому полный параметрический анализ задачи затруднителен.

Можно из общих соображений утверждать, что ее решение существует не для всех возможных наборов значений $\tilde{\varphi}$, k_1 , \tilde{l} и \tilde{h} . Действительно, при значительном удалении зарядов друг от друга может оказаться, что их взаимодействия не происходит, и выемка выброса распадается на две несвязные области. Это не соответствует рассматриваемой схеме рис. 1, *a*. Другое ограничение на значения указанных безразмерных параметров следует из требования отсутствия самопересечения найденной из решения линии Γ_z , то есть сохранения однолиственности течения. Из решения задачи о взрыве одиночного поверхностного заряда следует [3], что если значение безразмерного параметра $k_1 = l_1 v_0 / \varphi_1$ оказывается больше некоторого максимального значения, то выброс грунта происходит только в окрестности краев заряда, а некоторая его центральная часть срабатывает впустую. Очевидно, в настоящей задаче может возникнуть подобная ситуация, также не согласующаяся со схемой рис. 1, *a*.

В частном случае, когда заряды имеют одинаковую ширину $l_1 = l_2 = l$ и равны значения потенциалов $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$, течение оказывается симметричным относительно плоскости, проходящей через середину отрезка BC . Такая задача аналогична задаче о взрыве одиночного заряда при наличии непробиваемого вертикального откоса (твердой стенки, совпадающей с указанной плоскостью симметрии).

Выбранная параметрическая область в виде полукруга и расположение на ее границе характерных точек течения позволяют из общего решения легко получить решение для указанного симметричного случая. Для этого следует положить $c = -b$, $d = -a$ и $\beta = \pi - \alpha$.

Тогда уравнения (6) и (7) дают одно и то же соотношение

$$a(1 - a^2) ((b^2 + 1)^2 - 4b^2 \cos^2 \alpha) = b(1 - b^2) ((a^2 + 1)^2 - 4a^2 \cos^2 \alpha). \quad (16)$$

Из уравнений (8) и (14) следует $\tilde{\varphi} = 1$ и $\tilde{l} = 1$, то есть действительно $l_2 = l_1$, $\varphi_2 = \varphi_1$ и $k_1 = k_2$.

Из (16) получаем $\cos^2 \alpha = \frac{4ab - (1 - a^2)(1 - b^2)}{4ab}$. Требование $\cos \alpha \in (0, 1)$ приводит к неравенству $a > (1 - b)/(1 + b)$.

После исключения с помощью (16) параметра α система (13), (15) для параметров a , b решается численно в области $0 < b < 1$, $\max\{b, (1 - b)/(1 + b)\} < a < 1$.

Результаты численных расчетов

На рис. 2 – 4 приведены найденные расчетами границы воронки выброса для случая одинаковых зарядов. Вследствие симметрии изображена только область течения, расположенная слева от плоскости симметрии.

Изменение формы воронки при фиксированном значении $k = lv_0/\varphi_0$ и меняющимся $\tilde{h} = h/l$ можно проследить на примере расчета для $k = 0.3/\pi$ (рис. 2).

Решение задачи, соответствующее рассматриваемой схеме, существует только при $\tilde{h} < \tilde{h}_{max}(k)$. В предельном случае $\tilde{h} = \tilde{h}_{max}(k)$ точка H_2 линии Γ_z оказывается на уровне поверхности грунта $y = 0$, а воронка распадается на две одинаковые, имеющие только одну общую точку выемки. Их форма может быть найдена из решения задачи о взрыве одиночного заряда.

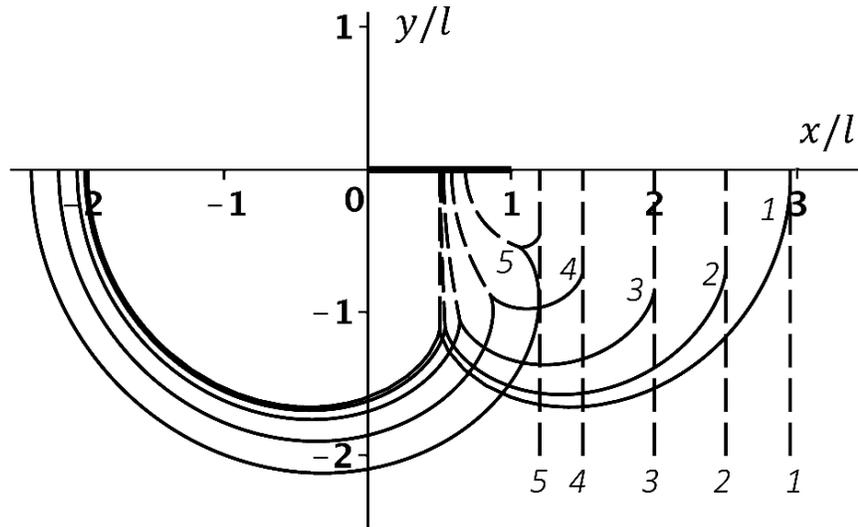


Рис. 2: Форма границы воронки выброса для $k = 0.3/\pi$ при значениях $\tilde{h} = 3.9; 3, 2, 1, 0.4$ (кривые 1–5 соответственно)

На рис. 2 линия 1 соответствует значению $\tilde{h} = 3.9$, близкому к предельному $\tilde{h}_{max}(0.3/\pi) \approx 3.917$. Как видно из рисунка, эта линия оказывается практически симметричной относительно плоскости, перпендикулярной заряду и проходящей через его центр. Уменьшение значения \tilde{h} приводит к существенной деформации границы воронки, сокращению участка H_1H_2 и увеличению длины EH_1 (линии 2 – 5).

При достижении \tilde{h} некоторого значения $\tilde{h}_{min}(k)$ возникает ситуация, когда участок EH_1 линии Γ_z касается плоскости симметрии течения. Линия 5, соответствующая $\tilde{h} = 0.4$, близка к предельному случаю $\tilde{h}_{min}(0.3/\pi) \approx 0.396$.

Для значений $\tilde{h} < \tilde{h}_{min}$ происходит пересечение EH_1 с плоскостью симметрии, то есть возникает неоднолистность течения, и такое решение является физически нереализуемым. Подобная ситуация наблюдается и в задаче о взаимодействии двух точечных зарядов [10]. Для исключения возможности появления неоднолистности решения в работе [11] использовалась модифицированная схема течения, в которой в окрестности плоскости симметрии дополнительно располагалась зона покоя, аналогичная застойной зоне Чаплыгина, используемой в гидродинамике струйных течений [14].

Перейдем далее к описанию эволюции формы воронки с изменением параметра k при фиксированном значении \tilde{h} . Имеет место качественное отличие случаев $\tilde{h} \leq 1$ и $\tilde{h} > 1$.

При $\tilde{h} > 1$ соответствующее рассматриваемой схеме однолистное решение может существовать только при $k \in [k_{min}(\tilde{h}), k_{max}(\tilde{h})]$. В предельном случае $k = k_{max}(\tilde{h})$ наблюдается

ситуация, аналогичная описанной выше — воронка представляет собой объединение двух отдельных одинаковых выемок, соприкасающихся в одной точке H_2 , расположенной на уровне $y = 0$. На рис. 3 для $\tilde{h} = 3$ линией 1 показана форма воронки, близкая к указанной предельной $k_{max}(3) \approx 0.458/\pi$.

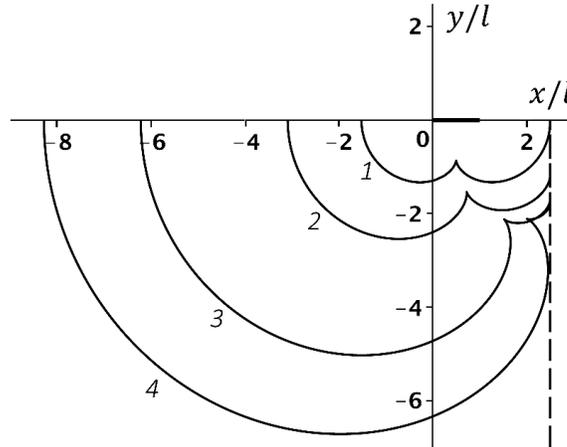


Рис. 3: Форма границы воронки выброса для $\tilde{h} = 3$ при значениях $\pi k = 0.45; 0.15, 2, 0.05, 0.032$ (кривые 1 – 4 соответственно)

При уменьшении значения параметра k , которое можно трактовать как усиление импульсного воздействия заряда, происходит рост размеров воронки (линии 1 – 4). При достижении значения $k_{min}(\tilde{h})$ участок EH_1 линии Γ_z касается плоскости симметрии, а при меньших значениях k решение становится неоднолиственным. На рис. 3 линия 4 соответствует значению $k = 0.032/\pi$, близкому к $k_{min}(3) \approx 0.0314/\pi$.

При $h \leq 1$ значения параметра k также должны лежать в диапазоне $[k_{min}(\tilde{h}), k_{max}(\tilde{h})]$. Но теперь в предельном случае $k = k_{max}(\tilde{h}) = 2/\pi$ граница воронки состоит из дуг окружностей с радиусами, равными $l/2$, и центрами, находящимися в крайних точках зарядов. Форма воронки для $\tilde{h} = 0.4$, близкая к предельной, изображена на рис. 4 линией 1. С уменьшением параметра k поведение решения аналогично описанному выше (линии 2 – 5). При $k < k_{min}(0.4) \approx 0.1665$ решение является неоднолиственным.

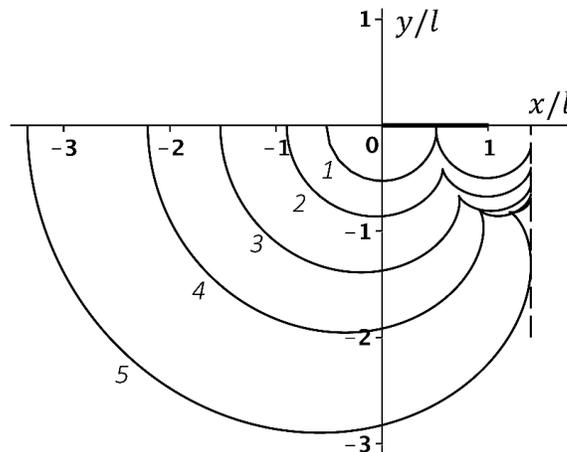


Рис. 4: Форма границы воронки выброса для $\tilde{h} = 0.4$ при значениях $\pi k = 1.99, 1, 0.5, 0.3, 0.167$ (кривые 1–5 соответственно)

Примеры расчетов формы воронки выброса для общего случая неодинаковых зарядов приведены на рис. 5 и 6 для двух наборов значений безразмерных определяющих параметров. Рис. 5 соответствует ситуации, когда равны значения импульса давления на поверхностях зарядов, но при этом заряды имеют различную ширину. В расчете, результаты которого показаны на рис. 6, различными являются также и значения импульса давления.

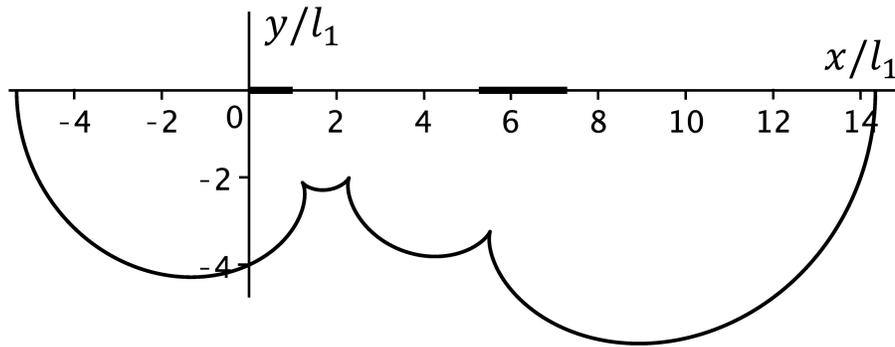


Рис. 5: Форма границы воронки выброса для значений $\tilde{\varphi} = 1$, $\tilde{l} = 2.02$, $\tilde{h} = 4.27$, $\pi k_1 = 0.063$, $\pi k_2 = 0.126$

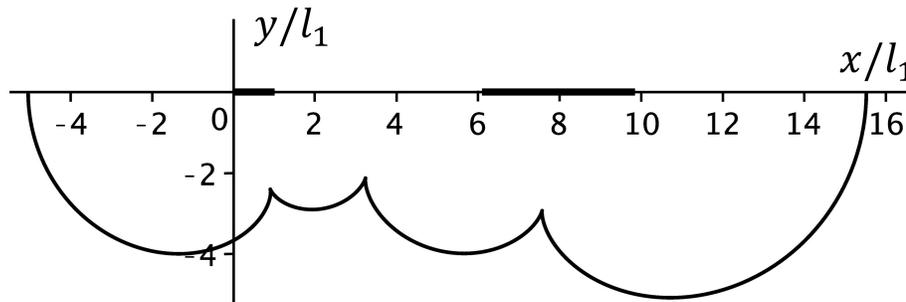


Рис. 6: Форма границы воронки выброса для значений $\tilde{\varphi} = 2$, $\tilde{l} = 3.75$, $\tilde{h} = 5.09$, $\pi k_1 = 0.063$, $\pi k_2 = 0.476$

Заключение

В рамках твердожидкостной импульсной модели получено точное решение задачи о взрыве на поверхности грунта двух плоских шнуровых зарядов, позволяющее определить форму воронки выброса для широкого набора значений определяющих параметров. Установлено, что форма воронки, возникающей при взаимодействии зарядов, существенно отличается от случая одиночного заряда. Показано, что имеют место ограничения на значения безразмерных определяющих параметров, обусловленные выбранной схемой течения и требованием сохранения однолистности решения.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лаврентьев М. А. Вариационный метод в краевых задачах для систем уравнений эллиптического типа. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 136 с.
2. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973. 416 с.

3. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта// Прикл. механика и техн. физ. 1960. № 3. С. 152–156.
4. Толоконников С. Л. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта шнурового заряда клиновидной формы// Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2018. № 6. С. 82–85.
5. Толоконников С. Л. К задаче о взрыве поверхностного шнурового заряда// Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 2020. № 1. С. 75–79.
6. Ильинский Н. Б., Поташев А. В., Рубиновский А. В., Фищенко П. А. Решение некоторых задач теории взрыва в импульсно-гидродинамической постановке// Тр. семинара по краевым задачам. Вып. 14. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1977. С. 98–109.
7. Ильинский Н. Б., Фищенко П. А. Исследование влияния наклонного твердого дна на выемку выброса при взрыве поверхностного шнурового заряда// Тр. семинара по краевым задачам. Вып. 20. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1983. С. 116–128.
8. Рубиновский А. В. О пробивании преграды взрывом в импульсно-гидродинамической постановке// Прикл. механика. и техн. физ. 1986. № 2. С. 143–146.
9. Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О форме воронки выброса при взрыве шнурового заряда в двухслойной среде// Прикл. механика. и техн. физ. 1973. № 2. С. 143–146.
10. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б., Шер Е. Н. О гидродинамическом взаимодействии шнуровых зарядов ВВ// Прикл. механика и техн. физ. 1975. № 5. С. 93–101.
11. Ильинский Н. Б., Якимов Н. Д. О взаимодействии двух плоских шнуровых зарядов при взрыве на поверхности грунта// Прикл. механика и техн. физ. 1977. № 1. С. 147–151.
12. Кузнецов В. М. Математические модели взрывного дела. Новосибирск: Наука, 1977. 259 с.
13. Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Краевые задачи теории взрыва. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1986. 183 с.
14. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
15. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.

REFERENCES

1. Lavrentiev, M. A. 1962, *“The variational method in the basic problems for the systems of elliptical type equations”*, AN USSA, Moscow, 136 p., [in Russian].
2. Lavrentiev, M. A., Shabat, B. V. 1973, *“Hydrodynamic problems and their mathematic models”*, Nauka, Moscow, 416 p., [in Russian].
3. Kuznetsov V. M. 1960, *“On the shape of the ejection funnel by an explosion on ground surface”*, *J. Appl. Mech. and Techn. Physics*, no 3, pp. 152-156, [in Russian].
4. Tolokonnikov, S. L. 2018, *“The shape of the crater formed by an explosive wedge-shaped cord charge on the ground surface”*, *Moscow University Mechanics Bulletin*, vol. 73, no. 6, pp. 82-85.
5. Tolokonnikov, S. L. 2020, *“On the explosion problem of surface cord charge”*, *Moscow University Mechanics Bulletin*, no. 5, pp. 75-79, [in Russian].

6. Ilyinsky, N. B., Potashev, A. V., Rubinovskii, A. V. & Fishenko, P. A. 1977, "Solving some problems of the explosion theory in a pulse-hydrodynamic formulation", *Seminar proceedings on boundary problems*, no 14, Kazan University, Kazan, pp. 98-109, [in Russian].
7. Ilyinsky, N. B., Fishenko, P. A. 1983, "Investigation of the influence of a sloping hard bottom on ejection notch formed by an explosion of a surface cord charge", *Seminar proceedings on boundary problems*, no 20, Kazan University, Kazan, pp. 116-128, [in Russian].
8. Rubinovskii, A. V. 1986, "On breaking of an obstacle by an explosion in a pulse-hydrodynamic formulation", *J. Appl. Mech. and Techn. Physics*, no 2, pp. 143-146, [in Russian].
9. Polyak, E. B. & Sher, E. N. 1973, "About the shape of the ejection funnel at explosion of a cord charge in a two-layer medium", *J. Appl. Mech. and Techn. Physics*, no. 2, pp. 143-146, [in Russian].
10. Kuznetsov, V. M., Polyak, E. B. & Sher, E. N. 1975, "About hydrodynamic interaction of cord explosive charges", *J. Appl. Mech. and Techn. Physics*, no 5, pp. 143-146, [in Russian].
11. Ilyinsky, N. B., Yakimov, N. D. 1977, "On the interaction of two flat cord charges formed by an explosion on ground surface", *J. Appl. Mech. and Techn. Physics*, no. 1, pp. 147-151, [in Russian].
12. Kuznetsov V. M. 1977, "Mathematical models of the explosive case", Nauka, Novosibirsk, 259 p., [in Russian].
13. Ilyinsky, N. B., Potashev, A. V. 1986, "Boundary problems of the explosion theory", Kazan University, Kazan, 183 p., [in Russian].
14. Gurevich, M. I. 1979, "Theory of the ideal liquid jets", Nauka, Moscow, 536 p., [in Russian].
15. Lavrentiev, M. A., Shabat, B. V. 1973, "Methods of complex variable functions theory", Nauka, Moscow, 736 p., [in Russian].